BERTRAND RUSSELL

UNSER WISSEN VON DER AUSSENWELT

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/unserwissenvonde0000bert

BERTRAND RUSSELL

UNSER WISSEN VON DER AUSSENWELT

ÜBERSETZT VON

WALTHER ROTHSTOCK

VERLAG VON FELIX MEINER
LEIPZIG 1926

Das englische Original
erschien zum ersten Male 1914 unter dem Titel:

OUR KNOWLEDGE OF THE EXTERNAL WORLD
as a Field for Scientific Method in Philosophy

Inhaltsangabe

Bemerkung des Übersetzers IV
Vorwort des Verfassers V
I. Tendenzen der gegenwärtigen Philosophie 1
II. Die Logik als wesentlichster Bestandteil der Philosophie 41
III. Über unser Wissen von der Außenwelt 79
IV. Die Welt der Naturwissenschaft und die Sinnenwelt . 131
V. Die Kontinuitätstheorie 170
VI. Die Geschichte des Unendlichkeitsproblems 206
VII. Die positive Theorie des Unendlichen 246
VIII. Über den Ursachbegriff und seine Anwendung auf das Problem des freien Willens 279
Register 327

Bemerkung des Übersetzers

Der Verfasser hat brieflich dem Wunsche Ausdruck gegeben, der Leser möge sich besonders bei der Lektüre der ersten Vorlesung „Tendenzen der gegenwärtigen Philosophie" der Tatsache bewußt sein, daß der englische Text des hier in der Übersetzung vorliegenden Werkes bereits im Jahre 1914 niedergeschrieben wurde. — Der im Vorwort erwähnte vierte Band der „*Principia Mathematica*" ist bisher nicht erschienen. — Der Grundsatz, vorkommende Zitate nach klassischen deutschen Übersetzungen wiederzugeben, konnte nicht überall durchgeführt werden, weil die vorhandenen deutschen Übersetzungen in einigen Fällen, so vor allem bei Aristoteles, so erheblich von den vom Verfasser benutzten englischen abwichen, daß es mit ihrer Hilfe nicht möglich war, den Gedankengang des Originaltextes genau wiederzugeben.

Vorwort

Die folgenden Vorlesungen[1]) stellen einen Versuch dar, Eigenart, Vermögen und Nichtvermögen der logisch-analytischen Methode in der Philosophie an der Hand von Beispielen darzulegen. Von dieser Methode liegt das erste vollkommene Beispiel in den Schriften Freges vor, und auch mir hat sie sich im Verlaufe meiner jüngsten Forschungen als ein wissenschaftliches Hilfsmittel von höchstem Wert mehr und mehr aufgedrängt, zumal es möglich ist, sie in Lehrsätzen darzustellen und mit ihrer Hilfe auf allen Gebieten der Philosophie jede nur überhaupt zugängliche objektiv wissenschaftliche Erkenntnis zu erschließen. Die meisten der bisher üblichen Methoden haben vorgegeben, zu besseren Ergebnissen zu gelangen, als die logische Analyse jemals für sich in Anspruch nehmen kann, leider zeigte sich jedoch stets, daß maßgebliche Philosophen diese Schlußfolgerungen alsbald für unannehmbar erklärten. Will man in den großen Systemen der Vergangenheit nur Hypothesen und Hilfen für die Vorstellung sehen, so sind sie als solche von großem Nutzen und eines eingehenden Studiums wert. Wenn die Philosophie aber eine wissenschaftliche Disziplin werden und als solche Ergebnisse anstreben soll, die unabhängig

[1]) Sie wurden im März und April 1914 als Lowell Lectures in Boston gehalten.

sind von Temperament und Geschmack des Philosophen, so brauchen wir zur Erreichung dieses Zieles etwas ganz anderes. Im folgenden habe ich versucht — wenn auch nur in unzulänglicher Ausführung — den Weg zu zeigen, auf dem man meiner Ansicht nach dieser Forderung gerecht werden kann.

Das Kernproblem, an dessen Beispiel ich versucht habe, diese Methode zu erläutern, ist das Problem des Verhältnisses der rohen Sinnesdaten zu Raum, Zeit und dem Gegenstand der mathematischen Physik. Auf die Bedeutung dieses Problems bin ich durch meinen Freund und Mitarbeiter Dr. Whitehead hingewiesen worden, auf dessen Anregungen fast alle hier vertretenen Abweichungen vom Standpunkt meiner „*Probleme der Philosophie*“[1]) zurückzuführen sind. Ihm verdanke ich vor allem die Definition des Punktes, die Anregung zu meiner Behandlung des Moment- und des Dingbegriffs, sowie meine ganze Auffassung des naturwissenschaftlichen Weltbildes als eines mehr auf konstruktivem als auf induktivem Wege gewonnenen Systems. Was darüber im folgenden gesagt wird, ist freilich nur eine roh skizzierte Darstellung dessen, was Whitehead in dem noch nicht erschienenen vierten Bande unserer „*Principia Mathematica*“[2]) genauer begründet. Wenn es sich erweisen sollte, daß seine Behandlung des Gegenstandes erfolgreich bis zu Ende durchgeführt werden kann, so wird sie die alte Kontroverse zwischen Realisten und

[1]) *The Problems of Philosophy*, London und New York 1912 („Home University Library“).

[2]) Die drei Bände erschienen nacheinander in Cambridge in den Jahren 1910, 1912 und 1913.

Idealisten in eine ganz neue Beleuchtung rücken und eine Methode darstellen, die geeignet ist, alle Schwierigkeiten dieses Problems zu lösen, soweit sie überhaupt einer Lösung zugänglich sind.

Die Forschungen früherer Zeiten zu der Frage nach der Wirklichkeit oder Nichtwirklichkeit der Sinnenwelt waren von Anfang an zur Ergebnislosigkeit verurteilt durch die Tatsache, daß es eine befriedigende Theorie des mathematischen Unendlich nicht gab. Diese Schwierigkeit ist durch das Werk Georg Cantors behoben worden. Die genaue, positive Lösung des Problems mit Hilfe von auf Sinnesdaten gegründeten mathematischen Konstruktionen wurde allerdings erst möglich durch die Entwicklung der mathematischen Logik, ohne welche es praktisch unmöglich ist, mit Begriffen von der erforderlichen Abstraktheit und Kompliziertheit zu arbeiten. Diese Tatsache geht zwar aus meiner für weitere Kreise bestimmten und darum kurzgefaßten Darstellung nicht mit genügender Deutlichkeit hervor, durch die Veröffentlichung von Whiteheads Werk wird sie aber klar erwiesen werden. Auf dem Gebiete der reinen Logik, die in meinen Vorlesungen nur kurz behandelt wird, wurde mir von meinem Freunde Ludwig Wittgenstein die Benutzung noch nicht veröffentlichter hochbedeutsamer Entdekkungen gestattet.

Da meine Absicht, wie gesagt, war, eine Methode zu erläutern, so habe ich mich nicht gescheut, auch Unvollständiges und nur als Versuch zu Bewertendes in die Darstellung aufzunehmen, denn auch unvollendete Gebäude können lehrreich sein für den, der die Methode

des Bauens erlernen will. Abgesehen von der Cantorschen Theorie des Unendlichen wird für die vorgebrachten Theorien kein Anspruch auf Endgültigkeit erhoben; aber ich bin allerdings der Ansicht, daß etwaige Modifikationen, wo sie für notwendig erachtet werden sollten, in der Hauptsache nach derselben Methode gefunden werden müssen, die beim jetzigen Stand der Dinge für die Wahrscheinlichkeit der hier niedergelegten Ansichten spricht. Ich bitte den Leser, aus diesem Grunde ihrer Unvollständigkeit gegenüber Nachsicht üben zu wollen.

Cambridge, im Juni 1914.

Erste Vorlesung

Tendenzen der gegenwärtigen Philosophie

Die Philosophie hat zu allen Zeiten mehr versprochen und weniger gehalten als irgendein anderer Wissenszweig. Immer, seitdem Thales die Meinung aufgestellt hat, alles sei Wasser, sind die Philosophen schnell fertig gewesen mit schwatzhaften Behauptungen über das Wesen der Dinge, und stets, seitdem Anaximander dem Thales widersprach, haben andere in ebenso leichtfertiger Weise gegenteilige Behauptungen aufgestellt. Ich bin der Meinung, daß nun endlich die Zeit gekommen ist, diesem unerträglichen Zustand ein Ende zu bereiten. In den folgenden Vorlesungen will ich versuchen, an der Hand von bestimmten Einzelproblemen als Beispielen zu zeigen, inwiefern die Erwartungen der Philosophie bisher zu hoch gespannt waren und aus welchem Grunde sie nicht mehr erreichen konnte. Fast alle Schulen haben bisher, wie ich glaube, Problemstellung und Methode der Philosophie gänzlich mißverstanden; viele der hergebrachterweise behandelten Probleme sind mit unseren Erkenntnismitteln einfach nicht zu lösen, während auf andere Fragen, die bisher zwar vernachlässigt wurden, darum aber nicht weniger bedeutungsvoll sind, nach einer besseren Methode und mit etwas mehr Geduld sehr wohl Antworten gefunden werden können, die an Genauigkeit und Geltungsgewißheit den Ergebnissen der

höchstentwickelten Wissenschaftszweige nichts nachgeben.

In der gegenwärtigen Philosophie lassen sich drei Hauptrichtungen erkennen, die vom einzelnen Philosophen oft in verschiedenstem Mischungsverhältnis miteinander verschmolzen werden, ihrem Wesen und ihrer Tendenz nach aber deutlich unterscheidbar bleiben. Die erste von ihnen, die ich die klassische Tradition nennen möchte, leitet sich in der Hauptsache von Kant und Hegel her und stellt einen Versuch dar, Methoden und Ergebnisse der großen spekulativen Denker seit Plato den Bedürfnissen der Jetztzeit anzupassen. Die zweite Richtung, die wir als Evolutionismus bezeichnen können, kam durch Darwin zu ihrer großen Bedeutung, während als ihr erster Vertreter auf philosophischem Gebiete Herbert Spencer angesprochen werden muß. In jüngster Zeit zeigt sich diese Richtung, besonders unter dem Einfluß von William James und Henri Bergson, viel kühner und mehr zu durchgreifenden Neuerungen geneigt, als sie zur Zeit Herbert Spencers gewesen ist. Die dritte Richtung wollen wir in Ermangelung einer besseren Bezeichnung „logischen Atomismus" nennen. Ihre Methode ist in Anlehnung an die kritischen Untersuchungen der Mathematiker langsam entstanden. Diese Art des Philosophierens, die einzige von allen, die ich glaube vertreten zu können, hat bis jetzt noch nicht viele überzeugte Anhänger, aber der von Havard ausgehende „Neorealismus" ist sehr stark von demselben Geiste durchdrungen. Meines Erachtens liegt hier ein ähnlicher Fortschritt vor, wie er durch Galilei in der Physik hervorgerufen wurde: beweisbare Einzelergeb-

nisse treten an die Stelle unbewiesener, auf das Ganze gehender Behauptungen, für die man sich nur auf die Einbildungskraft berufen kann. Ehe wir aber zu einem Verständnis der von dieser Philosophie angestrebten Neuerungen gelangen können, müssen wir die beiden anderen Richtungen, mit denen sie sich auseinanderzusetzen hat, einer kurzen kritischen Betrachtung unterziehen.

A. Die klassische Tradition

Vor etwa zwanzig Jahren besaß die klassische Tradition, nachdem sie den englischen Empirismus verdrängt hatte, fast unbestrittenen Einfluß auf allen angelsächsischen Hochschulen, und auch heute noch gehören ihr, trotzdem sie an Boden verliert, viele der hervorragendsten Dozenten an. Im akademischen Frankreich ist sie, trotz H. Bergson, auch heute noch stärker als alle gegnerischen Richtungen zusammen, und auch in Deutschland besitzt sie noch zahlreiche bedeutende Vertreter. Trotz alledem hat sie, im ganzen genommen, den Höhepunkt ihrer Macht überschritten, da sie es versäumt hat, sich den Zeitstimmungen anzupassen. Ihre Vertreter sind vor allem in den Kreisen zu finden, deren außerphilosophisches Wissen literarischer Art ist, gering ist dagegen die Zahl ihrer Anhänger unter den Vertretern der Naturwissenschaft. Gegen die klassische Tradition sind, neben logischen Argumenten, gewisse allgemeine geistige Tendenzen wirksam, Tendenzen, die ihre zersetzende Arbeit auch an den anderen großen überlieferten Systemen verrichten und uns Heutige zu einem unsicheren Tappen im Dunkeln verurteilen,

wo unsere Vorfahren im klaren Tageslichte sicherer Gewißheit dahin schritten.

Die Keimzelle der klassischen Tradition ist der naive Glaube der griechischen Philosophen an die Allmacht des Denkens. Die Entdeckung der Geometrie hatte sie derart berauscht, daß sie deren erfahrungsfreie, deduktive Methode für unbegrenzt anwendbar hielten. So wollten sie z. B. beweisen, daß alles Wirkliche eines sei, daß etwas derartiges wie Veränderung nicht existiere und daß die Sinnenwelt nur trügerischer Schein sei. Die Seltsamkeit ihrer Ergebnisse verursachte diesen Philosophen keine Skrupel, denn sie glaubten fest an die Richtigkeit ihrer Folgerungen. So konnte die Ansicht entstehen, daß man auf Grund des Denkens allein die wichtigsten und überraschendsten Wahrheiten über die Welt der Wirklichkeit aufstellen könnte, Wahrheiten, deren Gewißheit durch keinerlei gegenteilige Beobachtung zu erschüttern wäre. Nachdem der persönliche Einfluß der ersten Philosophen ausgeschaltet war, traten an seine Stelle Autorität und Tradition, die im Mittelalter und fast bis auf unsere Zeit herab in ihrer Wirkung noch verstärkt wurden durch die systematische Theologie. Selbst die moderne Philosophie seit Descartes, die nicht wie die mittelalterliche durch den Autoritätsglauben behindert war, übernahm noch in mehr oder weniger unkritischer Weise die Aristotelische Logik. Außer in England, wurde auch noch weiter der Ansicht gehuldigt, daß man mit Hilfe des erfahrungsfreien Denkens zu Offenbarungen über das Weltall gelangen könnte, die einem auf andere Weise nicht zuteil würden. Auf diesem Wege glaubte man z. B. beweisen

zu können, daß die Wirklichkeit gänzlich verschieden sei von dem, was sie der unmittelbaren Beobachtung gegenüber zu sein scheine. Diesen Glauben, in höherem Maße als irgendwelche besonderen aus ihm resultierenden Lehrsätze, möchte ich als das Hauptcharakteristikum der klassischen Tradition ansprechen. In ihm liegt meines Erachtens zugleich das entscheidende Hindernis gegen die Einnahme einer wissenschaftlichen Haltung auch auf dem Gebiete der Philosophie.

Die Art des Philosophierens, wie sie in der klassischen Tradition zum Ausdruck kommt, soll noch deutlicher gemacht werden an dem Beispiel eines ihrer Vertreter. Zu diesem Zwecke wollen wir uns einen Augenblick mit den Lehren des Herrn Bradley befassen, der augenblicklich offenbar diese Richtung am besten verkörpert. Herrn Bradleys Werk *Erscheinung und Wirklichkeit* besteht aus zwei Teilen, von denen der erste „*Erscheinung*", der zweite „*Wirklichkeit*" benannt ist. Die Untersuchung des ersten Teiles führt zur Verwerfung fast alles dessen, was unsere tägliche Welt ausmacht: Dinge und Qualitäten, Beziehungen, Raum und Zeit, Veränderung, Ursächlichkeit, Tätigkeit, das Ich. Alle diese, obgleich Tatsachen, welche die Wirklichkeit in gewissem Sinne ausmachen, sind nicht wirklich, wie sie erscheinen. Die Wirklichkeit ist ein einziges, unteilbares, zeitloses Ganzes, das Absolute genannt, und ist in gewisser Hinsicht spirituell, besteht aber weder aus Seele, noch aus Gedanke und Wille in der uns vertrauten Form. Alles dies behauptet Herr Bradley auf Grund abstrakt logischer Überlegungen, er verwirft die Kategorien, die — wie er vorgibt — Selbstwidersprüche enthalten, und

behauptet, über die Art des Absoluten, der man Realität zuzusprechen habe, bestehe kein Zweifel.

Ein kurzes Beispiel mag genügen, um die von Herrn Bradley bei diesem Beweise befolgte Methode zu illustrieren. Die Welt scheint erfüllt zu sein von vielen Dingen mit den verschiedensten Beziehungen untereinander — rechts und links, vor und nach, Vater und Sohn, usw. Die Beziehungen erweisen sich jedoch nach Herrn Bradley bei näherer Untersuchung als in sich selbst widerspruchsvoll und daher unmöglich. Er führt zunächst an, daß — wenn es Beziehungen gäbe — auch Qualitäten vorhanden sein müßten, zwischen denen sie bestünden. Bei diesem Teile seiner Beweisführung brauchen wir uns nicht aufzuhalten. Herr Bradley fährt dann aber fort:

„Wie aber anderseits die Beziehung sich zu den Qualitäten verhalten könnte, ist schlechterdings unvorstellbar. Wenn sie für die Qualitäten nichts bedeutet, so stehen diese überhaupt in keiner Beziehung, und wenn dies der Fall ist, so haben sie aufgehört, Qualitäten zu sein, und von einer Beziehung zwischen ihnen ist nicht weiter die Rede. Soll aber die Beziehung etwas für die Qualitäten sein, so kommen wir ohne Zweifel dahin, eine *neue* verbindende Beziehung zu fordern, denn die Beziehung kann unmöglich ein bloßes Anhängsel eines oder beider Glieder sein, wenigstens scheint sie als solches nicht zu rechtfertigen. Wenn sie aber in sich selbst etwas darstellt und nicht selbst in irgendeiner Beziehung zu den Gliedern steht, auf welche vorstellbare Weise kann sie dann mit den letzteren zusammengebracht werden? Hier aber werden wir von neuem in

den Strudel eines hoffnungslosen Beginnens hineingerissen, denn wir müssen ohne Ende weitere Beziehungen postulieren. Zwei Glieder werden durch ein Glied verbunden; dieses Bindeglied hat aber wiederum zwei Enden, von denen jedes ein neues Glied erfordert, um es mit dem ursprünglichen zu verknüpfen. Das Problem ist, das Verhältnis von Beziehung und Qualität zu ergründen, und dieses Problem ist unauflösbar[1]).“

Ich habe nicht die Absicht, diese Beweisführung im einzelnen zu untersuchen oder die Punkte aufzuzeigen, wo sie meiner Ansicht nach falsch ist. Ich habe sie nur angeführt als ein Beispiel für die Methode des Herrn Bradley. Jeder selbständig Urteilende wird mit mir darin übereinstimmen, daß diese Methode geeignet ist, eher Verwirrung als Klarheit zu schaffen, denn einen Irrtum darf man offenbar mit größerer Wahrscheinlichkeit in einem schwierigen, abstrakt geführten Beweise vermuten, als in der so offenkundigen Tatsache der gegenseitigen Verknüpftheit der Dinge in der Welt. Den frühesten griechischen Denkern, denen praktisch die Wissenschaft einzig durch die Geometrie verkörpert wurde, war es wohl möglich, dem Denken selbst dann willig zu folgen, wenn es zu sonderbaren Schlüssen führte. Für uns Heutige aber, mit unseren experimentellen Beobachtungsmethoden und unserer genauen Kenntnis der langen Geschichte der Irrtümer, zu denen das erfahrungsfreie Denken geführt hat, ist es natürlich geworden, einen Trugschluß zu wittern, wenn ein Beweis

[1]) „*Erscheinung und Wirklichkeit*“, pp. 32—33.

zu Schlüssen kommt, die offenkundig den Tatsachen Hohn sprechen. Allerdings liegt die Gefahr nahe, diesen berechtigten Argwohn zu weit zu treiben, und sehr wünschenswert ist es darum, nach Möglichkeit in jedem Falle die Art des Fehlers genau zu erkennen. Kein Zweifel besteht aber darüber, daß die Berücksichtigung der empirischen Tatsachen neuerdings von der Geisteshaltung der meisten Gebildeten unzertrennlich geworden ist. Diese Tatsache hat auch, in weit stärkerem Maße als logische Gründe, dahin gewirkt, daß der Einfluß, den die klassische Tradition auf die Philosophiebeflissenen, und alle gebildeten Kreise überhaupt ausübte, stark zurückgegangen ist.

Die Rolle der Logik in der Philosophie kann, wie ich später zu zeigen versuchen werde, nicht hoch genug eingeschätzt werden; ich glaube aber nicht, daß ihre Aufgabe die ist, welche ihr innerhalb der klassischen Tradition zugewiesen wurde. Dort wird ein negativer Satz als vollgültige Prämisse bewertet. Wo verschiedene Möglichkeiten auf den ersten Blick gleiche Wahrscheinlichkeit für sich zu haben scheinen, kommt man auf Grund dieser Logik dahin, alle außer einer einzigen zu verwerfen, die man dann für in der objektiven Welt verwirklicht erklärt. So wird die Welt mit Hilfe der Logik konstruiert, ohne, oder doch fast fast ohne daß auf die konkrete Erfahrung Rücksicht genommen würde. Die wahre Aufgabe der Logik ist, wie ich glaube, das gerade Gegenteil davon. Insoweit sie auf die Erfahrung angewendet wird, ist ihre Aufgabe eher analytischer als synthetischer Art; bei abstrakter Anwendung zeigt sie uns öfter die Möglichkeit bis dahin über-

sehener Alternativen, als daß sie die Unmöglichkeit von prima facie möglich erscheinenden Alternativen darlegte. So gibt sie zwar der Einbildungskraft freien Spielraum in bezug auf das, was die Welt *sein könnte*, sie lehnt es aber ab, kategorische Aussagen darüber zu machen, was die Welt *ist*. Diese veränderte Ansicht, welche auf Grund einer Umwälzung auf dem eigensten Gebiete der Logik hervorgerufen wurde, hat mit den anspruchsvollen Systemen der hergebrachten Metaphysik aufgeräumt, selbst in den Augen derer, die fest an die Allmacht der Logik glauben, während den Vielen, welche die Logik für ein Hirngespinst halten, die paradoxen Systembildungen, die aus ihr hervorwucherten, nicht einmal der Widerlegung wert erscheinen. So haben diese Systeme ihre Anziehungskraft überall verloren, und selbst die Philosophen zeigen immer deutlicher die Neigung, über sie zur Tagesordnung überzugehen.

Einige der Lieblingssätze der fraglichen Schule sollen noch kurz Erwähnung finden, um zu zeigen, was für Ansprüche diese stellt. Das Universum, so wird uns gesagt, ist ein „organisches Ganzes", ähnlich einem Tiere oder einem vollendeten Kunstwerk. Damit soll ungefähr gesagt werden, daß die verschiedenen Teile genau zueinander passen und zusammenwirken, und daß erst ihre Stellung im Ganzen sie zu dem macht, was sie sind. Diese Ansicht finden wir manchmal in dogmatischer Weise ausgesprochen, während sie zu anderen Zeiten durch bestimmte logische Argumente gestützt erscheint. Wenn sie richtig ist, so ist jeder Teil des Weltalls ein Mikrokosmos, ein winziges Spiegelbild des

Ganzen. Nach dieser Lehre wüßten wir über alles Bescheid, wenn wir nur uns selbst genau genug kennen würden. Der Unvoreingenommene würde dem allerdings entgegenhalten, daß es Menschen gibt — sagen wir in China — mit denen uns nur so mittelbare und nichtssagende Beziehungen verknüpfen, daß wir über sie aus keiner uns betreffenden Tatsache irgend etwas von Wert oder Wichtigkeit ableiten können. Wenn es auf dem Mars oder in noch entfernteren Teilen des Weltalls lebende Wesen gibt, so gilt für sie derselbe Einwand in verstärktem Maße. Ja noch mehr: vielleicht ist die räumliche und zeitliche Welt, in der wir leben, nur eine von vielen Welten, deren jede sich für das Ganze hält. So entpuppt sich uns die Idee von der notwendigen Einheit alles Seienden einfach als Mangel an Einbildungskraft, und eine fortgeschrittene Logik befreit uns von dem nichtssagenden Begriffsgebilde, das der Idealismus uns als „Totalität alles Seins" aufreden wollte.

Eine andere sehr wichtige Lehrmeinung, die von den meisten, wenngleich nicht allen Anhängern der klassischen Tradition verfochten wird, besagt, daß alles Wirkliche „geistig" oder „spirituell", oder daß jedenfalls alles Wirkliche in seiner Existenz vom Geistigen abhängig sei. Diese Ansicht finden wir des öfteren auch in die ausführlichere Form gekleidet, die Beziehung zwischen Wissendem und Gewußtem sei wesentlich und nichts könne existieren, es sei denn entweder ein Wissender oder ein Gewußtes. Hier wird dem erfahrungsfreien Denken wieder eine zu weitgehende Machtvollkommenheit eingeräumt, wenn man meint in dem

Begriff einer unbekannten Wirklichkeit Widersprüche zu finden. Auch das ist meines Erachtens falsch, und eine bessere Logik wird dartun, daß man der Ausdehnung des Unbekannten keine Grenzen setzen und seine Natur nicht näher bestimmen kann. Wenn ich vom Unbekannten spreche, so meine ich damit nicht nur, was uns persönlich unbekannt ist, sondern was überhaupt von niemandem gekannt wird. Wir haben hier den gleichen Tatbestand: die ältere Logik erblickt ihre Aufgabe darin, unter mehreren möglichen Ansichten eine Auswahl zu treffen, sie beschneidet der Phantasie die Flügel und bannt sie in die Region des Alltäglichen; die neuere Logik dagegen zeigt auf, was geschehen *kann*, und lehnt es ab, über das, was geschehen *muß*, Entscheidungen zu fällen.

Die klassische Tradition in der Philosophie ist das letzte überlebende Kind sehr verschieden gearteter Eltern: des griechischen Vertrauens in die Allmacht der Vernunft und des mittelalterlichen Glaubens an die Harmonie des Universums. Dem inmitten von Kriegsgreueln und Seuchen lebenden Gelehrten erschien nichts so köstlich wie Ordnung und Sicherheit. Ordnung und Sicherheit waren das Ideal seiner sehnsüchtigen Träume, und das Universum eines Thomas von Aquino oder eines Dante ist so klein und niedlich wie ein holländisches Interieur. Die ideale Welt, die wir Heutigen uns erträumen, wir, für die Sicherheit Eintönigkeit bedeutet, weil wir von dem Zustande der Urvölker so unendlich weit entfernt sind, daß deren Wildheit uns in unserer Gewöhnung an Ordnung sogar als angenehme Würze des Lebens erscheinen kann — diese Traumwelt ist sehr

verschieden von der, die man sich inmitten der Kämpfe zwischen Welfen und Ghibellinen zurechtgezimmert hat. Daher William James' Widerspruch gegen das, was er das „block universe"[1]) der klassischen Tradition nennt, daher Nietzsches Verherrlichung der Stärke; daher der Blutdurst, der in den Schriften so manches sonst friedlichen Gelehrten zum Ausdruck kommt. Die barbarischen Instinkte, die noch auf dem Grunde der menschlichen Natur schlummern und durch Taten nicht befriedigt werden, finden so wenigstens in der Phantasie die Möglichkeit, sich auszuwirken. Diese Tendenz macht sich in der Philosophie so gut bemerkbar wie anderweitig; mehr als logische Gründe es zu tun vermöchten, hat sie dahin gewirkt, daß die klassische Tradition einer Philosophie Platz machen mußte, die sich für männlicher und lebenstüchtiger hält.

B. Der Evolutionismus

Zum Evolutionismus in der einen oder anderen Form bekennt sich die Mehrzahl aller Zeitgenossen. Er beherrscht unsere Politik, unsere Literatur und nicht zum wenigsten unsere Philosophie. Die Namen Nietzsches, des Pragmatismus und Bergsons bedeuten Phasen in seiner philosophischen Entwicklung, und ihre Bekanntheit weit über die Kreise der Philosophen von Beruf hinaus zeigt deutlich, wie sehr er sich im Einklang mit dem Geiste unserer Zeit befindet. Der Evolutionismus

[1]) Der Ausdruck „block universe" ist von James für die Vorstellung einer wie ein Block nach allen Seiten hin abgeschlossenen Welt geprägt worden, um den Gegensatz zu seiner eigenen, pluralistischen Weltauffassung zu bezeichnen (Anm. d. Übersetzers).

hält sich für wissenschaftlich begründet, er verheißt allen Hoffnungen Erfüllung, er verleiht einen tatenfördernden Glauben an die Macht des Menschen, er glaubt ein sicheres Gegenmittel zu sein gegen die erdrückende Autorität des griechischen Rationalismus und der mittelalterlichen Dogmatik. Gegen einen so verbreiteten und wohltuenden Glauben Einspruch zu erheben, mag von vornherein als nutzlos erscheinen, und in vielen Punkten muß ja auch jeder modern Denkende mit ihm einverstanden sein. Ich glaube aber doch, daß man in der Trunkenheit des schnell errungenen Sieges manches vergessen hat, das zu einem wirklichen Verständnis der Welt unbedingt erforderlich ist. Ein wenig vom Geist des Griechentums muß der neue Geist erst noch in sich aufnehmen, ehe aus dem jugendlichen Eifer männliche Weisheit erblühen kann. Ich halte es auch für an der Zeit, daran zu erinnern, daß die Biologie weder die einzige Wissenschaft, noch auch das Vorbild ist, nach dem alle anderen Wissenschaften sich zu richten hätten. Der Evolutionismus ist, wie ich zu zeigen versuchen will, keine im wahren Sinne des Wortes wissenschaftliche Philosophie, weder in seiner Methode, noch in den Problemen, die er behandelt. Die wahre wissenschaftliche Philosophie ist schwerer zugänglich und mühevoller, sie wendet sich nur an die Kreise, die an objektiven wissenschaftlichen Fragen ein uneigennütziges Interesse nehmen, und sie verlangt endlich von ihren Jüngern, daß sie sich in eine scharfe geistige Zucht nehmen, wenn sie ihre Studien mit Erfolg betreiben wollen.

Darwins *Ursprung der Arten* erweckte die Über-

zeugung, daß die Unterschiede zwischen den verschiedenen Arten der Tiere und Pflanzen nicht so feststehend und unveränderlich sind, wie sie uns scheinen. Die Lehre von den natürlichen Arten, die die Klassifikation so leicht und bestimmt gemacht und als ein Bestandteil der Aristotelischen Philosophie unter dem Schutze des orthodoxen Dogmas gestanden hatte, wurde plötzlich für immer aus der Biologie ausgemerzt. Darwin zeigte, daß der Abstand zwischen dem Menschen und den niederen Tieren, der uns so ungeheuer groß erscheint, allmählich entstanden ist und daß es Zwischenglieder gibt, die mit Sicherheit weder innerhalb noch außerhalb der menschlichen Familie einzuordnen sind. Von der Sonne und den Planeten hatte schon Laplace gezeigt, daß sie wahrscheinlich aus einem ursprünglichen mehr oder weniger undifferenzierten Nebel entstanden sind. Damit begannen die alten, festen Marksteine zu wanken und alle scharfen Grenzlinien wurden verwischt; die Begriffe der Gestirne wie der Arten von Tieren und Pflanzen flossen ins Ungewisse auseinander, und niemand konnte sagen, wo sie beginnen und wo sie endigen.

Aber wenn auch der menschliche Geist durch die Entdeckung seiner Verwandtschaft mit dem Affen für einen Augenblick verblüfft war, so fand er doch bald einen Weg, auf dem er das verlorene Selbstbewußtsein wiedererlangen konnte, und dieser Weg ist die evolutionistische „Philosophie". Der Verwandlungsprozeß von der Amöbe zum Menschen schien den Philosophen ein offenbarer Fortschritt zu sein, obwohl niemand sagen kann, ob die Amöbe diese Ansicht teilen würde.

So wurde die lange Reihe von Veränderungen, welche die Naturwissenschaft als die wahrscheinliche Geschichte der Vergangenheit aufgezeigt hatte, als ein Vorgang begrüßt, der eine gesetzmäßige Entwicklung des Weltalls zum Guten hin offenbare, als die Evolution, die Entfaltung eines Ideals, das sich langsam in der Welt verkörpern sollte. Diese Ansicht konnte aber, obgleich sie Spencer und den Evolutionisten Hegelscher Observanz genügte, die überzeugteren Vertreter der Theorie nicht befriedigen. Ein Ideal, dem die Welt sich dauernd nähert, erscheint diesen letzteren zu leblos und statisch, als daß eine begeisternde Inspiration von ihm ausgehen könnte; nicht nur das Streben, auch das erstrebte Ideal muß sich im Laufe der Entwicklung verändern; es darf kein festes Ziel geben, sondern eine fortwährende Gestaltung neuer Bedürfnisse unter dem Impuls des Lebens, das allein dem ganzen Vorgang Einheitlichkeit verleiht.

Seit dem 17. Jahrhundert stehen diejenigen, welche William James uns als die „Zartbesaiteten" schildert, in fortwährendem erbittertem Kampfe gegen die mechanistische Naturauffassung, zu welcher die Physik mit zwingender Notwendigkeit zu führen scheint. Die Anziehungskraft der klassischen Tradition beruhte zu einem nicht geringen Teile darauf, daß sie es bis zu einem gewissen Grade möglich machte, dem Mechanismus zu entgehen. Jetzt aber sind diese „Zartbesaiteten" zu der Ansicht gekommen, daß mit Hilfe der Ergebnisse der Biologie ein entscheidender Schlag gegen den Mechanismus geführt werden könne, ein Schlag, durch den gleichzeitig nicht nur die physikalischen Gesetze

beseitigt würden, sondern auch der ganze scheinbar keiner Wandlung unterworfene Apparat der Logik mit seinen feststehenden Begriffen, seinen allgemeinen Grundsätzen und seinen Beweismethoden, die fähig scheinen, die Zustimmung selbst der am meisten Widerstrebenden zu erzwingen. Die ältere Teleologie, die im Zweck ein feststehendes Ziel gesehen hatte, das während unserer allmählichen Annäherung schon langsam erkennbar wird, findet vor den Augen des Herrn Bergson keine Gnade, da sie — wie er meint — der Tatsache, daß alles im Flusse ist, nicht genügend Rechnung trägt. Nachdem Herr Bergson ausgeführt hat, aus welchem Grunde er den Mechanismus ablehnt, fährt er folgendermaßen fort[1]):

„Der extreme Finalismus ist aber genau so unannehmbar, und zwar aus demselben Grunde. Der teleologische Standpunkt besagt in seiner radikalen Form, in der er z. B. von Leibniz vertreten wird, daß Dinge wie Lebewesen nur ein im voraus aufgestelltes Programm verwirklichen. Wenn es aber in der Welt nichts Unvorhergesehenes, keine Erfindung oder Schöpfung geben soll, so verliert die Zeit wiederum ihren Sinn. Genau wie in der mechanistischen Hypothese, wird auch hier alles als gegeben vorausgesetzt, und in dieser Gestalt ist der Finalismus nichts Anderes als eine Umkehrung des Mechanismus. Man kommt zu ihm auf Grund derselben logischen Forderungen, und ich sehe gegenüber dem Mechanismus nur den einen Unterschied, daß hier während der Bewegung unseres in der Endlich-

[1]) *Schöpferische Entwicklung,* englische Übersetzung, p. 41.

keit beschränkten Verstandes durch die Zeit, die zu bloßem Schein geworden ist, die unseren Weg erhellende Fackel vor, statt hinter uns gehalten wird. Der Finalismus setzt die anziehende Kraft der Zukunft an die Stelle der treibenden Kraft der Vergangenheit, das ist alles. Dabei bleibt trotz allem die Zeitfolge bloßer Schein, wie in Wahrheit auch die Bewegung selbst. In dem System des Leibniz erscheint die Zeit als eine vom menschlichen Standpunkt bedingte, unklare Vorstellung, die für einen ins Innere der Natur blickenden Geist verschwinden würde wie steigender Nebel.

„Der Finalismus ist aber nicht, wie der Mechanismus, eine fest und scharf abzugrenzende Lehrmeinung, sondern er ist mannigfachster Modifikation fähig. Die mechanistische Philosophie muß angenommen oder abgelehnt werden. Der letztere Fall tritt ein, sobald auch nur das geringste Staubkörnchen von dem ihm mechanisch vorgezeichneten Wege abirrt und dadurch einen Funken Spontaneität offenbart. Die Lehre von der Zweckursächlichkeit kann dagegen niemals endgültig widerlegt werden; wird sie in der einen Form unhaltbar, so nimmt sie eine andere an, denn ihr dem Wesen nach psychologisches Prinzip ist ungemein anpassungsfähig. Es ist so dehnbar, und darum so umfassend, daß man sich in gewisser Weise schon zu ihm bekennt, sobald man den reinen Mechanismus ablehnt. Darum wird auch die im vorliegenden Werke verfochtene Theorie notwendigerweise in gewissen Punkten mit dem Finalismus übereinstimmen."

Die von Herrn Bergson vertretene Form des Finalismus ist begründet in seiner Auffassung vom Leben.

Das Leben erscheint in seiner Philosophie dargestellt als ein kontinuierlicher Strom, in dem alle Einschnitte künstlich und unwirklich sind. Alles Individuelle, Anfang und Ende sind bloße konventionelle Fiktionen, in Wahrheit gibt es nur glatte, allmähliche Übergänge vom einen zum andern. Was wir heute glauben, mag für heute als wahr gelten, wenn es uns hilft, im Strome des Lebens richtig zu steuern; morgen aber ist es schon falsch und muß durch andere Ansichten ersetzt werden, die der veränderten Lage Rechnung tragen. Unser gesamtes Denken arbeitet mit solchen konventionellen Fiktionen, mit imaginären Erstarrungsprodukten des lebendigen Stromes; das wirkliche Geschehen aber geht weiter, ohne sich um unsere fiktiven Einschnitte zu kümmern, und obwohl man das Wirkliche erleben kann, vermag man es gedanklich nicht zu erfassen. Im Hintergrunde dieser Ausführungen steht, obgleich nicht deutlich ausgesprochen, die tröstliche Versicherung, die Zukunft könne zwar nicht vorausgesehen werden, jedenfalls aber werde sie besser sein als Vergangenheit und Gegenwart. Dabei geht es dem Leser ein wenig wie dem Kinde, das eine Näscherei erwartet, weil es aufgefordert wurde, den Mund zu öffnen und die Augen zu schließen. Für Logik, Mathematik und Physik ist in dieser Philosophie kein Raum, sie sind zu „statisch"; *wirklich* ist allein ein Drängen und Gleiten einem Ziele entgegen, das wie der Regenbogen vor dem Näherkommenden zurückweicht, wobei auch alle Örtlichkeiten als verschieden von dem befunden werden, was sie aus der Entfernung zu sein schienen.

Ich habe nicht die Absicht, schon jetzt in eine ge-

naue Untersuchung der Bergsonschen Philosophie einzutreten; im gegenwärtigen Augenblick möchte ich nur zwei kritische Bemerkungen über sie machen, nämlich erstens, daß die Tatsachen der biologischen Forschung nicht für ihre Wahrheit sprechen. Sie ist ferner von so ausschließlich praktischen Interessen und Motiven inspiriert, die behandelten Probleme sind so spezieller Natur, daß sie kaum das Verdienst in Anspruch nehmen kann, zur Lösung der Fragen, mit denen sich nach meinem Dafürhalten die wahre Philosophie befassen sollte, irgend etwas von bleibendem Wert beigetragen zu haben.

1. Die biologische Forschung hat die Entstehung der Arten durch Anpassung wahrscheinlich gemacht. Diese Tatsache ist außerordentlich interessant, aber Folgerungen philosophischer Art ergeben sich nicht aus ihr. Die Philosophie geht auf das Allgemeine, sie nimmt ein unparteiisches Interesse an allem, was ist. Die Veränderungen an winzig kleinen Teilchen der Materie der Erdoberfläche sind zwar von größter Bedeutung für den Menschen als handelndes und empfindendes Wesen, den Philosophen dagegen interessieren sie nicht in höherem Maße als irgendeine beliebige Veränderung, die irgendwo sonst an irgendwelcher Materie stattfindet. Wenn auch die Veränderungen der Erdoberfläche in den letzten Jahrmillionen, an unseren ethischen Begriffen gemessen, ihrer Natur nach ein Fortschritt zu sein scheinen, so ist doch diese Tatsache noch kein genügender Grund für die Annahme, der Fortschritt sei ein allgemeines, das Universum beherrschendes Gesetz. Wenn hier nicht der Wunsch der Vater des Ge-

dankens wäre, so würde niemand auch nur für einen Augenblick eine so grobe Verallgemeinerung auf Grund so geringen Tatsachenmaterials gutheißen. Aus den Ergebnissen nicht nur der Biologie, sondern aller Wissenschaften, die sich mit der Welt der Materie befassen, geht eine Tatsache klar hervor, nämlich, daß wir die Welt nicht begreifen können, solange wir nicht Veränderung und Stetigkeit ihrem innersten Wesen nach verstehen. Diese Tatsache tritt in der Physik noch bestimmter hervor, als in der Biologie. Die Analyse der Begriffe Veränderung und Stetigkeit ist aber kein Problem, auf das Physik oder Biologie irgendwelches Licht werfen könnten, sie ist vielmehr ein Problem völlig neuer Art, das dementsprechend zu seiner Lösung neue Methoden verlangt. Die Frage, ob der Evolutionismus auf dieses Problem eine richtige oder eine falsche Antwort gibt, kann darum nicht gelöst werden auf Grund von Einzeltatsachen, wie Biologie und Physik sie liefern. Indem der Evolutionismus die Frage dogmatisch beantwortet, hört er auf, wissenschaftlich zu sein, aber auch philosophisch ist er nur insofern, als er diese in das Gebiet der Philosophie gehörige Frage berührt. Der Evolutionismus besteht sonach aus zwei Teilen. Der erste Teil ist nicht philosophischer Art, und besteht nur in einer voreiligen Verallgemeinerung, über deren Berechtigung oder Nichtberechtigung sich zu äußern, Aufgabe der Einzelwissenschaften sein wird. Der andere Teil dagegen ist nicht wissenschaftlich, sondern ein bloßes unbewiesenes Dogma, das durch seinen Gegenstand zwar in das Gebiet der Philosophie gehört, in den Tatsachen aber in keiner Weise eine Stütze findet.

2. Der Evolutionismus ist vorwiegend interessiert an der Frage nach dem Schicksal der menschlichen Rasse oder doch wenigstens dem Schicksal des Lebendigen. Das Gleiche gilt allerdings von vielen anderen Philosophien auch, und ein Verlangen nach der besonderen Art von Wissen, welche die Philosophie gewähren kann, ist noch sehr selten anzutreffen. Wenn aber die Philosophie eine Wissenschaft werden soll — und der Zweck dieser Vorlesungen ist es ja gerade, zu untersuchen, wie dieses Ziel erreicht werden kann — so ist es vor allem notwendig, daß ihre Vertreter sich den uneigennützigen, nur der Sache dienenden Wissensdurst, der den echten Wissenschaftler auszeichnet, zu eigen machen. Ein Wissen über die Zukunft, das wir brauchen, wenn wir über das Geschick der menschlichen Rasse etwas wissen wollen, ist möglich innerhalb bestimmter, ziemlich eng gezogener Grenzen. Es ist heute noch nicht zu sagen, wie weit diese Grenzen mit dem Fortschritt der Wissenschaft hinausgeschoben werden können, eins aber kann schon jetzt mit Bestimmtheit behauptet werden, daß nämlich jede Theorie über die Zukunft ihrem Gegenstand nach in das Gebiet einer bestimmten Einzelwissenschaft gehört und — wenn überhaupt — nur nach den Methoden eben dieser Einzelwissenschaft wahrscheinlich gemacht werden kann. Die Philosophie aber ist alles andere als nur ein abgekürzter Weg zu den Ergebnissen der Einzelwissenschaften; wenigstens sofern sie wissenschaftlich sein soll, muß sie ein eigenes Gebiet haben und nach Ergebnissen streben, die von den anderen Wissenschaften weder bestätigt noch widerlegt werden können.

Die Erwägung, daß die Philosophie, wenn es überhaupt so etwas gibt, ihre eigenen Sätze aufzustellen hat, die in den anderen Wissenschaften nicht vorkommen können, ist von überaus weittragender Bedeutung. Alle Fragen von menschlichem Interesse, wie etwa die Frage nach einem zukünftigen Leben, gehören, wenigstens theoretisch, in das Gebiet bestimmter Einzelwissenschaften und können, wiederum wenigstens in der Theorie, auf Grund empirischer Tatsachen entschieden werden. Die Philosophen aber haben sich früher nur allzu oft vermessen, über empirische Fragen zu sprechen. Die Folge war meist, daß sie sich zu feststehenden Tatsachen in Widerspruch setzten. Die Hoffnung, daß die Philosophie auch andere als objektiv wissenschaftliche Fragen beantworten könnte, müssen wir also endgültig aufgeben. Was von ihr erwartet werden kann, wenn sie von allen praktischen Zwecken befreit wird, ist einmal, daß sie uns hilft, uns von der Welt ein einheitliches Gesamtbild zu machen, zweitens, daß sie uns die Analyse bekannter, aber komplexer Begriffe ermöglicht. Auf diesem Wege kann sie sich durch Aufstellung fruchtbarer Hypothesen den anderen Wissenschaften mittelbar nützlich erweisen, besonders der Mathematik, der Physik und der Psychologie. Eine wirklich wissenschaftliche Philosophie kann allerdings nicht hoffen, in weiteren Kreisen Interesse zu erwecken; sie wird sich nur an diejenigen wenden können, die den ernsthaften Wunsch haben, zu begreifen, und die Sehnsucht, dem intellektuellen Chaos zu entrinnen. Die wissenschaftliche Philosophie gewährt in ihrem eigenen Problemkreise denselben Grad von Gewißheit wie die

exakten Wissenschaften, sie gibt aber nicht — und versucht auch gar nicht, sie zu geben — die Lösung des Problemkomplexes, der sich um das Schicksal der Menschheit und des Universums gruppiert.

Wenn diese meine Ansicht richtig ist, so muß der Evolutionismus als eine übereilte Verallgemeinerung bestimmter spezieller Tatbestände angesehen werden, mit der eine dogmatische Ablehnung aller Versuche, dem Problem auf analytischem Wege näherzukommen, und ein Vorwiegen der praktischen gegenüber den theoretischen Interessen Hand in Hand gehen. Trotzdem diese Philosophie sich auf Einzelergebnisse verschiedener Wissenschaften stützt, kann also auch sie nicht mit größerer Berechtigung auf den Namen einer Wissenschaft Anspruch machen als die klassische Tradition, an deren Stelle sie getreten ist. In welcher Weise es möglich ist, die Philosophie wissenschaftlich zu gestalten und was ihr eigentlicher Gegenstand ist, das werde ich zuerst an dem Beispiel bestimmter Einzelergebnisse, danach auch noch in grundsätzlicher Weise zu zeigen versuchen. Wir werden dabei beginnen mit den physikalischen Begriffen Raum, Zeit und Materie, gegen die, wie wir gesehen haben, die Evolutionisten Sturm laufen. Daß diese Begriffe einer Rekonstruktion dringend bedürftig sind, wird allgemein zugegeben, und aus den Kreisen der Physiker selbst mehren sich die Stimmen, die dieselbe Forderung aufstellen. Ohne weiteres zuzugeben ist auch, daß die vorzunehmende Rekonstruktion dieser Begriffe in höherem Maße auf den beständigen Wechsel und den Fluß aller Dinge Rücksicht nehmen muß, als dies in der

älteren Mechanik mit ihrem Grundbegriff einer unvergänglichen Materie geschieht. Ich bin aber nicht der Ansicht, daß die notwendige Rekonstruktion in der von Herrn Bergson eingeschlagenen Richtung zu suchen wäre, und seine Ablehnung der Logik kann ich nur als verhängnisvoll ansehen. Indessen halte ich es für besser, statt den Evolutionismus des Herrn Bergson Punkt für Punkt zu widerlegen, lieber den Weg selbständiger Untersuchung zu beschreiten, wobei ich von dem ausgehen werde, was dem unvoreingenommenen gesunden Menschenverstand als Tatsache erscheint. An diese primären Daten werde ich mich stets so eng halten, wie es sich mit den Anforderungen der Folgerichtigkeit vereinbaren läßt.

Obwohl ich also, wie gesagt, in der Philosophie von einer Auseinandersetzung auf logischem Boden nichts halte, da Philosophen stets aneinander vorbeireden, erscheint es mir doch geboten, wenigstens einige Worte zur Rechtfertigung der wissenschaftlichen gegenüber der mystischen Einstellung vorauszuschicken. Die Metaphysik ist von jeher entweder aus der Vereinigung oder aber aus dem Konflikt dieser beiden entstanden. Unter den ersten griechischen Philosophen hatten die Ionier eine mehr wissenschaftliche, die Sizilier eine überwiegend mystische Veranlagung[1]). Unter den letzteren aber stellte Pythagoras wieder eine merkwürdige Mischung dieser beiden Tendenzen dar. Die wissenschaftliche Einstellung führte ihn zu der Entdeckung des Satzes vom rechtwinkligen Dreieck, während my-

[1]) cf. Burnet, *Die ältesten griechischen Philosophen*, pp. 85ff.

stische Intuition ihm offenbarte, daß es Sünde sei, Bohnen zu essen. Natürlich genug, daß seine Anhänger sich in zwei Parteien spalteten: solche, die Geschmack an rechtwinkligen Dreiecken fanden, und solche, die keine Bohnen aßen. Die ersteren starben bald aus; als ein Erbteil von ihnen liegt aber so etwas wie ein mystischer Hauch über der mathematischen Spekulation der meisten griechischen Denker, besonders über den mathematischen Anschauungen Platos. Dieser letztere verkörpert natürlich sowohl die wissenschaftliche wie auch die mystische Geisteshaltung auf höherer Stufe als seine Vorgänger; die stärkere von beiden ist aber entschieden die mystische, sie trägt letzten Endes stets den Sieg davon, wenn beide in Konflikt geraten. Plato übernahm überdies von den Eleaten den Einfall, die Logik als Waffe gegen den gesunden Menschenverstand zu benutzen und so dem Mystizismus Tür und Tor zu öffnen — ein Kunstgriff, der übrigens noch in unseren Tagen von den Vertretern der klassischen Tradition geübt wird.

Diese zur Rechtfertigung des Mystizismus mißbrauchte Logik scheint mir fehlerhaft, selbst als Logik, und die Aufgabe einer späteren Vorlesung wird es sein, dies im einzelnen zu beweisen. Die entschiedeneren Mystiker verwenden aber auch die von ihnen verachtete Logik gar nicht mehr; sie berufen sich statt dessen auf ihre unmittelbaren Eingebungen. Der ausgeprägte Mystizismus ist jetzt im Westen allerdings selten geworden, etwas davon ist aber noch immer in den Denkgewohnheiten vieler Menschen zu finden, besonders da, wo sie feststehende, wenngleich nicht auf Evidenz gegründete, Überzeugungen haben. Alle diejenigen, die mit leiden-

schaftlicher Hingebung nach höheren Gütern suchen, sind beherrscht von der unwiderstehlichen Überzeugung, daß es etwas Höheres und Wesentlicheres geben muß, als die Vielheit der Einzeltatsachen, wie sie von der Wissenschaft aufgezeichnet und klassifiziert wird. Sie glauben wahrzunehmen, daß hinter dem Schleier der Erscheinungswelt etwas dem Wesen nach gänzlich Verschiedenes undeutlich schimmert, etwas, das in hellem Glanze nur in den Augenblicken der inneren Erleuchtung aufstrahlt, die allein uns echtes Wissen um die Wahrheit vermitteln können. Den wahren Weg zur Wahrheit geht nach ihrer Meinung also, wer solche Augenblicke zu erleben sucht und nicht, wie der Naturwissenschaftler, kühl beobachtet, ohne innere Anteilnahme analysiert, und unbedingt Alltägliches und Außerordentliches als gleich wirklich anerkennt.

Über die Realität oder Irrealität der Welt des Mystikers vermag ich nichts zu sagen. Ich will ihre Wirklichkeit nicht leugnen, auch nicht etwa behaupten, daß die unmittelbare Einsicht, auf die sie gegründet ist, nicht gültige Erkenntnis wäre. Was ich behaupte — und hier wird eine wissenschaftliche Einstellung allerdings zur gebieterischen Pflicht — ist, daß die unmittelbare Erkenntnis, solange sie nicht durch Beweise gestützt wird, keine genügende Bürgschaft für die Wahrheit ist — trotz der Tatsache, daß die Entdeckung der Wahrheit in den meisten Fällen durch sie angeregt wird. Es ist allgemein üblich, von einem Gegensatze zwischen dem Instinkt, dem angeborenen Erkenntnisvermögen, und dem Verstande zu sprechen. Im 18. Jahrhundert wurde dieser Gegensatz zugunsten

des Verstandes entschieden; unter dem Einfluß Rousseaus und der Romantik wurde dagegen der eingeborenen Erkenntnis der Vorrang eingeräumt, zunächst von seiten derer, die sich gegen unnatürliche, verkünstelte Regierungs- und Denkformen auflehnten, später — als die Rechtfertigung der überkommenen Theologie mit rein rationalen Mitteln immer schwieriger wurde — auch von seiten aller derer, die in der Naturwissenschaft einen Feind der Glaubensdogmen witterten, die ein Teil ihrer idealistischen Weltanschauung waren. Unter dem Namen „Intuition" hat Bergson das eingeborene Erkenntnisvermögen zum alleinigen Schiedsrichter über die metaphysische Wahrheit erhoben. Der Gegensatz zwischen Einsicht und Verstand beruht aber in Wahrheit hauptsächlich auf Selbsttäuschung. Die unmittelbare Einsicht oder, mit Bergson, die Intuition, erweckt zwar in uns die Überzeugungen, die nachträglich auf Grund verstandesmäßiger Überlegung entweder bestätigt oder verworfen werden, diese Bestätigung aber, wo eine solche überhaupt möglich ist, ergibt sich auch nur aus der Übereinstimmung mit anderen Überzeugungen, die letzten Endes ebenso instinkiv gewonnen sind. Der Verstand hat mehr eine prüfende und ausgleichende, als eine schöpferische Funktion; die Intuition dagegen ist es, die — selbst auf dem Gebiete der reinen Logik — Neues entdeckt.

Daß unmittelbar Einsicht und Verstand in Widerstreit geraten, kommt hin und wieder vor in bezug auf einzelne Anschauungen, die man instinktiv festhält und gegen deren Preisgabe man sich hartnäckig wehrt, wie groß auch immer ihre Widersprüche gegenüber

anderen Überzeugungen sein mögen. Der Instinkt unterliegt, wie alle menschlichen Fähigkeiten, dem Irrtum. Diejenigen, die nach der Seite des Verstandes hin schwächer begabt sind, sind oftmals nicht gewillt, dies in bezug auf ihre eigene Person zuzugeben, obgleich es in bezug auf andere jedermann einsieht. Am wenigsten irrt sich der Instinkt in praktischen Dingen, wo gutes Urteilsvermögen eine Waffe im Kampfe ums Dasein ist. Freundschaft oder Feindschaft zum Beispiel werden trotz geschicktester Verstellung von anderen häufig mit erstaunlichem Scharfblick erkannt. Selbst hier kann infolge von Zurückhaltung oder Schmeichelei ein falscher Eindruck entstehen; in weniger praktischen Dingen dagegen, wie die Philosophie sie zum Gegenstand hat, können leicht sehr feste intuitiv gewonnene Überzeugungen vollkommen falsch sein, wie aus ihrer Unvereinbarkeit mit anderen, ebenso festen Überzeugungen zur Genüge hervorgeht. Aus solchen Erwägungen ergibt sich, wie unentbehrlich die vermittelnde Tätigkeit des Verstandes ist, durch welche unsere unmittelbaren Überzeugungen auf Grund ihrer gegenseitigen Vereinbarkeit einer kritischen Prüfung unterzogen und in zweifelhaften Fällen die möglichen Fehlerquellen auf beiden Seiten untersucht werden. Damit soll gar nichts gegen die unmittelbare Einsicht als Ganzes gesagt sein, vielmehr nur gegen das blinde Vertrauen auf einzelne ihrer Eingebungen unter Ausschluß aller anderen, die zwar weniger interessant erscheinen, aber denselben Anspruch auf Glaubwürdigkeit erheben können. Solche Einseitigkeit, nicht die instinktive Erkenntnis selbst, soll der Verstand korrigieren.

Diese allmählich schon Gemeingut gewordene Ansicht soll aber noch durch ein Beispiel erläutert werden, indem wir von dem sich aus ihr ergebenden Standpunkt aus einen Blick werfen auf Bergsons Rechtfertigung der Intuition gegenüber dem Intellekt. Es gibt nach Bergson zwei grundverschiedene Wege, einen Gegenstand kennenzulernen. Der erste bedingt, daß wir uns rund um ihn herumbewegen, der zweite, daß wir in sein Inneres eindringen. Wenn wir den ersten Weg einschlagen, so sind wir abhängig von unserem jeweiligen Standpunkt und den Symbolen, durch die wir uns ausdrücken, auf dem zweiten dagegen sind wir von beiden unabhängig. Von der im ersten Falle erlangten Art des Wissens kann man sagen, daß sie nur bis zum Relativen gelange, von der im zweiten Falle erlangten Art dagegen (wo dieser Weg gangbar ist), daß sie bis zum Absoluten vordringe[1]." Die Intuition — denn sie ist es, die den zweiten Weg beschreitet — ist nach Bergson „eine Art intellektueller Sympathie, durch welche man sich in das Innere eines Gegenstandes versetzt, um das Einmalige und darum Unausdrückbare in ihm zu erfühlen" (p. 6). Zur Erläuterung zieht er die Selbstkenntnis heran: „Es gibt auf jeden Fall *eine* Wirklichkeit, deren wir von innen heraus, d. h. durch Intuition und nicht durch bloße Zergliederung, habhaft werden. Das ist unsere eigene Persönlichkeit in ihrem Dahingleiten durch die Zeit, unser unvergängliches Ich" (p. 8). Der Rest von Bergsons Philosophie besteht darin, daß er — durch das unvollkommene Hilfsmittel

[1]) *Einführung in die Metaphysik*, p. 1.

der Sprache — von seinem durch Intuition erlangten Wissen Mitteilung macht und im Anschluß daran alles „vorgebliche Wissen", das Wissenschaft und gesunder Menschenverstand liefern, in Grund und Boden verdammt.

Da Bergson in einem Widerstreit zwischen instinktmäßigen Überzeugungen Partei ergreift, bedarf sein Verfahren der Rechtfertigung durch den Nachweis, inwiefern die eine Überzeugung glaubwürdiger ist als die andere. Diesen Nachweis versucht Bergson auf verschiedene Weise zu führen; einmal, indem er erklärt, der Intellekt sei eine rein praktische Fähigkeit, bestimmt, uns den Kampf ums Dasein zu erleichtern, zweitens, indem er bemerkenswerte Leistungen des Instinkts in Tieren anführt und auf besondere Eigenschaften der Welt hinweist, die zwar auf intuitivem Wege begriffen werden können, aber aller Anstrengungen des Verstandes, wie er ihn interpretiert, spotten.

Zu Bergsons Theorie, der Intellekt sei ein bloß praktisches, im Kampfe ums Dasein entwickeltes Vermögen und nicht eine Quelle richtiger Überzeugungen, ist erstens zu sagen, daß wir nur durch den Intellekt überhaupt etwas vom Kampfe ums Dasein und von unseren biologischen Vorfahren wissen und daß, wenn der Intellekt irreführend ist, wahrscheinlich die ganze auf logischem Wege erschlossene Entwicklungslehre hinfällig ist. Wenn wir aber mit Herrn Bergson annehmen, die Entwicklung sei so verlaufen, wie Darwin sie sich vorstellte, so haben sich nicht nur unsere intellektuellen, sondern alle unsere Anlagen unter dem Drucke des Zwanges zu praktischer Nützlichkeit höher

entwickelt. Auch die Intuition sehen wir da auf der höchsten Stufe, wo sie unmittelbaren Nutzen bringt, zum Beispiel bei der Einfühlung in Anlagen und Charakter anderer Menschen. Bergson ist offenbar der Ansicht, daß die Fähigkeit dazu sich aus dem Kampfe ums Dasein weniger ungezwungen erklären lasse, als zum Beispiel die Veranlagung für reine Mathematik. Aber der Wilde, der sich durch falsche Freundschaft täuschen läßt, bezahlt seinen Irrtum vielleicht mit dem Leben, während selbst bei dem höchstkultivierten Volke wegen Unwissenheit in der Mathematik niemand hingerichtet wird. Alle die von Bergson als Beispiel angeführten Leistungen der Intuition in Tieren haben einen sehr konkreten, direkt nachweisbaren Wert im Kampfe ums Dasein. Richtig ist natürlich, daß sowohl Intuition wie Intellekt entwickelt worden sind, weil sie nützlich sind, und daß sie, grob gesagt, nützlich sind, solange sie uns richtige Erkenntnis vermitteln, und verderblich werden, sobald sie uns täuschen. Innerhalb der hochkultivierten Menschheit wird der Intellekt, gleich gewissen künstlerischen Fähigkeiten, bei einzelnen gelegentlich über den Punkt hinaus entwickelt, bis zu dem er dem Individuum von Nutzen ist, während die intuitiven Fähigkeiten mit fortschreitender Zivilisation im ganzen zu verkümmern scheinen. Die letzteren sind besser entwickelt in Kindern als in Erwachsenen, besser in den unteren Schichten des Volkes als in den Kreisen der Gebildeten; in Hunden sind sie wahrscheinlich größer als jemals im Menschen. Wer aber in diesen Tatsachen eine Empfehlung für die Intuition sieht, sollte auch die Konsequenzen ziehen und wieder wild in den Wäl-

dern herumlaufen, sich bunt anmalen und von Heuschrecken und wildem Honig leben.

Lassen Sie uns nun untersuchen, ob der Intuition die Unfehlbarkeit, die Bergson für sie in Anspruch nimmt auch wirklich zukommt. Nach ihm ist der beste Beleg dafür unsere Bekanntschaft mit uns selbst. Wirkliche Kenntnis des eigenen Wesens ist aber schon dem Sprichwort nach schwierig zu erlangen und darum selten anzutreffen. In der Natur der meisten Menschen finden sich kleine Eitelkeiten und mißgünstige Regungen, von denen sie meist nicht das Geringste ahnen, trotzdem ihre Freunde sie meist durchschauen. Allerdings wohnt der Intuition eine Überzeugungskraft inne, die dem Intellekt abgeht, und in dem Augenblick, wo man ihre Offenbarungen empfängt, ist es fast unmöglich, deren Wahrheit anzuzweifeln. Wenn sich aber bei näherer Untersuchung herausstellen sollte, daß sie ebensowenig unfehlbar ist wie der Intellekt, so können wir in ihrer größeren subjektiven Gewißheit nur einen Nachteil erblicken, denn gerade diese ihre Eigenschaft liefert uns dem Irrtum aus, indem sie uns mit Blindheit schlägt. Neben der Selbsterkenntnis hört man als bemerkenswertes Beispiel für die Kraft der Intuition oft die genaue Kenntnis nennen, die der Liebende von dem Gegenstande seiner Liebe zu besitzen glaubt; in solchem Falle scheinen die trennenden Wände zwischen verschiedenen Persönlichkeiten zu fallen, und man glaubt in eine fremde Seele hineinzublicken wie in die eigene. Die Fälle von erfolgreicher Täuschung sind aber auch hier zahlreich, und selbst da, wo keine absichtliche Täuschung vorliegt, stellt sich im Laufe der Zeit meist

heraus, daß die scheinbar scharfblickende Intuition sich geirrt hatte und der langsamer und vorsichtiger zu Werke gehende Intellekt auf die Dauer zuverlässiger ist.

Bergson stellt die Behauptung auf, der Intellekt könne sich der Dinge nur soweit bemächtigen, als sie mit früheren Erfahrungen übereinstimmten, während die Intuition die Fähigkeit besitze, die Einmaligkeit und Neuartigkeit jedes einzelnen Augenblicks zu erfassen. Daß jedem Augenblick etwas Einmaliges und Neuartiges innewohnt, ist gewißlich wahr; richtig ist auch, daß gerade dieses sich mit Hilfe unserer Verstandesbegriffe nicht restlos ausdrücken läßt, nur das Erleben uns davon Kenntnis geben kann. In der Sinnesempfindung aber ist diese Bedingung restlos erfüllt und es bedarf dazu, wenigstens soweit ich sehen kann, keiner besonderen intuitiven Fähigkeit. Weder Intellekt noch Intuition, sondern die Sinnesempfindung liefert uns neue Daten. Wenn diese Daten aber etwas dem Wesen nach Neues enthalten, so ist der Intellekt viel eher als die Intuition dazu berufen, sich mit ihnen zu befassen. Der Henne, welche junge Enten ausgebrütet hat, sind sicherlich intuitive Fähigkeiten eigen, auf Grund deren sie ihre Schützlinge nicht nur auf analytischem Wege kennenlernt, sondern sich gleichsam in deren Inneres versetzt; wenn aber die jungen Enten ins Wasser gehen, so zeigt sich, daß die ganze Intuition nur Schein war, und die Henne bleibt hilflos am Ufer zurück. Die Intuition ist in Wirklichkeit eine besonders hochentwickelte Seite des Instinkts und, wie aller Instinkt, bewundernswert in der gewohnten Um-

gebung, in der sich die Gepflogenheiten des betreffenden Tieres herausgebildet haben; ihre völlige Unzulänglichkeit zeigt sich aber, sobald die Umgebung sich in der Weise ändert, daß das Individuum zu selbständigem Handeln gezwungen wird.

Das theoretische Verständnis der Welt, das die Philosophie sich zum Ziele setzt, ist nicht von allzu großer praktischer Bedeutung für das Tier, den Primitiven oder selbst den hochkultivierten Menschen. Aus diesem Grunde ist kaum anzunehmen, daß Instinkt oder Intuition hier ein günstiges Betätigungsfeld finden können. Ihr Wert zeigt sich im besten Lichte bei den Betätigungsarten, die für unsere Verwandtschaft mit früheren Generationen von tierischen oder halbmenschlichen Vorfahren Zeugnis ablegen. In solchen Angelegenheiten, wie der Selbsterhaltung oder der Liebe, fungiert die Intuition oftmals (wenngleich nicht immer) mit einer für den kritischen Intellekt erstaunlichen Schnelligkeit und Genauigkeit. Die Philosophie gehört aber nicht zu diesen, unser Verknüpftsein mit der Vergangenheit bezeugenden, Beschäftigungen, sie ist vielmehr ein Symptom hochentwickelter und außerordentlich verfeinerter Kultur; ja, sie bedingt sogar, wenn sie erfolgreich sein soll, eine gewisse Befreiung aus den Fesseln des Instinkts und zu Zeiten geradezu ein Vergessen aller irdischen Hoffnungen und Befürchtungen. Wir dürfen darum nicht erwarten, daß gerade hier die Intuition besonders gut am Platze sei. Im Gegenteil, da die Gegenstände, mit denen die Philosophie sich befaßt, und die Denkmethoden, deren sie sich dazu bedienen muß, ungewöhnlich und abstrakt sind, wird es sich hier deut-

licher als irgendwo anders zeigen, daß der Intellekt der Intuition überlegen ist und spontan entstehende Überzeugungen nicht verdienen, ohne kritische Prüfung angenommen zu werden.

Ehe wir nun endgültig in die Besprechung des schwierigen und abstrakten Gegenstandes, der unser Thema bildet, eintreten, halte ich es für angebracht, noch einige Worte darüber zu sagen, bei welchen von unseren Hoffnungen wir auf Erfüllung rechnen dürfen und welche wir aufgeben müssen. Die Erwartung, daß unsere mehr menschlichen Wünsche erfüllt werden könnten, daß etwa nachzuweisen sei, der Welt komme dieses oder jenes wünschenswerte ethische Merkmal zu, gehört — soweit ich erkennen kann — nicht zu den Hoffnungen, zu deren Befriedigung die Philosophie irgend etwas beitragen könnte. Der Unterschied zwischen einer guten und einer bösen Welt ist der Unterschied in den besonderen Merkmalen der einzelnen Dinge, aus denen die Welt besteht; als solcher ist er aber nicht abstrakt genug, um ein philosophischer Gegenstand zu sein. Liebe und Haß sind in ethischer Hinsicht Gegensätze, für die Philosophie aber sind beide nahe verwandte Einstellungen gegenüber den Dingen. Die allgemeine Form und Struktur dieser Einstellungen ist ein philosophisches Problem, aber der Unterschied zwischen Liebe und Haß ist nicht ein Form- oder Strukturunterschied und fällt darum eher in das besondere Wissensgebiet der Psychologie als in das der Philosophie. So müssen also die ethischen Interessen, welche oftmals die Philosophie inspiriert haben, im Hintergrund bleiben. Man kann zwar zugeben, daß eine Art ethischen Interesses

die philosophische Forschung als Ganzes beflügele, man darf aber weder erlauben, daß es sich beim einzelnen Problem geltend mache, noch darf man erwarten, es in den Einzelergebnissen der Forschung vorzufinden.

Wenn dies auf den ersten Blick Enttäuschung hervorruft, so mag man sich nur daran erinnern, daß eine analoge Veränderung auch in den anderen Wissenschaften einmal für notwendig erachtet wurde. Niemand verlangt heute mehr von dem Physiker oder Chemiker, daß er die Bedeutung seiner Ionen bzw. Atome für die Ethik nachweise; auch von dem Biologen erwartet man heute nicht mehr den Nachweis der Nützlichkeit der von ihm sezierten Tiere und Pflanzen. In vorwissenschaftlichen Zeiten war dies anders. Astronomie studierte man beispielsweise, weil man an die Astrologie glaubte; man war der Ansicht, daß die Bewegungen der Planeten einen bedeutenden unmittelbaren Einfluß auf das menschliche Geschick ausübten. Nach dem Verschwinden dieser Ansicht und dem Beginn eines von d erLiebe zur Sache erfüllten astronomischen Studiums kamen vermutlich viele, die die Astrologie ungemein interessant gefunden hatten, zu der Überzeugung, die Astronomie hätte zu wenig menschliches Interesse, um eines ernsthaften Studiums wert zu sein. Aus Platos Timaios erhellt, daß die Physik ganz mit ethischen Begriffen arbeitete und eine ihrer Hauptbestrebungen darin bestand, zu zeigen, daß die Welt bewundert zu werden verdiene. Der moderne Physiker braucht seinerseits nicht den Wunsch zu haben, die Bewunderungswürdigkeit der Welt in Abrede zu stellen, als Physiker hat er jedenfalls mit ihren ethischen Attributen nichts

zu tun. Seine Aufgabe ist es lediglich, Tatsachen festzustellen, nicht aber, zu entscheiden, ob sie gut oder böse sind. In der Psychologie ist die wissenschaftliche Einstellung noch schwieriger durchzuführen und darum neueren Datums als in der Physik: Es ist natürlich, gerade die menschliche Natur unter dem ethischen Gesichtspunkt zu betrachten und den alles Praktische uneingeschränkt beherrschenden Gegensatz von Gut und Böse auch für theoretisch bedeutungsvoll zu halten. Erst während des letzten Jahrhunderts ist eine ethisch neutrale Psychologie entstanden, und auch hier hat sich erwiesen, daß Neutralität in Fragen der Ethik eine unerläßliche Vorbedingung für den Erfolg einer Wissenschaft ist.

In der Philosophie ist ethische Neutralität bis jetzt selten angestrebt und kaum jemals erreicht worden. Man hat stets seine Wünsche vor Augen gehabt und mit Bezug auf sie philosophische Fragen beantwortet. Nachdem der Glaube, die Begriffe gut und böse seien die Schlüssel zum Verständnis der Welt, aus den Einzelwissenschaften verbannt worden war, fand er in der Philosophie einen Zufluchtsort; aber selbst aus diesem letzten Unterschlupf muß er vertrieben werden, soll nicht die Philosophie auch weiterhin nur Schlösser in die Luft bauen. Es ist ein Gemeinplatz, daß das Glück nicht denen zufällt, die danach suchen; dasselbe scheint mir in bezug auf das Gute der Fall zu sein. Im Reiche der Gedanken haben jedenfalls diejenigen, welche Gut und Böse vergessen und nur Tatsachen zu erforschen streben, größere Aussicht, es zu erreichen als jene, die die Welt durch das verzerrende Medium ihrer eigenen Wünsche betrachten.

Die ungeheure Ausweitung der Grenzen unseres Tatsachenwissens hat sich, wie schon einmal in der Zeit der Renaissance, so auch in jüngster Zeit wieder in doppelter Weise auf die allgemeine Weltanschauung ausgewirkt. Auf der einen Seite hat sie uns mit Mißtrauen gegen große, anspruchsvolle Systeme erfüllt: Theorien kommen und gehen in schneller Reihenfolge; jede von ihnen erfüllt einen Augenblick lang ihren Zweck, nämlich einen Überblick über die bekannten Tatsachen zu ermöglichen und der Erforschung noch unbekannter Seinsgebiete Vorschub zu leisten; ebenso regelmäßig aber erweist sich bei jeder von ihnen, sobald neue Tatsachen entdeckt worden sind, daß es unmöglich ist, auch diese in ihren Rahmen einzuordnen. Auf dem Gebiete der Naturwissenschaft sehen sogar die Urheber dieser Theorien in ihnen nichts anderes als einen zeitweiligen Notbehelf. Das Ideal einer allumfassenden, wahrhaft universalen Synthese, wie das Mittelalter sie erreicht zu haben glaubte, weicht vor unseren Augen weiter und weiter zurück bis hinter die Grenze dessen, was uns erreichbar scheint. In einer Welt wie der Montaignes erscheint nichts der Mühe wert, als die Erforschung immer neuer Tatsachen, deren jede einer liebevoll gehätschelten Theorie den Garaus macht, während der ordnende Intellekt ermüdet und endlich verzweifelt sein aussichtsloses Beginnen aufgibt.

Auf der anderen Seite hat die Erweiterung unseres Wissens uns auch Positives gegeben: Unsere Beherrschung der Naturkräfte hat in kurzer Zeit bisher unerhörte Fortschritte gemacht und verspricht, in Zukunft sich noch über die Grenzen des bis heute Vorstell-

baren hinaus weiter zu vervollkommnen. So geht mit dem theoretischen Pessimismus ein großer praktischer Optimismus Hand in Hand, dem *Können* des Menschen scheinen keine Grenzen mehr gesetzt zu sein. Die alten Grenzen menschlicher Macht, wie der Tod oder die Abhängigkeit der menschlichen Rasse in ihrem Bestehen vom Gleichgewicht der kosmischen Kräfte, sind vergessen, und keine brutale Tatsache darf den Traum von der Allmacht des Menschen stören. Es wird keine Philosophie geduldet, die unserer Macht der Befriedigung praktischer Wünsche Grenzen setzte. So kommt dieser Tendenz sogar der theoretische Pessimismus, wenigstens seiner Wirkung nach, entgegen: auch er muß dazu helfen, jeden sich etwa erhebenden Zweifel an der Vollkommenheit unserer Beherrschung der physischen Welt zu ersticken.

Was den Hunger nach neuen Tatsachen und die Ablehnung dogmatisch aufgestellter Theorien über das Universum angeht, so darf man meines Erachtens in dieser neuen Einstellung des modernen Denkens im ganzen wohl einen Fortschritt sehen. Sowohl in dem praktischen Optimismus als in dem theoretischen Pessimismus scheint man mir aber entschieden zu weit gegangen zu sein. Das Beste im Menschen wurde stets zum Leben erweckt, wenn seine Hoffnungen an unüberwindlichen natürlichen Hindernissen scheiterten; der Anspruch auf Allmacht dagegen macht ihn trivial und ein wenig komisch. Auf der anderen Seite ist uns, so glaube ich wenigstens, auch die endgültige metaphysische Wahrheit nicht völlig verschlossen. Was hier erreicht werden kann, ist zwar nicht von so umfas-

sender Natur und wird uns nicht so leicht in den Schoß fallen, wie einige frühere Philosophen gemeint haben, aber der Weg ist frei für alle, die willens sind, die Hoffnungsfreudigkeit, Geduld und Vorurteilslosigkeit, welche die hervorragenden Forscher von jeher ausgezeichnet haben, zu vereinen mit etwas von dem griechischen Gefühl für die Schönheit der abstrakten Welt der Logik und den hohen Selbstwert des Nachdenkens über die Wahrheit.

Die Philosophie, die von wirklich wissenschaftlichem Geiste erfüllt sein soll, muß sich daher mit etwas trockenen, abstrakten Gegenständen beschäftigen und darf nicht erwarten, auf die praktischen Probleme des Lebens eine Antwort zu finden. Denen, die zu einem Verständnis dessen gelangen wollen, was früheren Zeiten in der Struktur des Weltgefüges schwierig und dunkel erschien, hat sie hohen Lohn zu bieten, Triumphe, die mit den von Newton und Darwin errungenen wohl vergleichbar sind und allmählich auch auf die Herausbildung unserer Denkgewohnheiten denselben Einfluß erlangen werden. Die neue wissenschaftliche Philosophie läßt, wie jede neue und bedeutende Forschungsmethode, ein optimistisches Kraftgefühl entstehen, das besser begründet ist und vertrauenswürdiger scheint, als jener Optimismus, der seinen Grund hatte in übereilten und unberechtigten Verallgemeinerungen über die Natur des Weltganzen. Für viele von früheren Philosophen gehegte Hoffnungen kann sie keine Befriedigung in Aussicht stellen, aber für andere, mehr ideelle Hoffnungen verheißt sie reichere Erfüllung, als frühere Zeiten jemals für möglich halten konnten.

Zweite Vorlesung

Die Logik als wesentlichster Bestandteil der Philosophie

Die Gegenstände, die wir in unserer ersten Vorlesung besprochen haben, sowohl als jene, die später noch zur Sprache kommen werden, lassen sich, wenigstens insoweit sie wahrhaft philosophischer Natur sind, sämtlich auf logische Probleme zurückführen. Das ist kein Zufall, sondern hat seinen Grund in der Tatsache, daß sich bei der Analyse jedes philosophischen Problems herausstellt, daß es entweder überhaupt nicht wahrhaft philosophischer, oder aber — in dem Sinne, den wir dem Worte beilegen — logischer Natur ist. Da nun aber kaum jemals zwei verschiedene Philosophen das Wort „Logik" im gleichen Sinne verwendet haben, so ist eine kurze Darlegung dessen, was ich darunter verstanden wissen möchte, am Platze.

Im Mittelalter und sogar bis auf unsere Zeit herab verstand man im Lehrbetrieb unter Logik nichts anderes als eine schulmäßige Sammlung technischer Ausdrücke und Regeln für den syllogistischen Schluß. Aristoteles hatte gesprochen, und Sache der gewöhnlichen Sterblichen war es nur, seine Lehre zu wiederholen. Der abgedroschene Unsinn, der die Aristotelische Tradition ausmacht, wird noch heute eingehender Untersuchung gewürdigt und von hervorragenden Au-

toritäten warm empfohlon als ausgezeichnete „Propaedeutik", d. h. als ausgezeichnete Schulung in der methodischen Heuchelei, die uns später im Leben ja bekanntlich so unschätzbare Dienste leistet. Diesen letzteren habe ich jedoch nicht im Auge, wenn ich sage, alle Philosophie sei Logik. Seit dem Beginn des 17. Jahrhunderts haben alle selbständigen Geister, die sich mit Logik befaßt haben, die mittelalterliche Tradition verlassen und das Gebiet der Logik nach dieser oder jener Richtung hin erweitert.

Die erste dieser Erweiterungen war die Einführung der induktiven Methode durch Bacon und Galilei — durch den ersteren in theoretischer und noch sehr mangelhafter Form, durch den letzteren in praktischer Anwendung bei der Begründung der modernen Physik und Astronomie. Dies ist wahrscheinlich zugleich die einzige Erweiterung der alten Logik, mit der weitere Kreise der Gebildeten vertraut geworden sind. Von wie grundlegender Bedeutung aber die Induktion als eine Forschungsmethode auch sein mag, sobald ihre Arbeit getan ist, scheint von ihr nichts übrig zu bleiben; wenigstens hat es den Anschein, als ob in der endgültigen Form einer ausgebauten Wissenschaft alles deduktiv sein müßte. Wenn von der Induktion überhaupt etwas in diese endgültige Form eingeht, so kann es dies nur als eines der Prinzipien, nach denen die Deduktionen vollzogen werden. So erscheint als das schließliche Ergebnis der Einführung der induktiven Methode nicht etwa eine neue Art nicht-deduktiven Denkens, sondern eher eine Ausweitung des Gebietes der Deduktion durch Aufzeigung einer neuen

deduktiven Methode, die sicherlich nicht syllogistisch ist und in das scholastische Schema nicht hineinpaßt.

Die Frage nach Umfang und Geltungswert der Induktion ist äußerst schwierig und zugleich von größter Bedeutung für unser Wissen. Man denke etwa an solche Fragen, wie: „Wird die Sonne morgen aufgehen?" Unser erstes instinktives Gefühl ist, daß wir genügenden Grund zu der Annahme haben, sie werde aufgehen, weil sie schon so oft aufgegangen ist. Nun weiß ich für meine Person zwar nicht, ob dies ein genügender Grund ist oder nicht, doch bin ich willens, das erstere anzunehmen. Es ergibt sich dann weiterhin die Frage: „Durch welche Art von Schlußfolgerung kommen wir von vergangenen auf zukünftige Sonnenaufgänge?" Mill gibt darauf die Antwort, dieser Schluß beruhe auf dem Kausalitätsgesetz. Die Richtigkeit dieser Antwort vorausgesetzt, ergibt sich sofort die weitere Frage: „Welche Gründe haben wir, an das Kausalitätsgesetz zu glauben?" Darauf gibt es offenkundig drei mögliche Antworten, nämlich: 1. daß es selbst apriorisch gewußt werde; 2. daß es ein Postulat sei; 3. daß es eine empirische Verallgemeinerung sei auf Grund vergangener Fälle, in denen es für gültig befunden wurde. Die Theorie, welche besagt, das Kausalitätsgesetz werde a priori gewußt, kann nicht endgültig widerlegt werden, aber sie kann als sehr unwahrscheinlich nachgewiesen werden einfach dadurch, daß man das Gesetz exakt formuliert und so zeigt, daß es ungeheuer viel komplizierter und weniger einleuchtend ist, als allgemein angenommen wird. Auch die zweite Theorie, die besagt, die Ursächlichkeit sei

Postulat, d. h. etwas, das wir verfechten, obgleich wir wissen, daß es wahrscheinlich falsch ist, ist unwiderlegbar; ebensowenig ist sie aber offenbar fähig, die Anwendung des Gesetzes beim Schließen zu rechtfertigen. So kommen wir schließlich auf die Ansicht, das Kausalitätsgesetz sei eine empirische Verallgemeinerung, d. h. auf die Theorie, die bekanntlich von Mill vertreten wird.

Ist diese Theorie richtig, so haben wir uns weiter zu fragen: Wodurch sind empirische Verallgemeinerungen gerechtfertigt? Empirische Beweise können dafür nicht angeführt werden, denn wir wollen ja von beobachteten auf nicht beobachtete Fälle schließen, was wir nur auf Grund einer bekannten Beziehung des Bekannten zum Unbekannten tun können; das Unbekannte ist aber nach der Definition nicht empirisch bekannt, seine Beziehung zum Bekannten kann uns daher, wenn überhaupt, so nur unabhängig von der Erfahrung bekannt sein. Lassen Sie uns sehen, wie Mill sich zu diesem Thema äußert.

Nach Mill wird das Kausalitätsgesetz bewiesen durch eine zugegebenermaßen unsichere Operation, die von ihm „Induktion durch einfache Aufzählung" genannt wird. Diese Operation besteht nach ihm darin, daß wir „das Wesen allgemeiner Wahrheiten allen Urteilen zuschreiben, die sich in allen bisher bekannten Fällen als richtig erwiesen haben[1])." Über die Unsicherheit dieser Denkoperation sagt er: „Die Ungewißheit der Methode der einfachen Aufzählung steht in umgekehrtem Ver-

[1]) *Logik*, III. Buch, 3. Kapitel, § 2.

hältnis zur Anzahl der beobachteten Fälle. Die Operation ist unzuverlässig und unzulänglich genau in dem Maße, wie der Gegenstand der Beobachtung speziell und im Umfang begrenzt ist. In dem Maße, wie sein Umfang sich erweitert, bleibt auch diese zwar unwissenschaftliche Methode immer weniger dem Irrtum unterworfen. Für die Klasse der allgemeinsten Wahrheiten, wie das Kausalitätsgesetz oder die Grundsätze der Arithmethik und Geometrie, bietet diese Methode allein einen hinreichenden Beweis; ja, einem anderen Beweise sind sie überhaupt nicht zugänglich[1]).“

In diesen Ausführungen Mills finden sich zwei offensichtliche Lücken: 1. Wodurch wird die Methode der einfachen Aufzählung selbst gerechtfertigt? 2. Welcher logische Grundsatz, wenn es einen solchen überhaupt gibt, deckt sich mit dieser Methode, ohne ihren Mängeln unterworfen zu sein? Wir wollen diese zweite Frage zuerst behandeln.

Eine Forschungsmethode, welche bei richtiger Anwendung manchmal Richtiges und manchmal Falsches ergibt, wie dies bei der Methode der einfachen Aufzählung der Fall ist, hat offenbar nicht den Wert einer gültigen Methode, denn Gültigkeit hat ausnahmslose Richtigkeit zur Voraussetzung. Wenn die einfache Aufzählung also Geltungswert erlangen soll, so darf sie nicht in der Millschen Formulierung angewendet werden, wir dürfen höchstens behaupten, daß die Daten das Ergebnis *wahrscheinlich* machen. Wir werden sagen müssen: Die Ursächlichkeit gilt in jedem Falle, der un-

[1]) III. Buch, 21. Kapitel, § 3.

serer Nachprüfung zugänglich war, daher gilt sie *wahrscheinlich* auch in unbewiesenen Fällen. Der Begriff der Wahrscheinlichkeit enthält zwar ungeheure Schwierigkeiten, wir können sie zunächst aber vernachlässigen. Wir haben jetzt etwas, das wenigstens ein logisches Prinzip genannt werden *kann*, da es keine Ausnahme erleidet. Wenn ein Satz in jedem bekannten Falle richtig ist und wenn die Fälle sehr zahlreich sind, dann dürfen wir sagen: auf Grund der Daten ist es sehr wahrscheinlich, daß er auch in jedem weiteren Falle richtig sein wird. Diese Behauptung wird auch nicht widerlegt durch die Tatsache, daß, was wir für wahrscheinlich erklären, nicht immer eintrifft; denn ein Ereignis kann auf Grund der Daten wahrscheinlich sein und braucht doch nicht einzutreffen. Offenbar aber ist unser Satz noch einer weiteren Analyse zugänglich und genauerer Formulierung fähig. Wir werden etwa zu sagen haben: Jeder Fall, in dem ein Satz[1]) zutrifft, vermehrt die Wahrscheinlichkeit seiner Richtigkeit auch in weiteren Fällen. Eine genügend große Anzahl günstiger Fälle läßt — vorausgesetzt, daß ungültige Fälle nicht auftreten — die für die Richtigkeit weiterer Fälle bestehende Wahrscheinlichkeit der Gewißheit unendlich nahe kommen. Irgendein derartiges Prinzip ist unerläßlich, wenn die Methode der einfachen Aufzählung Geltungswert erhalten soll.

Das führt uns zu unserer ersten Frage zurück, nämlich: Woher wissen wir, daß unser Prinzip richtig ist? Da es die Induktion rechtfertigen soll, kann es selbst

[1]) Oder vielmehr eine Satz-Funktion.

offenbar nicht auf induktivem Wege bewiesen werden; da es über die empirischen Daten hinausgeht, so haben letztere allein keine hinreichende Beweiskraft; da es alle Schlußfolgerungen von empirischen Daten auf etwas darüber Hinausgehendes rechtfertigen soll, so kann es durch diese Daten nicht einmal irgendwie wahrscheinlich gemacht werden. Wenn es darum überhaupt gewußt wird, so wird es nicht auf Grund der Erfahrung gewußt, sondern unabhängig von ihr. Ich behaupte nicht, daß ein solches Prinzip vorhanden wäre; ich sage nur, daß es unentbehrlich ist zur Rechtfertigung der Schlüsse aus Erfahrungstatsachen, welche die Empiristen gutheißen, und ferner, daß es selbst nicht auf empirischem Wege deduziert werden kann[1]).

Dieser Beweis läßt sich in ähnlicher Weise und mit ähnlichen Argumenten auch in bezug auf jedes andere logische Prinzip führen. Unser logisches Wissen ist also nicht von der Erfahrung allein ableitbar, und der Empirismus kann daher nicht in seiner Gesamtheit anerkannt werden, trotz der vorzüglichen Dienste, die er auf verschiedenen außerlogischen Gebieten zu leisten vermag.

Hegel und seine Nachfolger haben das Gebiet der Logik nach einer ganz anderen Richtung hin erweitert — nach einer Richtung, welche ich nicht gutheißen kann, mit der wir uns aber beschäftigen müssen, sei es auch nur, um aufzuzeigen, inwiefern die dieser Erweiterung zugrunde liegende Auffassung der Logik von der meinigen abweicht. In den Schriften dieser Philo-

[1]) Kausalität und Induktion werden in der achten Vorlesung noch eingehender behandelt werden.

sophen wird Logik praktisch gleichgesetzt mit Metaphysik. Dies kam etwa folgendermaßen zustande: Hegel war der Ansicht, es wäre möglich, auf Grund apriorischen Denkens zu zeigen, die Welt *müßte* verschiedene wichtige und interessante Eigenschaften haben, weil jede Welt ohne diese Eigenschaften voll innerer Widersprüche und darum unmöglich wäre. So ist das, was er „Logik" nennt, eine Untersuchung über die Natur des Weltalls, insofern als diese Natur allein aus dem Prinzip gefolgert werden kann, das Weltall müsse seiner Struktur nach logisch mit sich selbst in Übereinstimmung sein. Ich für meine Person glaube nun zwar nicht, daß aus diesem Prinzip allein in bezug auf die bestehende Welt irgend etwas von Bedeutung gefolgert werden könnte. Aber wie dem auch sei, Hegels Beweisführung würde ich selbst in dem Falle, daß sie richtig wäre, nicht als zum eigentlichen Bereiche der Logik gehörig betrachten, sie vielmehr eher als eine Anwendung der Logik auf die reale Welt ansprechen. Die Logik selbst hat es meinem Dafürhalten nach mit anderen Fragen zu tun, wie z. B. der, was Übereinstimmung mit sich selbst eigentlich sei, welche Frage, soviel mir bekannt ist, von Hegel überhaupt nicht erörtert worden ist. Obgleich also Hegel die traditionelle Logik kritisiert und den Anspruch erhebt, sie durch eine eigene, bessere Logik zu ersetzen, so übernimmt er doch in gewissem Sinne eben diese traditionelle Logik mit allen ihren Mängeln unbewußt in höchst unkritischer Weise in seine eigenen Schriften. Die notwendige Reform der Logik hat, wie mir scheint, nicht in der von Hegel vorgeschlagenen Richtung zu erfolgen, sondern

vielmehr auf dem Wege über grundlegendere, geduldigere und anspruchslosere Untersuchungen über die Voraussetzungen, welche das System Hegels mit denen der meisten anderen Philosophen gemeinsam hat.

Die Art und Weise, in der meines Erachtens Hegel die gewöhnliche Logik, die er später zwar einer scharfen Kritik unterzieht, schon in die Grundlagen seines eigenen Systems aufnimmt, wird illustriert durch den allgemeinen Begriff der „Kategorien", mit dem er durchweg operiert. Dieser Begriff ist wohl in der Hauptsache ein Produkt logischer Verwirrung, er scheint sich aber irgendwie zu decken mit der Vorstellung von „Eigenschaften der Wirklichkeit als eines Ganzen". Herr Bradley hat eine Theorie ausgearbeitet, nach der wir in jedem Urteil der Wirklichkeit in ihrer Totalität ein Prädikat zuschreiben; diese Theorie ist von Hegel abgeleitet. Die traditionelle Logik vertritt nun die Ansicht, daß jedes Urteil einem Subjekt ein Prädikat zuschreibe, woraus ohne weiteres folgte, daß es nur *ein* Subjekt geben könne: das Absolute. Gäbe es nämlich zwei Subjekte, so würde der Satz: „Es gibt zwei Subjekte" nicht einem von ihnen ein Prädikat zuschreiben. So basiert also Hegels Lehre, philosophische Urteile müßten die Form haben: „Das Absolute ist der und der Art" auf dem überkommenen Glauben an die Universalität der Subjekt-Prädikat-Form. Diese traditionelle Ansicht, die kaum jemandem klar bewußt ist und der darum auch keine weitere Bedeutung beigemessen wird, ist aber im Unterbewußtsein wirksam, und in solchen Argumenten, die — wie die Leugnung der Wirklichkeit von Beziehungen — dem oberflächlich Denkenden die

Richtigkeit dieser Ansicht zu verbürgen scheinen, schon als Voraussetzung enthalten. Dies ist der wichtigste Punkt, in dem Hegel in unkritischer Weise die traditionelle Logik übernimmt. In denjenigen seiner Werke, die sich ausdrücklich mit formaler Logik beschäftigen[1]), stößt man auf weitere solche Punkte, die zwar nicht so wichtig, aber immer noch folgenschwer genug sind, um zur Konzeption so ganz und gar Hegelscher Begriffe zu führen, wie etwa das „Konkret-Allgemeine" oder die „Identität der Gegensätze" es sind.

[1]) Vgl. die Übersetzung von H. S. Macran, *Hegel's Doctrine of Formal Logic*, Oxford 1912. Hegels Beweisführung in diesem Teil seiner „Logik" beruht durchweg auf einer Verwechslung des prädikativen „ist", wie wir es haben in „Sokrates ist sterblich", mit dem „ist" der Identität, wie in „Sokrates ist der Philosoph, der den Giftbecher trank". Infolge dieser Verwechslung glaubt er, „Sokrates" und „sterblich" müßten identisch sein. Aus der Tatsache, daß sie verschieden sind, schließt er nun nicht — wie jeder andere es tun würde —, daß sich irgendein Fehler eingeschlichen haben müsse, sondern vielmehr, daß hierin das zum Ausdruck komme, was er „Identität der Gegensätze" nennt. Weiterhin: „Sokrates" ist ein Besonderes, „sterblich" ist ein Allgemeines. Daher folgt nach Hegel aus der Tatsache, daß Sokrates sterblich ist, daß das Besondere das Allgemeine ist, eben auf Grund der Annahme, das „ist" stehe durchweg zur Bezeichnung der Identität. Nun ist zwar der Satz: „Das Besondere ist das Allgemeine" widerspruchsvoll, aber auch hier argwöhnt Hegel keinen Irrtum, sondern bildet aus dem Besonderen und dem Allgemeinen den höheren Begriff des Individuellen oder Konkret-Allgemeinen. Dies ist ein Beispiel dafür, wie infolge von Mangel an Sorgfalt bei der Grundlegung große und anspruchsvolle Systeme auf einfältigen Verwechslungen aufgebaut werden — auf Verwechslungen, die man versucht wäre, für einen schlechten Scherz zu halten, wenn dagegen nicht die fast unglaubliche Tatsache spräche, daß sie unabsichtlich gemacht werden.

In ganz anderer Richtung hat dagegen eine bedeutsame technische Fortentwicklung der Logik stattgefunden: ich denke hier an die sog. logistische oder mathematische Logik. Diese Art der Logik verdient die Bezeichnung Logik in doppelter Hinsicht: sie ist selbst ein Zweiggebiet der Mathematik und sie ist zugleich die Logik, welche speziell auf die anderen, bekannteren Zweige der Mathematik anwendbar ist. Historisch begann sie als ein bloßer Zweig der Mathematik, ihre Anwendung auf andere Zweige der Mathematik ist erst jüngeren Datums. In diesem zwiefachen Sinne bedeutet sie die Erfüllung von Hoffnungen, die Leibniz sein ganzes Leben hindurch hegte und mit all dem Eifer seines erstaunlich regen Geistes verfolgte. Viele von seinen Schriften über diesen Gegenstand sind kürzlich veröffentlicht worden, weil seine Entdeckungen von anderen neu gemacht worden sind; er selbst hatte nichts davon publiziert, denn seine Ergebnisse standen in Widerspruch zu bestimmten Punkten der traditionellen Syllogistik. Wir wissen heute, daß in diesen Punkten die überlieferte Lehre vom Syllogismus falsch ist, aber die Achtung vor Aristoteles ließ Leibniz selbst überhaupt nicht auf den Gedanken kommen, dies könnte der Fall sein[1]).

Die neue Richtung der mathematischen Logik beginnt mit Boole's *Laws of Thought* (1854). Aber das einzige Greifbare, was er und seine Nachfolger bis auf Peano und Frege erreichten, war — abgesehen von Einzelheiten — die Erfindung eines mathematischen

[1]) Vgl. Couturat, *La Logique de Leibniz*, pp. 361 u. 386.

Symbolismus, den aber auch sie noch auf das alte, von Aristoteles überkommene Material anwandten. Dieser mathematische Symbolismus ist von großem Interesse als ein Spezialgebiet der Mathematik, mit wirklicher Logik hat er aber noch wenig zu tun. Den ersten wirklichen Fortschritt, der seit der Zeit der Griechen auf dem Gebiete der eigentlichen Logik gemacht wurde, erreichten unabhängig voneinander die beiden Mathematiker Peano und Frege. Sie beide kamen zu ihren logischen Ergebnissen auf dem Wege über eine Analyse der Mathematik. Die alte Logik ordnete die beiden Sätze: „Sokrates ist sterblich" und „Alle Menschen sind sterblich" in dieselbe Form ein[1]; Peano und Frege zeigten dagegen, daß ihre Form völlig verschieden ist. Die philosophische Bedeutung der Logik erhellt schon aus der Tatsache, daß diese Verwechslung, die übrigens noch heute von den meisten Philosophen begangen wird, nicht nur die Erforschung der Urteils- und Schlußformen außerordentlich erschwerte, sondern ebenso auch alles Licht fernhielt von den noch so wenig geklärten Beziehungen, die zwischen den Dingen und ihren Eigenschaften, dem konkreten Dasein und den abgezogenen Begriffen, der sinnlichen Welt und der Welt der Platonischen Ideen bestehen. Peano und Frege, welche diesen Irrtum aufdeckten, taten es zwar lediglich aus technischen Gründen und wandten ihre Logik hauptsächlich zur Erzielung technischer Fortschritte an; dessen ungeachtet kann aber die philoso-

[1]) Es wurde zwar verschiedentlich erkannt, daß ein gewisser Unterschied besteht, niemand aber hatte gesehen, daß der Unterschied grundlegend und von so weittragender Bedeutung ist.

phische Bedeutung des hier erzielten Fortschrittes kaum überschätzt werden.

Von *unmittelbarer* philosophischer Bedeutung ist die mathematische Logik auch in ihrer modernsten Form nur in den Anfängen, in ihren späteren Teilen gehört sie eher in das Gebiet der Mathematik als das der Philosophie. Von diesen ihren Anfängen, dem einzigen Teile, der wie gesagt die Bezeichnung *philosophische* Logik so recht eigentlich verdient, muß ich kurz sprechen. Aber auch die späteren Teile, die nicht eigentlich philosophischen Charakter tragen, sind beim Philosophieren von erheblichem mittelbaren Nutzen. Sie setzen uns in den Stand, mühelos mit mehr abstrakten Begriffen zu arbeiten, als man mit Worten aufzählen kann; sie geben ferner die Anregung zu fruchtbaren Hypothesen, an die sonst kaum gedacht werden würde, und sie geben uns endlich die Mittel an die Hand, schnell zu überblicken, welches Minimum an begrifflichem Material notwendig ist, um ein gegebenes logisches oder wissenschaftliches Gebäude zu errichten. Nicht nur Freges Zahlentheorie, die wir in der siebenten Vorlesung noch näher zu behandeln haben werden, sondern ebenso die ganze Theorie der physikalischen Begriffe, die ich in den nächsten beiden Vorlesungen zur Darstellung bringen werde, sind von der mathematischen Logik angeregt worden und hätten ohne diese Anregung niemals erdacht werden können.

In beiden Fällen, wie auch später noch, werden wir es mit einem gewissen Prinzip, dem sog. „Prinzip der Abstraktion“ zu tun haben. Auch dieses Prinzip, das man ebensogut als das Prinzip bezeichnen könnte, das „die Abstraktion unnötig macht“, und das mit einer

unglaublichen Menge metaphysischen Plunders aufräumt, geht direkt auf die Anregung der mathematischen Logik zurück und hätte ohne deren Hilfe kaum jemals bewiesen oder praktisch angewendet werden können. Die Erklärung dieses Prinzips wird den Inhalt unserer vierten Vorlesung bilden, seine Anwendung aber mag schon hier kurz angedeutet werden. Wenn eine Gruppe von Dingen jene Art von Ähnlichkeit besitzt, die wir geneigt sind, dem Besitz einer gemeinsamen Eigenschaft zuzuschreiben, so zeigt sich auf Grund des in Frage stehenden Prinzips, daß Zugehörigkeit zu dieser Gruppe allen Zwecken der angenommenen gemeinsamen Eigenschaft dient und daß darum, wenn nicht wirklich eine solche Eigenschaft vorhanden ist, diese Gruppe oder Klasse ähnlicher Dinge die ihnen gemeinsame Eigenschaft — deren Existenz, wie gesagt, nicht notwendig ist — vertreten kann. Hierbei und auch sonst verschiedentlich erweisen sich selbst die späteren Teile der mathematischen Logik als außerordentlich nützlich, und es wäre interessant, des näheren auf sie einzugehen; trotzdem ist es nun aber an der Zeit, unsere Aufmerksamkeit ihren philosophischen Grundlagen zuzuwenden.

Zu jedem Urteil und jedem Schluß gehört außer dem besonderen, den Inhalt ausmachenden Gegenstand eine bestimmte *Form*, eine bestimmte Art, die Bestandteile zusammenzufügen. Wenn ich sage „Sokrates ist sterblich", „Herr Müller ist ärgerlich" oder „Der Ofen ist heiß", so haben diese drei Fälle etwas gemeinsam, das durch das Wort „ist" ausgedrückt wird. Allen drei Fällen gemeinsam ist die *Form* des Satzes, nicht einer

der Bestandteile. Wenn ich verschiedene Aussagen über Sokrates mache — daß er ein Athener war, daß er Xanthippe heiratete, daß er den Giftbecher trank — so ist in allen diesen Aussagen ein gemeinsamer Bestandteil enthalten: Sokrates; aber die Form ist verschieden. Wenn ich einen dieser Sätze nehme und seine Bestandteile einen nach dem andern durch neue ersetze, so bleibt die Form dieselbe, aber keiner der Bestandteile bleibt erhalten. Nehmen wir als Beispiel folgende Reihe von Sätzen: „Sokrates trank den Giftbecher," „Coleridge trank den Giftbecher," „Coleridge trank Opium," „Coleridge aß Opium." Hier bleibt die Form durch die ganze Reihe hindurch konstant, alle Bestandteile werden dagegen ausgewechselt. Die Form ist also kein Bestandteil, sondern die Art, wie die Bestandteile zusammengefügt werden. Die Form in diesem Sinne ist der eigentliche Gegenstand der philosophischen Logik.

Es leuchtet ein, daß Kenntnis der logischen Formen und Kenntnis der wirklichen Dinge etwas völlig Verschiedenes sind. Die Form des Satzes „Sokrates trank den Giftbecher" ist nicht etwas Wirkliches, wie Sokrates oder der Giftbecher, sie hat auch nicht die enge Beziehung zum Wirklichen, die „trinken" hat, sie ist vielmehr etwas ganz und gar anderes, etwas völlig Abstraktes. Wir können alle einzelnen Worte eines Satzes verstehen, ohne den Satz selbst zu begreifen; dies kommt gelegentlich vor, wenn ein Satz lang und kompliziert ist. In einem solchen Falle kennen wir die Bestandteile, nicht aber die Form. Aber es besteht auch die Möglichkeit, daß wir die Form kennen, und nicht die Bestand-

teile. Wenn ich sage „Rorarius trank den Giftbecher, so werden diejenigen unter Ihnen, die nie etwas von Rorarius gehört haben — vorausgesetzt, daß es solche unter Ihnen gibt — die Form verstehen, ohne alle Bestandteile zu kennen. Um einen Satz zu verstehen, muß man sowohl die Bestandteile als die besondere Form kennen. Auf diese Weise vermittelt ein Satz ein Wissen, denn er besagt, daß bestimmte, uns bekannte Gegenstände nach Maßgabe einer bestimmten, uns ebenfalls bekannten Form miteinander verknüpft sind. Es ist also eine gewisse Vertrautheit mit den logischen Formen, wennschon sie den meisten von uns nicht deutlich bewußt ist, doch stets beteiligt, wenn wir den Sinn einer Rede erfassen. Aufgabe der philosophischen Logik ist es, diese Kenntnis aus ihrer konkreten Hülle herauszuarbeiten und sie klar und bestimmt zu formulieren.

Bei jeder Art von Schluß ist allein die Form wichtig, der besondere Gegenstand ist ohne jede Bedeutung, abgesehen davon, daß er die Richtigkeit der Prämissen zu verbürgen hat. Dies ist einer der Gründe für die überragende Bedeutung der logischen Form. Wenn ich sage „Sokrates war ein Mensch, alle Menschen sind sterblich, also war Sokrates sterblich", so hängt die Verknüpfung der Prämissen und der Schlußfolgerung in keiner Weise davon ab, daß ich gerade von „Sokrates" und „Mensch" und „Sterblichkeit" spreche. Die allgemeine Schlußform würde ungefähr lauten: „Wenn ein Ding eine bestimmte Eigenschaft hat, und alles, was diese Eigenschaft besitzt, zugleich eine bestimmte andere Eigenschaft hat, dann besitzt auch

das fragliche Ding diese andere Eigenschaft.“ Hier ist nicht mehr von bestimmten Dingen oder Eigenschaften die Rede, sondern der Satz ist vollkommen allgemein gehalten. Alle Schlüsse sind, wenn sie nur vollständig angeführt werden, Sätze von solcher Allgemeinheit; wenn es scheint, als ob sie vom besonderen Gegenstand noch in anderem Sinne abhängig wären als im Hinblick auf die Richtigkeit der Prämissen, so liegt dies daran, daß nicht alle Prämissen ausdrücklich angeführt worden sind. In der Logik bedeutet es Zeitverschwendung, sich mit Schlüssen in bezug auf besondere Fälle zu befassen, wir haben es vielmehr durchweg mit völlig allgemeinen, rein formalen Folgerungen zu tun und überlassen es den anderen Wissenschaften, zu untersuchen, ob eine Hypothese sich bestätigt oder nicht.

Die Urteilsformen, aus denen die Schlüsse sich zusammensetzen, sind jedoch nicht die einfachsten von allen. Sie sind vielmehr stets hypothetischen Charakters und besagen: wenn ein Satz richtig ist, so ist auch ein anderer richtig. Bevor also die Logik die Schlußformen untersucht, hat sie sich mit den einfacheren Formen zu befassen, auf denen der Schluß sich aufbaut. In diesem Punkte versagte die alte Logik vollständig. Sie glaubte, es gäbe nur *eine* Form des einfachen Satzes — d. h. des Satzes, der nicht eine Beziehung zwischen zwei oder mehr anderen Sätzen herstellt — eben die Form, welche stets einem Subjekt ein Prädikat zuschreibt. Das ist zwar die geeignete Form zur Angabe der Eigenschaften eines Dinges: wir können sagen „dieses Ding ist rund, rot usw.“, und in der Grammatik wird diese Form daher bevorzugt;

vom philosophischen Standpunkt aus aber ist sie von Universalität himmelweit entfernt, ja, man kann sie nicht einmal als sehr häufig bezeichnen. Wenn wir sagen „Dieses Ding ist größer als jenes," so bringen wir nicht eine bloße Eigenschaft des ersteren zum Ausdruck, sondern eine *Beziehung* zwischen „diesem" und „jenem". Wir könnten dieselbe Tatsache auch in die Worte kleiden „jenes Ding ist kleiner als dieses", wobei vom grammatischen Standpunkt aus das Subjekt vertauscht ist. Wir sehen also, daß Sätze, welche aussagen, zwei Dinge hätten eine bestimmte Beziehung zueinander, eine andere Form haben als Subjekt-Prädikat-Sätze. Die Tatsache, daß dieser Unterschied nicht bemerkt und in Anschlag gebracht worden ist, ist die Quelle für zahlreiche Irrtümer der herkömmlichen Metaphysik geworden.

Die unbewußte Überzeugung, daß alle Urteilssätze die Subjekt-Prädikat-Form haben müßten, mit anderen Worten, daß jede Tatsache darin bestünde, daß ein Ding eine Eigenschaft hat — diese Überzeugung hat die meisten Philosophen unfähig gemacht, der Welt der Wissenschaft und des täglichen Lebens irgendwie gerecht zu werden. Wenn sie ehrlich bestrebt gewesen wären, ihr Gerechtigkeit widerfahren zu lassen, so hätten sie wahrscheinlich sehr bald ihren Irrtum bemerkt; die meisten von ihnen strebten aber weniger nach wahrem Verständnis dieser Welt, als vielmehr danach, ihre Unwirklichkeit nachzuweisen im Interesse einer übersinnlichen, wahrhaft „wirklichen" Welt. Die Überzeugung von der Irrealität der Sinnenwelt entsteht mit unwiderstehlicher Stärke in bestimmten Gemüts-

zuständen — Zuständen, die meines Erachtens meist eine sehr einfache physiologische Ursache haben, die darum aber nicht weniger überzeugend sind. In solcher Stimmung entstandene Überzeugungen sind ein geeigneter Nährboden für allerhand Mystizismen. Wenn der gesteigerte Gefühlszustand einer solchen Stimmung nachläßt, so wird jemand, der gewohnt ist, zu denken, nach logischen Gründen suchen, um die Überzeugung, die er in sich vorfindet, zu stützen. Da aber die Überzeugung bereits vorhanden ist, so wird er gern jeden Grund gelten lassen, der sich ihm darbietet. Die Paradoxa, die seine Logik scheinbar „beweist", entstammen in Wahrheit aber seiner mystischen Intuition, sie sind gleichzeitig das Ziel, das, seinem dunklen Empfinden nach, seine logischen Überlegungen erreichen müssen, denn das logische Bedürfnis will in Einklang kommen mit der unmittelbaren Erkenntnis. Das ist die Art, in welcher unter den großen Philosophen die Mystiker — vor allen anderen Plato, Spinoza und Hegel — die Logik auffaßten und zur Anwendung brachten. Da die Richtigkeit ihrer vermeintlichen, während der mystischen Extase empfangenen Überzeugung gewöhnlich von vornherein für sie selbst feststand, so fiel der logische Unterbau oft etwas dürftig aus und wurde mit einer gewissen nüchternen Unvermitteltheit hingestellt, so daß die Schüler dieser Großen meist der Meinung waren, dieser logische Teil wäre völlig unabhängig von der plötzlichen Erleuchtung, der in Wahrheit doch auch er seine Entstehung verdankte. Für den tiefer Blickenden aber haften dieser Art von Logik die Spuren ihres Ursprungs deutlich an,

sie bleibt, um ein treffendes Wort von Santayana zu gebrauchen — *maliziös* gegenüber der Welt der Wissenschaft und des gesunden Menschenverstandes. — Nur so können wir uns den Gleichmut erklären, mit dem viele Philosophen die Unvereinbarkeit ihrer Lehren mit wissenschaftlich begründeten Tatsachen hingenommen haben.

Die Logik des Mystizismus zeigt natürlicherweise die Mängel, die allem anhaften, das im Sinne des vorhin gebrauchten Zitates „maliziös" ist. Solange die mystische Stimmung vorherrscht, macht sich das logische Bedürfnis nicht geltend, in dem Maße aber, wie die Gemütsbewegung verebbt, wird es wieder fühlbar, und zwar mit der Tendenz, die verblassende Intuition festzuhalten oder doch wenigstens den Nachweis zu führen, daß es gültige Erkenntnis war und daß alles, was ihr zu widersprechen scheint, auf Täuschung beruht. Es ist einleuchtend, daß die Logik, die auf solchem Boden entsteht, nicht ganz uneigennützig und aufrichtig sein kann, sondern vielmehr eine gewisse Abneigung gegenüber der Wirklichkeit, auf die sie Anwendung finden soll, in sich trägt. Eine solche Einstellung kann unmöglich gute Ergebnisse zeitigen. Wenn man einen Autor nur liest, um ihn zu widerlegen, so ist das sicherlich nicht der beste Weg, ihn zu verstehen; und wenn jemand das Buch der Natur mit der vorgefaßten Meinung liest, alles sei nur trügerischer Schein, so kann er ebensowenig zu einem wirklichen Verständnis gelangen. Wenn die Logik uns helfen soll, die Welt begreifbar zu finden, dann darf sie nicht diese feindselige Einstellung dem Leben gegenüber haben, sondern muß von ehrlicher,

unvoreingenommener Bereitwilligkeit beseelt sein, wie sie bei Metaphysikern allerdings selten zu finden ist.

Die alte Logik kann auf Grund ihrer Überzeugung, alle Sätze müßten die Subjekt-Prädikat-Form haben, unmöglich die Realität der Beziehungen zugeben. Nach ihrem Dafürhalten müssen alle Beziehungen auf Eigenschaften der scheinbar aufeinander bezogenen Glieder zurückgeführt werden. Diese Ansicht läßt sich auf die verschiedenste Weise widerlegen. Eine der am leichtesten verständlichen geht aus von dem Bestehen sog. „asymmetrischer" Beziehungen. Um klar verständlich zu sein, will ich erst noch ganz kurz auf zwei voneinander unabhängige Methoden eingehen, nach denen die Beziehungen sich klassifizieren lassen.

Einige Beziehungen gelten, wenn sie zwischen A und B gelten, auch zwischen B und A. So z. B. die Beziehung „Bruder oder Schwester". Wenn A ein Bruder oder eine Schwester von B ist, so ist B ein Bruder oder eine Schwester von A. Hierher gehört auch jede Art von Gleichheit, etwa Gleichheit der Farbe, ebenso aber auch jede Art von Ungleichheit. Wenn die Farbe von A ungleich der Farbe von B ist, so ist auch die Farbe von B ungleich der von A. Beziehungen dieser Art bezeichnen wir als *symmetrische* Beziehungen. Eine Beziehung wird also symmetrisch genannt, wenn sie in allen Fällen, wo sie zwischen A und B gilt, auch zwischen B und A besteht.

Alle Beziehungen, die nicht in diesem Sinne symmetrisch sind, heißen *unsymmetrisch*. Hierher gehört z. B. die Beziehung „Bruder", denn, wenn A ein Bruder von B ist, so ist es auch möglich, daß B eine Schwester von A ist.

Asymmetrisch nennen wir dagegen eine Beziehung, die, wenn sie zwischen A und B besteht, *niemals* zugleich zwischen B und A gilt. In diesem Sinne sind Ehemann, Vater, Großvater usw. asymmetrische Beziehungen. Desgleichen die Begriffe vor, nach, größer als, über, rechts von, usw., wie endlich auch alle Beziehungen, welche Reihen bilden können.

Die Einteilung in symmetrische, asymmetrische und nur unsymmetrische Beziehungen ist die erste der beiden Methoden, die wir betrachten wollten. Die andere ist die in transitive, intransitive und nichttransitive Beziehungen, die folgendermaßen definiert werden.

Eine Beziehung wird *transitiv* genannt, wenn sie in allen Fällen, wo sie zwischen A und B, und gleichzeitig zwischen B und C zu Recht besteht, auch zwischen A und C Geltung hat. In diesem Sinne sind vor, nach, größer als, über usw. transitiv. Alle reihenbildenden Beziehungen sind ebenfalls transitiv, außer ihnen aber noch viele andere. Die soeben erwähnten transitiven Beziehungen waren asymmetrisch, es gibt aber auch transitive Beziehungen, die symmetrisch sind — Gleichheit in jeder Hinsicht, genaue Übereinstimmung in der Farbe, Gleichheit in bezug auf die Anzahl (von Kollektivbegriffen) usw.

Nicht-transitiv nennen wir jede Beziehung, die nicht transitiv ist. „Bruder" gehört hierher, weil man selbst der Bruder seines Bruders sein kann. Auch alle Arten von Verschiedenheit sind nicht-transitiv[1]).

[1]) „Größer als" ist nicht eine Art der Verschiedenheit. „Von anderer Größe als" ist eine Art der Verschiedenheit, und ist nicht-transitiv.

Den Ausdruck „*intransitiv*“ wenden wir an auf eine Beziehung, die, wenn A sie zu B und B sie zu C hat, *niemals* A zu C besitzt. Beispiele dafür sind „Vater“, „einen Zoll größer“, „ein Jahr später“ usw.

An der Hand dieser Klassifikation wollen wir nun die vorhin angeschnittene Frage, ob alle Beziehungen sich auf Aussagen zurückführen lassen, einer Prüfung unterziehen.

In dem Falle der symmetrischen Beziehungen — d. h. der Beziehungen, die immer, wenn sie zwischen A und B bestehen, auch zwischen B und A gelten — kann diese Ansicht allerdings einige Glaubwürdigkeit für sich in Anspruch nehmen. Eine symmetrische Beziehung, die zugleich transitiv ist, wie z. B. Gleichheit, kann als Ausdruck für den Besitz einer gemeinsamen Eigenschaft angesehen werden, eine nichttransitive symmetrische Beziehung, wie Ungleichheit, als Ausdruck für den Besitz verschiedener Eigenschaften. Wenn wir aber zu asymmetrischen Beziehungen kommen, wie vor und nach, größer und kleiner usw., so wird der Versuch, sie auf Eigenschaften zurückzuführen, offensichtlich unausführbar. Wenn wir z. B. von zwei Dingen nur wissen, daß sie ungleich sind, nicht aber, welches von ihnen das größere ist, so könnten wir zwar sagen, die Ungleichheit ergebe sich daraus, daß beide verschiedene Größe haben, denn Ungleichheit ist eine symmetrische Beziehung. Wenn wir aber in dem Falle, wo ein Ding größer als das andere — nicht nur ihm ungleich — ist, sagen wollten, sie hätten verschiedene Größe, so würden wir damit den Tatbestand nicht erschöpfend darstellen; denn wenn das andere Ding

größer wäre als das eine, so wäre ihre Größe auch verschieden und trotzdem der zu erklärende Tatbestand in diesem Falle ein anderer. Der bloße *Unterschied* in bezug auf die Größe ist also nicht alles, was in der Beziehung „größer als" steckt; denn, wäre dies der Fall, so gäbe es keinen Unterschied zwischen Fällen, wo einmal das eine größer ist als das andere, ein andermal das andere größer als das eine. Wir müßten also sagen, die „Größe" des einen sei *größer* als die des anderen, und damit wäre unser Versuch, die Beziehung „größer" zu eliminieren, gescheitert. Sowohl der Besitz der gleichen, wie auch Besitz verschiedener Eigenschaften sind *symmetrische* Beziehungen und können daher das Vorhandensein *asymmetrischer* Beziehungen nicht erklären.

Asymmetrische Beziehungen sind enthalten in allen Reihen — in Begriffen wie Raum und Zeit, größer und kleiner, Ganzes und Teile, und vielen anderen wichtigen Kennzeichen der Wirklichkeit. Sie alle muß die Logik, die alles auf Subjekte und Prädikate zurückführt, als trügerischen Schein ablehnen. Denen, deren Logik nicht „maliziös" ist, erscheint allerdings eine solche Ablehnung in Bausch und Bogen unmöglich. Soweit ich erkennen kann, besteht außer gewissen Vorurteilen tatsächlich kein Grund dafür, die Wirklichkeit der Beziehungen zu leugnen. Gibt man aber ihre Wirklichkeit zu, so verschwinden damit auch alle logischen Gründe, die Sinnenwelt als Schein aufzufassen. Will man diese Annahme doch machen, so kann es nur geschehen unter offener Berufung auf die in keiner Weise logisch gestützte mystische Offenbarung. Es ist unmöglich, logische

Gründe anzuführen gegen alles, was sich offen für Intuition ausgibt, solange es nicht selbst logische Gründe für sich ins Feld führt. Als Logiker können wir dem Mystiker die Möglichkeit seiner Welt ruhig zugeben — für unsere Person werden wir allerdings fortfahren, die uns vertraute alltägliche Welt zu studieren, solange uns solche Offenbarungen nicht zuteil werden. Wenn aber der Mystiker so weit geht, zu behaupten, diese unsere Welt sei unmöglich, dann kann die Logik uns helfen, seinen Angriff abzuschlagen. Der erste Schritt aber zur Schaffung der Logik, die uns diesen Dienst leisten soll, ist die Anerkennung der Realität von Beziehungen.

Beziehungen mit zwei Gliedern sind nun allerdings nur *eine* Art von Beziehungen: eine Beziehung kann drei, vier oder mehr Glieder haben. Den Beziehungen mit zwei Gliedern, als den einfachsten von allen, ist zwar mehr Aufmerksamkeit zuteil geworden als den übrigen, und sie sind im allgemeinen ausschließlich Gegenstand der Untersuchungen gewesen, sowohl von seiten der Philosophen, welche die Wirklichkeit der Beziehungen anerkannten, als auch jener, welche sie leugneten. Aber auch andere Beziehungen sind wichtig und können bei der Lösung bestimmter Probleme nicht entbehrt werden. Die Eifersucht z. B. ist eine Beziehung zwischen drei Personen. Professor Royce erwähnt in diesem Zusammenhang auch die Beziehung, welche im Begriff des Gebens liegt: wenn A ein B dem C gibt, so ist dies eine Beziehung mit drei Gliedern[1]). Wenn jemand zu seiner Frau sagt: „Ich wollte,

[1]) *Encyclopædia of the Philosophical Sciences*, Bd. I, p. 97.

du könntest Dorothea dazu bringen, daß sie Hermann nimmt," so liegt darin eine Beziehung zwischen vier Personen: ihm selbst, seiner Frau, Dorothea und Hermann. Man sieht also, daß solche Beziehungen alles andere als selten sind. Um aber ihren Unterschied von den zweigliedrigen genau angeben zu können, muß ich erst noch mit einigen Worten eingehen auf die Klassifikation der logischen Formen von Tatsachen. Diese ist die erste Aufgabe der Logik und zugleich diejenige, in bezug auf welche die alte Logik am vollständigsten versagt hat.

Die Welt besteht aus vielerlei Dingen mit vielen Eigenschaften und Beziehungen. Eine vollständige Beschreibung der Welt würde also nicht nur eine Aufzählung der Dinge voraussetzen, sondern ebenso die Erwähnung aller ihrer Eigenschaften und Beziehungen. Wir müßten nicht nur dieses, jenes und noch ein weiteres Ding kennen, sondern auch wissen, welches von ihnen rot, welches gelb ist, welches eher da war als das andere, welches zwischen welchen zwei anderen ist, usf. Wenn ich nun von einer „Tatsache" spreche, so meine ich damit nicht eines der einfachen Dinge in der Welt, sondern vielmehr, daß ein bestimmtes Ding eine bestimmte Eigenschaft hat oder daß zwischen bestimmten Dingen eine bestimmte Beziehung besteht. So würde ich z. B. Napoleon nicht als eine Tatsache bezeichnen, wohl aber den Umstand, daß er ehrgeizig war oder, daß er Josephine heiratete. Eine Tatsache in diesem Sinne ist niemals einfach, sondern hat stets zwei oder mehr Bestandteile. Schreibt sie einfach einem Dinge eine Eigenschaft zu, so hat sie nur deren zwei, das

Ding und die Eigenschaft. Besteht sie in einer Beziehung zwischen zwei Dingen, so hat sie drei Bestandteile, die beiden Dinge und die Beziehung. Besteht sie aus einer Beziehung zwischen drei Dingen, so umfaßt sie vier Bestandteile, usf. Die Bestandteile von Tatsachen in dem Sinne, wie wir das Wort gebrauchen, sind nicht andere Tatsachen, sondern Dinge und Eigenschaften oder Beziehungen. Wenn wir sagen: es gibt Beziehungen von mehr als zwei Gliedern, so meinen wir damit: es gibt Einzeltatsachen, die aus einer einzigen Beziehung und mehr als zwei Dingen bestehen. Ich will damit nicht etwa sagen, daß eine und dieselbe zweigliedrige Beziehung gleichzeitig zwischen A und B und zwischen A und C gelten kann, wie z. B.: ein Mann ist der Sohn seines Vaters und zugleich der Sohn seiner Mutter. Das sind vielmehr zwei verschiedene Tatsachen. Wenn wir sie als *eine* Tatsache betrachten wollen, so ist es eine, deren Bestandteile wiederum Tatsachen sind. Die Tatsachen aber, auf die ich den Ausdruck beschränken will, haben unter ihren Bestandteilen keine Tatsachen, sondern ausschließlich Dinge und Beziehungen. Wenn z. B. A wegen B auf C eifersüchtig ist, so ist das nur *eine* Tatsache, an der drei Personen beteiligt sind; nicht von zwei Eifersuchtsfällen ist die Rede, sondern nur von einem einzigen. Von einer Beziehung mit drei Gliedern spreche ich also in solchen Fällen, wo die einfachste Tatsache, welche imstande ist, diese Beziehung zu verkörpern, außer der Beziehung drei Dinge umfaßt. Alle diese Beziehungen müssen in unserer Aufzählung der logischen Formen von Tatsachen Aufnahme finden: zwei Tatsachen, welche

dieselbe Zahl von Dingen umfassen, haben die gleiche Form; zwei Tatsachen, die eine verschiedene Anzahl von Dingen begreifen, haben eine verschiedene Form.

Jeder Tatsache entspricht eine Aussage, welche den gegebenen Tatbestand zum Ausdruck bringt. Die Tatsache selbst ist objektiv und unabhängig von der Vorstellung, die wir uns von ihr machen; die Aussage dagegen ist schon Ergebnis eines Denkvorganges und kann darum richtig oder falsch sein. Eine Aussage kann positiv oder negativ sein: wir können aussagen, daß Karl I. hingerichtet wurde oder, daß er *nicht* in seinem Bette starb. Eine negative Aussage bezeichnen wir auch als *Verneinung*. Einen Satz, der richtig oder falsch sein muß, wie „Karl I. starb in seinem Bette", können wir also entweder bejahen oder verneinen: in dem einen Falle haben wir eine positive, im andern eine negative Aussage. Einen Satz, der entweder richtig oder falsch sein muß, wollen wir als *Urteil* bezeichnen. Ein Urteil hat demnach etwas zum Inhalt, das ausdrücklich behauptet oder geleugnet wird. Ein Urteil, das eine Tatsache in dem vereinbarten Sinne zum Ausdruck bringt, d. h. welches aussagt, daß ein bestimmtes Ding eine bestimmte Eigenschaft hat oder daß zwischen zwei bestimmten Dingen eine bestimmte Beziehung besteht, wollen wir „atomisches Urteil" nennen, denn es gibt, wie wir sogleich sehen werden, außer ihnen andere Urteile, von denen atomische Urteile in ähnlicher Weise die Bestandteile bilden, wie Atome von Molekülen. Obgleich die atomischen Urteile, wie die ihnen zugrunde liegenden Tatsachen selbst, unendlich verschiedene Formen haben können, so bilden sie in ihrer

Gesamtheit doch nur eine besondere Art von Urteilen. Alle anderen Arten sind komplizierter als sie. Um in bezug auf Tatsachen und Urteile die sprachliche Übereinstimmung zu wahren, wollen wir auch den Tatsachen, die wir bisher betrachtet haben, die Bezeichnung „atomische Tatsachen" geben. Atomische Tatsachen sind also die Faktoren, von welchen es abhängt, ob ein atomisches Urteil zu bejahen oder zu verneinen ist.

Ob ein atomisches Urteil, wie „das ist rot" oder „dieses ist vor jenem", zu bejahen oder zu verneinen ist, kann nur empirisch festgestellt werden. Vielleicht kann eine atomische Tatsache gelegentlich aus einer anderen erschlossen werden, obgleich auch dies sehr zweifelhaft erscheint; auf keinen Fall aber kann sie aus Prämissen erschlossen werden, von denen nicht wenigstens eine eine atomische Tatsache ist. Daraus folgt, daß die atomischen Tatsachen, wenn sie überhaupt erkennbar sind, wenigstens z. T. ohne Anwendung von Schlußfolgerungen erkannt werden müssen. Die atomischen Tatsachen, welche wir in dieser direkten Weise kennenlernen, sind die Tatsachen der sinnlichen Wahrnehmung; zum mindesten sind diese letzteren es, von denen wir am sichersten wissen, daß sie auf diesem direkten Wege zu unserer Kenntnis gelangen. Wenn uns alle atomischen Tatsachen bekannt wären und wir außerdem wüßten, daß außer den uns bekannten keine weiteren existierten, so wären wir theoretisch imstande, alle Wahrheiten von jeder möglichen Form zu erschließen[1]). In diesem Falle würde uns die Logik

[1]) Vielleicht müssen hier auch Überzeugungen und Wünsche einbegriffen werden, da in ihnen offenbar Urteile als Bestandteile

also den ganzen notwendigen Apparat liefern, sie ist aber vollkommen nutzlos, wenn es sich darum handelt, sich zunächst eine Kenntnis der atomischen Tatsachen zu verschaffen. In der reinen Logik wird keine atomische Tatsache jemals erwähnt; hier beschränken wir uns vollkommen auf das Formale, ohne uns darum zu kümmern, von welchen Gegenständen diese Form ausgefüllt werden könnte. Die reine Logik ist also unabhängig von atomischen Tatsachen; umgekehrt sind aber auch die letzteren in gewissem Sinne unabhängig von der Logik. Reine Logik und atomische Tatsachen sind die beiden Gegenpole: das völlig Apriorische und das völlig Empirische. Zwischen beiden aber liegt ein weites Gebiet, das wir nun einer kurzen Untersuchung unterziehen wollen.

Als „molekulare Urteile" bezeichnen wir solche, die eine Konjunktion enthalten — wenn, oder, und, wenn nicht, usw. — und diese letzteren sind gleichzeitig Kennzeichen eines molekularen Urteils. Betrachten wir eine Aussage, wie: „Wenn es regnet, bringe ich meinen Regenschirm mit." Diese Aussage kann ebensogut richtig oder falsch sein, wie eine Aussage, die ein atomisches Urteil enthält; aber es ist offenbar, daß entweder die entsprechende Tatsache oder aber die Art der Übereinstimmung mit dem Tatsächlichen ganz anders sein muß, als in dem Falle des atomischen Urteils. Der Regen und das Mitnehmen meines Regenschirms haben, jedes für sich, Bezug auf eine atomische Tatsache, und durch

enthalten sind. Obgleich sie nicht im strengen Sinne des Wortes atomisch sind, müssen sie also wohl berücksichtigt werden, um die Richtigkeit unserer Feststellung zu gewährleisten.

Beobachtung kann man feststellen, ob die Tatsache darin besteht, daß es regnet, oder darin, daß es nicht regnet. Aber die Verknüpfung beider, die zum Ausdruck kommt in der Form: *wenn* das eine der Fall ist, *dann* ist auch das andre der Fall, ist etwas grundsätzlich von jedem der beiden Verschiedenes. Damit diese Verknüpfung zu recht bestehe, ist es nicht notwendig, daß es tatsächlich regnet oder ich tatsächlich meinen Regenschirm mitnehme; selbst wenn das Wetter beständig schön ist, kann es immer noch richtig sein, daß ich meinen Regenschirm mitgenommen *hätte*, wenn das Wetter anders gewesen wäre. Wir haben hier also eine Verbindung von zwei Urteilen vor uns, die als solche nicht davon abhängig ist, ob die letzteren zu bejahen oder zu verneinen sind, sondern nur davon, daß das zweite aus dem ersten erschlossen werden kann. Solche Urteile haben darum eine von derjenigen der atomischen Urteile verschiedene Form.

Diese Art von Urteilen ist von Bedeutung für die Logik, weil alle Schlüsse auf ihnen beruhen. Wenn ich meinem Freunde gesagt habe, ich würde meinen Regenschirm mitbringen, wenn es regnet, und es regnet tatsächlich, so kann er daraus schließen, daß ich meinen Regenschirm tatsächlich mitbringen werde. Kein Schluß ist möglich, außer wo mehrere Urteile in der Weise miteinander verknüpft sind, daß aus der Richtigkeit oder Unrichtigkeit des einen etwas folgt in bezug auf die Richtigkeit oder Unrichtigkeit des andern. Es scheint also, daß die Richtigkeit molekularer Urteile selbst dann bekannt sein kann, wenn man über die Richtigkeit oder Unrichtigkeit der atomischen Urteile,

aus denen es sich zusammensetzt, nichts weiß. So verhält es sich z. B. in dem Beispiel mit dem Regenschirm. Auf dieser Tatsache beruht der *praktische* Wert des Schlusses.

Die nächste Art von Urteilen, die wir zu betrachten haben, sind die *allgemeinen* Urteile, wie etwa „Alle Menschen sind sterblich", „Alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichwinklig" usw. Hierher gehören auch die Urteile, in denen das Wort „einige" vorkommt. So: „Einige Menschen sind Philosophen" oder „Einige Philosophen sind nicht weise". Diese letzteren Sätze sind Verneinungen von allgemeinen Urteilen, nämlich (in den eben angeführten Beispielen) von „Alle Menschen sind Nicht-Philosophen" und „Alle Philosophen sind weise". Urteile, die das Wort „einige" enthalten, wollen wir *negative* allgemeine Urteile nennen, solche mit dem Worte „alle" dagegen *positive* allgemeine Urteile. Man wird bemerken, daß unsere Beispiele jetzt anfangen, den in den Lehrbüchern angeführten Urteilen zu gleichen. Von ihrer Besonderheit und Kompliziertheit wissen aber diese Lehrbücher nichts, und die Probleme, die sie in sich bergen, werden nur in der oberflächlichsten Weise behandelt.

Bei der Behandlung der atomischen Tatsachen sahen wir, daß wir theoretisch imstande wären, auf rein logischem Wege alle anderen Wahrheiten zu erschließen, wenn wir nur alle atomischen Tatsachen kennen würden und außerdem wüßten, daß es außer den uns bekannten keine weiteren gäbe. Die Kenntnis des Umstandes, daß es keine weiteren atomischen Tatsachen gibt, ist positives allgemeines Wissen; es

bedeutet soviel als: alle atomischen Tatsachen sind mir bekannt, oder wenigstens: alle atomischen Tatsachen sind in dieser Klasse — wie sie auch gegeben sein möge — enthalten. Es ist leicht einzusehen, daß allgemeine Urteile, wie etwa „Alle Menschen sind sterblich", nicht aus atomischen Tatsachen allein erschlossen werden können. Wenn wir jeden einzelnen Menschen kennen und wissen würden, daß er sterblich ist, so würde uns das noch nicht in den Stand setzen, zu wissen, daß alle Menschen sterblich sind, außer, wenn wir überdies noch wüßten, daß die uns bekannten alle existierenden Menschen sind, was aber ein allgemeines Urteil ist. Würden wir alle sonst in der Welt vorhandenen Dinge kennen und wissen, daß keins von ihnen ein unsterblicher Mensch ist, so würde selbst das noch nicht genügen, außer, wenn wir überdies sicher wären, daß wir das ganze Weltall durchforscht haben, d. h. daß *alle Dinge* der Sammlung von Dingen angehören, die wir untersucht haben. Allgemeine Wahrheiten können also nicht aus besonderen Wahrheiten allein gefolgert werden, sie müssen entweder selbstverständlich sein oder sich aus Prämissen ergeben, von denen wenigstens eine eine allgemeine Wahrheit ist. Die Erfahrung liefert uns nur besondere, im Umfang beschränkte Wahrheiten. Wenn es also überhaupt Kenntnis allgemeiner Wahrheiten gibt, so müssen einige von ihnen unabhängig von der Erfahrung bekannt sein, d. h. nicht auf Sinnesdaten beruhen.

Diese Schlußfolgerung, die wir schon bei der Betrachtung der Induktion angewandt haben, ist darum von so großer Bedeutung, weil wir in ihr ein Mittel besitzen,

die älteren Empiristen zu widerlegen. Diese glaubten, unser gesamtes Wissen komme uns durch die Sinne, und sei von ihnen abhängig. Nach dem Gesagten sieht man ohne weiteres, daß diese Ansicht nur dann aufrecht erhalten werden kann, wenn man leugnet, daß uns irgendwelche allgemeinen Wahrheiten bekannt seien. Logisch wäre dies durchaus möglich; es hat aber nicht den Anschein, als ob es sich tatsächlich so verhielte, und es wird niemandem im Traume einfallen, diese Ansicht zu vertreten, außer vielleicht einem unverbesserlichen Theoretiker in der größten Verlegenheit. Wir müssen also einräumen, daß es allgemeines Wissen gibt, das nicht aus der sinnlichen Wahrnehmung allein abgeleitet werden kann, und daß von diesem allgemeinen Wissen manches nicht logich erschlossen, sondern ursprünglich ist.

Solches Wissen findet sich in der Logik. Ich weiß zwar nicht, ob es nicht auch solches nicht-logischen Ursprungs gibt; sicher ist jedenfalls, daß wir in der Logik solches Wissen allgemeiner Natur vorfinden. Man wird sich erinnern, daß wir Sätze, wie „Sokrates ist ein Mensch, alle Menschen sind sterblich, also ist Sokrates sterblich", von der reinen Logik ausgeschlossen haben, weil *Sokrates* und *Mensch* und *sterblich* empirische Begriffe sind, die nur auf Grund der Erfahrung verstanden werden können. Das entsprechende Urteil rein logischer Art würde lauten: „Wenn etwas eine bestimmte Eigenschaft hat und alles, was diese Eigenschaft hat, zugleich eine andere Eigenschaft besitzt, dann besitzt auch das fragliche Ding diese andere Eigenschaft." Dieses Urteil ist völlig allgemein gehalten

und kann daher auf *alle* Dinge und *alle* Eigenschaften Anwendung finden. Da es auch ohne weiteres einzusehen ist, so haben wir in dieser Art rein logischer Urteile also wohl die selbstverständlichen allgemeinen Urteile gefunden, nach denen wir auf der Suche waren.

Ein Urteil, wie „Wenn Sokrates ein Mensch ist, und alle Menschen sterblich sind, dann ist auch Sokrates sterblich", ist richtig auf Grund seiner *Form* allein. Seine Richtigkeit in dieser hypothetischen Form hängt nicht davon ab, ob Sokrates wirklich ein Mensch ist, oder ob wirklich alle Menschen sterblich sind; es ist also gleicherweise richtig, wenn wir für *Sokrates* und *Mensch* und *sterblich* andere Begriffe einsetzen. Die allgemeine Wahrheit, die diesem Urteile zugrunde liegt, ist rein formaler Natur und gehört in das Gebiet der Logik. Da es keine besonderen Dinge, ja, nicht einmal besondere Eigenschaften oder Beziehungen enthält, ist es gänzlich unabhängig von allen Zufälligkeiten der Wirklichkeit und kann theoretisch vor aller Erfahrung von besonderen Dingen samt ihren Eigenschaften und Beziehungen gewußt werden.

Das Gesamtgebiet der Logik läßt sich in zwei Teile zerlegen. Sache des ersten Teiles ist es, zu untersuchen, was ein Urteil ist und welche Form es haben kann. Dieser erste Teil besteht also in einer Aufzählung der verschiedenen Arten von atomischen, molekularen und allgemeinen Urteilen usw. Gegenstand des zweiten Teiles sind gewisse Urteile von höchster Allgemeinheit, welche die Richtigkeit aller Urteile von bestimmter Form verbürgen. Dieser zweite Teil ist also mit reiner

Mathematik verwandt, denn eine diesbezügliche Untersuchung ergibt, daß auch die mathematischen Sätze sämtlich diesen allgemeinen, rein formalen Charakter tragen. Der erste Teil, der die verschiedenen möglichen Formen aufzählt, ist der schwierigere von beiden und vom philosophischen Standpunkt aus der wichtigere, ja, die kürzlich auf dem Gebiete dieses ersten Teiles erreichten Fortschritte haben eine wissenschaftliche Erörterung zahlreicher philosophischer Probleme überhaupt erst möglich gemacht.

Die Frage nach dem Wesensunterschied von Wissen und Glauben ist ein solches Problem, dessen Lösung von einer genügenden Kenntnis der logischen Formen abhängt. Wir haben gesehen, wie die falsche Annahme von der Universalität der Subjekt-Prädikat-Form die richtige Analyse von Reihen unmöglich und damit Raum und Zeit unverständlich gemacht hat. In jenem Falle kamen wir mit zweigliedrigen Beziehungen aus, bei der Analyse einer Überzeugung müssen wir uns mit komplizierteren Formen befassen. Wenn alle Urteile richtig wären, so könnte man zu der Annahme kommen, ein Urteil wäre nichts anderes als die Wahrnehmung einer Tatsache und die Wahrnehmung bestünde in der Beziehung eines Geistes zu der betreffenden Tatsache. Unkenntnis der möglichen logischen Formen hat es dahin gebracht, daß diese Ansicht tatsächlich vertreten worden ist; sie führt aber zu unauflöslichen Schwierigkeiten im Falle des Irrtums. Angenommen, ich glaubte, Karl I. sei in seinem Bett gestorben. Objektiv besteht keine Tatsache „Karls I. Tod in seinem Bett", zu welcher ich eine Wahrnehmungsbeziehung

haben könnte. Karl I., der Tod und sein Bett sind zwar objektiv, sie sind aber — außer in meinem Geiste — nicht so miteinander verknüpft, wie meine unrichtige subjektive Überzeugung es voraussetzt. Um eine glaubensmäßige Überzeugung zu analysieren, müssen wir also nach einer anderen logischen Form als der zweigliedrigen Beziehung Ausschau halten. Daß diese Notwendigkeit nicht früher erkannt worden ist, das ist meines Erachtens der Grund dafür, daß alles bisher über das Erkenntnisproblem Veröffentlichte vollkommen wertlos ist, da es das Problem des Irrtums nicht löst und den Unterschied, der besteht zwischen der im Glauben begründeten Überzeugung und dem auf objektiver Wahrnehmung beruhenden Wissen, nicht zu erklären vermag.

Die Wirksamkeit der modernen Logik besteht also, wie aus allem bisher Gesagten wohl klar hervorgeht, darin, daß sie unsere Einbildungskraft befruchtet und uns eine unendlich große Zahl von Hypothesen an die Hand gibt, die bei der Analyse von komplexen Tatsachen nützliche Hilfsmittel sind. In dieser Hinsicht ist die neue Logik das gerade Gegenteil von der Logik, die in den klassischen Schulen gepflegt wurde. Jene erblickt ihre Aufgabe offenbar darin, Hypothesen, die prima facie möglich erscheinen, als unmöglich nachzuweisen und im voraus zu dekretieren, die Wirklichkeit müsse einen ganz bestimmten Charakter haben. Die neue Logik läßt im Gegenteil die vorhandenen Hypothesen in der Regel bestehen, ja, sie bereichert unseren Bestand an logischen Formen durch Aufstellung neuer, nur auf logischem Wege auffindbarer

Hypothesen, die sich für die richtige Analyse des Tatsächlichen oft als unentbehrlich erwiesen. Die alte Logik schlug den menschlichen Geist in Fesseln, während die neue ihm Flügel verleiht. Sie hat meines Erachtens auf logischem Gebiet denselben Fortschritt erreicht, wie Galilei in der Physik, denn erst sie machte es uns möglich, zu erkennen, welche Probleme einer Lösung überhaupt fähig sind und welche, als die Kraft des menschlichen Geistes übersteigend, aufgegeben werden müssen. Wo aber eine Lösung möglich scheint, da liefert uns die neue Logik zugleich die Methode an die Hand, mit deren Hilfe wir zu Ergebnissen gelangen können, die nicht nur persönliche Idiosynkrasien darstellen, sondern allen Urteilsfähigen Zustimmung abnötigen.

Dritte Vorlesung

Über unser Wissen von der Außenwelt

Viele Wege führen nach Rom, und zahlreich sind auch die, welche ins geheiligte Reich der Philosophie führen. Einer der ältesten und meistbegangenen unter diesen letzteren geht über den Zweifel an der Realität der Sinnenwelt. Im indischen Mystizismus, im griechischen wie im modernen Monismus seit Parmenides, bei Berkeley wie endlich auch in der modernen Physik finden wir die sinnlichen Erscheinungen kritisiert und verdammt aus einer verwirrenden Fülle von Motiven. Der Mystiker lehnt die Sinnenwelt ab auf Grund eines unmittelbaren Wissens um eine zwar unsichtbare, trotzdem aber realere und zugleich höhere Welt; Parmenides und Plato tun es, weil der beständige Fluß aller Dinge dieser Welt ihnen unvereinbar dünkt mit der unveränderlichen Natur der abstrakten Wesenheiten, die sie auf Grund logischer Untersuchungen annehmen; Berkeley führt verschiedene Gründe ins Treffen, von denen der gewichtigste die subjektive Natur der Sinnesdaten ist, ihre Abhängigkeit vom Sinnesorgan und Gesichtspunkt des Beobachters; die moderne Physik endlich, die vom sinnlich Wahrnehmbaren selbst ausgeht, kommt zur Annahme eines tollen Tanzes von Elektronen, eines Tanzes, der — wenigstens bei oberflächlicher Betrachtung — nur sehr geringe Ähnlich-

keit mit den unmittelbaren Gegenständen des Gesichts- oder Tastsinnes hat.

Alle diese verschiedenen Argumente rühren höchst interessante und vitale Streitfragen auf.

Der Mystiker kann, solange er nur über seine Offenbarungen berichtet, nicht widerlegt werden; wenn er aber die Realität der Wahrnehmungsgegenstände leugnet, so ist ihm gegenüber wohl die Frage am Platze, was er unter „Realität" eigentlich verstehe und wieso die Irrealität der Sinnenwelt aus der Realität seiner übersinnlichen Welt zu folgern sei. Um diese Frage zu beantworten, bedient der Mystiker sich einer Logik, die mit der von Parmenides, Plato und der idealistischen Tradition viele Züge gemeinsam hat.

Diese Logik der idealistischen Tradition ist im Laufe der Zeit zu einer außerordentlich verwickelten und schwer verständlichen Wissenschaft ausgebildet worden; das wird Ihnen wohl schon an dem Beispiel, das ich in meiner ersten Vorlesung aus dem Gedankengange Bradleys angeführt habe, zur Genüge deutlich geworden sein. Wenn wir es unternehmen wollten, diese Logik vollständig zur Darstellung zu bringen, so würde uns keine Zeit übrig bleiben, auch die anderen Seiten unseres Themas zu berühren; so sehr also auch eine eingehende Diskussion dieser Logik am Platze wäre, so können wir leider doch nur ihre hauptsächlichsten Lehren einer gelegentlichen Kritik unterziehen, sofern sie geeignet sind, auch auf andere Fragen ein interessantes Licht zu werfen. Mit anderen Worten: wir werden unsere Aufmerksamkeit auf Dinge konzentrieren müssen, wie etwa die von jener Seite kom-

menden Einwände gegen die Stetigkeit der Bewegung und die Unendlichkeit von Raum und Zeit, Einwände, mit denen die moderne Mathematik in einer Weise abgerechnet hat, die für die Methode der logischen Analyse in der Philosophie einen unerhörten Triumph bedeutet. Auf diese Einwände und die Entgegnungen der mathematischen Philosophie kann ich hier noch nicht näher eingehen, sie werden uns in unserer fünften, sechsten und siebenten Vorlesung beschäftigen.

Ernster zu nehmen ist der Angriff Berkeleys, der sich stützt auf die Physiologie der Sinnesorgane, der Nerven und des Gehirns. Ich glaube, es muß als wahrscheinlich zugegeben werden, daß die unmittelbaren Wahrnehmungsgegenstände in ihrem Dasein von der physiologischen Bedingtheit des Menschen abhängig sind, daß also z. B. die farbigen Flächen, die wir sehen, zu existieren aufhören, sobald wir die Augen schließen. Ein Irrtum wäre es aber, daraus zu schließen, sie seien vom menschlichen Geiste abhängig, nicht wirklich, solange wir sie wahrnehmen, und nicht die einzige Grundlage für unser gesamtes Wissen von der Außenwelt. Für diese Behauptung den Beweis zu erbringen, das soll Aufgabe und Gegenstand unserer heutigen Vorlesung sein.

Der Widerspruch zwischen der Welt des Physikers und der Welt unserer Sinne, mit dem wir uns in unserer vierten Vorlesung eingehender beschäftigen werden, wird sich dabei als von mehr scheinbarer als wirklicher Natur herausstellen, und ich werde zu zeigen versuchen, daß alles, zu dessen Annahme der Physiker Grund hat, auch in Ausdrücken wiedergegeben werden kann, die der Welt der sinnlichen Wahrnehmung entlehnt sind.

Das Instrument, dessen wir uns bei unserer ganzen Untersuchung zu bedienen haben werden, ist die neue Logik, eine Wissenschaft, die ebensosehr verschieden ist von der Logik, wie sie in den Lehrbüchern zu finden ist, wie von der Logik des Idealismus. In unserer zweiten Vorlesung haben wir uns schon kurz mit dieser neuen Logik und ihren Abweichungen von den verschiedenen Abarten der überlieferten Logik befaßt; der Versuch einer umfassenderen und tiefergehenden Würdigung der in der wissenschaftlichen Philosophie neuerdings gebräuchlichen logisch-analytischen Methode wie auch der Hoffnungen, zu denen sie in bezug auf ihre Fruchtbarkeit in der Philosophie berechtigt, soll in unserer letzten Vorlesung unternommen werden, nachdem wir zuvor noch das Kausal- und das Freiheitsproblem erörtert haben werden.

Zunächst wollen wir den Versuch machen, die logisch-analytische Methode auf eine der ältesten philosophischen Streitfragen anzuwenden, nämlich auf die Frage nach unserem Wissen von der Außenwelt. Was ich über dieses Problem zu sagen habe, bedeutet zwar noch keine feststehende und endgültige Antwort, sondern zunächst nur eine Formulierung und eine Zerlegung in Teilfragen, sowie eine Andeutung der Richtung, in der die endgültige Lösung wahrscheinlich zu suchen ist. Trotzdem also das, was heute schon gesagt werden kann, nicht den Wert einer endgültigen Lösung hat, so scheint es mir doch anderseits ein ganz neues Licht auf das fragliche Problem zu werfen und die erste, notwendig einmal zu passierende Etappe darzustellen, nicht nur bei der Suche nach einer abschließenden Ant-

wort, sondern auch bei der Inangriffnahme der Vorfrage, für welche Teile des Problems wir überhaupt auf eine bestimmte Antwort hoffen dürfen.

Bei der Erörterung aller philosophischen Probleme hat unsere Untersuchung auszugehen von dem, was man als „Daten" bezeichnen könnte. Ich verstehe unter Daten alle die Dinge, die wir bei Beginn unserer philosophischen Überlegung schon fertig in uns vorfinden und die gewöhnlich unbestimmter und komplexer Natur sind, an denen aber irgend etwas uns trotzdem veranlaßt, sie als im großen und ganzen richtig anzuerkennen. Die für unser Problem in Frage kommenden Inhalte des menschlichen Durchschnittsbewußtseins sind verschiedenster Art. Da ist zunächst unsere Bekanntschaft mit Gegenständen des täglichen Lebens: Möbeln, Häusern, Städten, anderen Menschen usw. Weiterhin ist da die Ausdehnung dieses Einzelwissens auf einzelne Dinge außerhalb des Kreises unserer persönlichen Erfahrung, die wir auf dem Wege über Geschichte, Geographie, die Zeitungen usw. erreichen. Über dem allen steht endlich die Zusammenfassung dieses Einzelwissens durch die Naturwissenschaft, die ihre ungeheure Autorität der erstaunlichen Tatsache verdankt, daß sie imstande ist, die Zukunft vorauszuberechnen. Wir wollen gerne zugeben, daß dieses Wissen im einzelnen noch Irrtümer enthält, aber wir sind der Überzeugung, daß diese Irrtümer entdeckt und ausgemerzt werden können, und zwar mit Hilfe eben derselben Methoden, auf denen schon unsere vorwissenschaftlichen Überzeugungen beruhen. Im praktischen Leben glauben wir nicht einen Augenblick, das

ganze Gebäude unseres Wissens könnte auf unsicheren Grund gebaut sein. Im großen und ganzen, d. h. ohne in bezug auf Einzelheiten schon etwas Bestimmtes behaupten zu wollen, können wir diesen gesamten Wissenskomplex also ruhig gelten lassen — als die Gesamtheit der Daten, von denen unsere philosophische Untersuchung auszugehen hat.

Darauf könnte nun zwar entgegnet werden — und es wird gut sein, sich mit dieser Entgegnung gleich am Anfang zu befassen — die Aufgabe des Philosophen sei es ja gerade, die unbegründeten und möglicherweise falschen Ansichten, von denen wir im täglichen Leben ausgehen, einer kritischen Prüfung zu unterziehen und sie gegebenenfalls durch andere, besser gegründete zu ersetzen. Dies ist in einem bestimmten Sinne richtig, und in diesem Sinne geschieht es auch im Verlaufe der philosophischen Untersuchung. In einem anderen Sinne aber, und zwar in einer sehr wichtigen Hinsicht, ist die Erfüllung dieses Verlangens ganz unmöglich; denn, wenn wir auch zugeben können, daß alle Einzelheiten des in uns vorgefundenen Wissens bezweifelt werden können, so müssen wir dieses in seiner Gesamtheit doch gelten lassen, wenn Philosophie überhaupt möglich sein soll. Der Philosoph ist leider nicht im Besitze einer besonders feinen, nur ihm zu Gebote stehenden Erkenntnismethode, die ihn in die Lage versetzen könnte, von höherer Warte aus unser gesamtes Alltagswissen zu beurteilen. Alles, was von ihm erwartet werden kann, ist vielmehr eine kritische Prüfung und Säuberung dieses Wissens auf Grund der diesem Wissen selbst innewohnenden Kriterien — eine Untersuchung

also, welche nach denselben Regeln verfährt, wie der gesunde Menschenverstand sie unbewußt auch anwendet, nur mit dem Unterschiede, daß der Philosoph bei der bewußten Nachprüfung der Ergebnisse mit mehr Sorgfalt und Genauigkeit zu Werke geht.

Die Philosophie kann sich nicht rühmen, schon den Grad von Gewißheit erreicht zu haben, der sie berechtigen würde, Erfahrungstatsachen und wissenschaftliche Gesetze zu verwerfen. Der Philosoph kann also bei seiner Untersuchung nur so verfahren, daß er sich zwar zu allen Einzelheiten skeptisch stellt, die Gesamtheit unseres Wissens aber unangetastet läßt; mit anderen Worten: die Kritik der Einzelheiten kann nur basieren auf deren Beziehung zu anderen Einzelheiten, nicht aber auf einem äußeren Kriterion, das auf alles Besondere in gleicher Weise anwendbar wäre. Der Grund für diesen Verzicht auf einen universalen Kritizismus ist nicht in dogmatischem Vertrauen zu suchen, sondern in seinem geraden Gegenteil, nicht in der Voraussetzung, das in uns vorgefundene Wissen *müßte* richtig sein, sondern in der Tatsache, daß wir kein seiner Wesensart nach anderes, aus reinerer Quelle stammendes Wissen besitzen. Der radikale Skeptizismus ist, obwohl logisch nicht zu widerlegen, praktisch unfruchtbar; er vermag darum wohl in uns das Bewußtsein des Problematischen und Nicht-Endgültigen aller unserer Überzeugungen wach zu erhalten, nicht aber, sie durch völlig neue Überzeugungen zu ersetzen.

Obwohl Daten also nur auf Grund anderer Daten und nicht irgendeines äußeren Wertmaßstabes kritisch untersucht werden können, so ist es doch möglich, in der

Gesamtheit gefühlsmäßiger Überzeugungen, die wir in uns vorfinden, verschiedene Grade von Gewißheit zu unterscheiden. Was nicht über den Kreis unserer persönlichen sinnlichen Erfahrung hinausgeht, ist für uns naturgemäß das Sicherste von allem; das durch die Sinne Bezeugte ist — das fühlen wir alle — zuletzt in Frage zu ziehen. Was auf dem Zeugnis anderer beruht, wie etwa die geschichtlichen und geographischen Tatsachen, die wir der Literatur entnehmen, besitzt verschiedene Grade von Gewißheit, je nach Anzahl und Glaubwürdigkeit der Quellen. Zu bezweifeln, daß Napoleon wirklich gelebt habe, kann uns nur im Scherz einfallen, während z. B. die Geschichtlichkeit eines Agamemnon mit Recht diskutiert wird. In der Naturwissenschaft sind alle Gewißheitsgrade anzutreffen, außer dem allerhöchsten. Das Gravitationsgesetz hat, wenigstens im Sinne einer Näherungswerte liefernden Formel, heute denselben Gewißheitsgrad erlangt, wie die Existenz Napoleons, während man in bezug auf die neuesten Theorien über die Beschaffenheit der Materie wohl übereinstimmend der Ansicht ist, daß sie von diesem Gewißheitsgrad noch weit entfernt seien. Die verschiedenen Gewißheitsgrade, die sich uns mit den Daten verknüpfen, können selbst als solche Daten angesehen werden; zusammen mit den anderen Daten bilden sie den unbestimmten und verwickelten Wissenskomplex, in dessen Zergliederung die wichtigste Aufgabe der Philosophie besteht.

Das erste, dessen wir gewahr werden, wenn wir diese Aufgabe in Angriff nehmen, ist die Erkenntnis, daß einiges in diesem Komplex abgeleiteter, anderes dagegen

ursprünglicher Natur ist, daß es mit anderen Worten unter unseren Daten solche gibt, von denen wir nur überzeugt sind auf Grund anderer Daten, aus denen sie irgendwie — wenn auch nicht notwendigerweise in einem streng logischen Sinne — erschlossen sind, während wir von der Richtigkeit anderer Daten ohne weiteres, nicht auf Grund äußerer Beweise, durchdrungen sind. Es ist offensichtlich, daß die Sinne uns Wissen der letzteren Art vermitteln, das durch Auge, Ohr oder den Tastsinn unmittelbar Wahrgenommene braucht nicht durch Argumente gestützt zu werden, sondern ist völlig selbstgewiß. Die Psychologie lehrt nun aber, daß, was uns in der sinnlichen Wahrnehmung tatsächlich gegeben wird, viel weniger ist, als die meisten von uns unwillkürlich annehmen, und daß vieles von dem, was auf den ersten Blick als gegeben erscheint, in Wahrheit erst aus anderem erschlossen ist. Das gilt in ganz besonderem Maße von unseren räumlichen Wahrnehmungen: wir erschließen die „wahre" Größe und Gestalt eines sichtbaren Gegenstandes unwillkürlich und unbewußt aus der scheinbaren Größe und Gestalt, die er entsprechend seiner Entfernung von unserem Standpunkt besitzt. Wenn wir jemanden sprechen hören, so geht der tatsächlichen Wahrnehmung viel von dem, was er sagt, verloren, wir ersetzen es aber durch unbewußt Erschlossenes. In einer fremden Sprache, wo diese unbewußte Tätigkeit weniger schnell und genau ausgeführt wird, kommt es uns darum vor, als wären wir plötzlich taub geworden, und wir müssen, um im Theater etwas zu verstehen, der Bühne viel näher sitzen als in unserer Heimat. Es zeigt sich also, daß

schon der erste Schritt in der Analyse unserer Daten, nämlich die Feststellung dessen, was in der sinnlichen Wahrnehmung tatsächlich gegeben ist, voll von Schwierigkeiten ist. Wir können jedoch dieser Frage heute nicht mehr Zeit widmen und es liegt auch keine Notwendigkeit dazu vor: es genügt, daß das Problem gesehen wird, das genaue Ergebnis kann an unserem Hauptproblem nicht mehr viel ändern.

Das Nächste, das wir in Verfolg unserer Untersuchung zu tun haben, besteht in einer Betrachtung der Art und Weise, wie die abgeleiteten Teile unseres vorkritischen Wissens entstehen. Hier stoßen wir nun sofort auf große Schwierigkeiten, wenn wir nicht Logik und Psychologie scharf auseinanderhalten. Psychologisch abgeleitet wollen wir eine Meinung nennen, sobald sie ihre Ursache in einer oder mehreren anderen Meinungen hat bzw. in einem Sinnesdatum, das nicht schon durchaus identisch ist mit dem, was unsere Überzeugung besagt. In diesem Sinne abgeleitete Überzeugungen entstehen fortgesetzt, ohne daß irgendeine logische Schlußfolgerung daran beteiligt wäre, durch bloße Assoziation oder einen gleicherweise außerlogischen Vorgang. Von dem Gesichtsausdruck eines Menschen schließen wir auf die Gefühle, die ihn bewegen. Wir pflegen zu sagen: „Wir sehen, daß er ärgerlich ist", wenn wir tatsächlich nur sehen, daß er die Stirne runzelt. Wir beurteilen also seinen Gemütszustand nicht auf Grund eines logischen Vorganges, sondern unser Urteil entsteht oft, ohne daß wir auch nur imstande wären, anzugeben, welches äußere Zeichen der Erregung wir an dem anderen eigentlich wahr-

genommen haben. In solchem Falle ist unser Wissen psychologisch abgeleitet, logisch ist es aber in gewissem Sinne ursprünglich, da es nicht das Ergebnis eines logischen Schlusses ist. Möglicherweise würde im einzelnen Falle ein logischer Schluß zu demselben Ergebnis führen, das Ausschlaggebende ist aber, daß wir ihn nicht vollziehen. Wenn wir eine Überzeugung „logisch ursprünglich" nennen, sobald sie nicht auf Grund eines logischen Schlusses entsteht, dann sind auch unzählige Ansichten, die psychologisch abgeleitet sind, logisch ursprünglich. Eine scharfe Scheidung dieser beiden Arten von Ursprünglichkeit ist für unsere gegenwärtige Erörterung ungeheuer wichtig.

Wenn wir über diejenigen unserer Ansichten, die zwar logisch, nicht aber psychologisch ursprünglich sind, nachdenken, so fühlen wir — je länger wir dies tun — unser Vertrauen auf ihre Richtigkeit dahinschwinden, wenn es nicht möglich ist, sie auf logischem Wege von solchen Ansichten abzuleiten, die auch im psychologischen Sinne ursprünglich sind. Von Natur aus glauben wir z. B. ohne weiteres, daß die Tische und Stühle, Bäume und Berge, die wir einmal gesehen haben, auch dann noch da sind, wenn wir ihnen den Rücken zukehren. Nun habe ich zwar nicht im mindesten die Absicht, zu behaupten, wir wüßten, daß dies nicht der Fall ist; behaupten möchte ich aber, daß diese Frage nicht so einfach und nicht durch Augenschein zu lösen ist. Die Überzeugung, daß die Dinge weiterbestehen, ist in allen Menschen mit Ausnahme einiger Philosophen zwar logisch, nicht aber psychologisch ursprünglich. Psychologisch entsteht sie auf Grund des

Umstandes, daß wir diese Tische und Stühle, Bäume und Berge einmal gesehen haben. Sobald ernsthaft die Frage aufgeworfen wird, ob dieser Umstand schon ein Recht gibt zu der Annahme, sie bestünden weiter, fühlen wir instinktiv, daß diese Annahme vielmehr der Begründung bedarf und daß, falls uns keine Gründe einfallen, unsere Überzeugung nicht mehr ist als ein frommer Glaube. Diese Notwendigkeit fühlen wir nicht, sobald es sich um unmittelbare Wahrnehmungsgegenstände handelt; diese sind da und zwar — wenigstens solange es sich nur um ihre momentane Existenz handelt — ohne daß Gründe dafür angeführt zu werden brauchten. Demzufolge bedürfen unsere psychologisch abgeleiteten Überzeugungen in höherem Maße der Rechtfertigung als die ursprünglichen.

Dies führt uns zu einer allerdings nicht sehr bestimmten Unterscheidung zwischen dem, was wir „harte" und dem, was wir „weiche" Daten nennen wollen. Dieser Unterschied ist nur graduell und darf nicht urgiert werden; wenn dies aber nicht geschieht, so kann er uns wohl helfen, die Sachlage zu klären. Den Ausdruck „harte Daten" wende ich an auf solche, die der zersetzenden Wirkung der kritischen Reflexion widerstehen, während ich unter „weichen" Daten solche verstehe, die uns bei längerem Nachdenken mehr und mehr zweifelhaft werden. Die härtesten unter den „harten" Daten sind von zweierlei Art: die einzelnen sinnlich gegebenen Tatsachen und die allgemeinsten logischen Wahrheiten. Je mehr wir über diese letzteren nachdenken, je deutlicher wir uns vergegenwärtigen einmal, was ihre genaue Bedeutung ist, und zum andern,

was es bedeuten würde, sie in Zweifel zu ziehen — um so einleuchtender wird uns ihre Gewißheit. Ein sich an das Wort klammernder Zweifel ist freilich auch in bezug auf sie möglich, ein solcher Zweifel kann aber auch entstehen, wenn das dem Namen nach Angezweifelte uns gar nicht wirklich gegenwärtig ist und nur leere Worte unser Bewußtsein erfüllen. *Wirklicher* Zweifel an dem sinnlich Gegebenen und den logischen Einsichten würde in meinen Augen pathologisch zu werten sein. Mir scheinen die genannten Dinge auf jeden Fall ganz gewiß zu sein, und ich nehme an, daß Sie darin mit mir übereinstimmen, denn, ohne diese Voraussetzung zu machen, laufen wir Gefahr, in den universalen Skeptizismus zu verfallen, der, wie wir schon gesehen haben ebenso unfruchtbar wie unwiderleglich ist. Wenn wir in unserer philosophischen Untersuchung überhaupt weiterkommen wollen, so haben wir keine andere Wahl, als zwar der Hypothese des Skeptikers unsere pflichtschuldige Reverenz zu machen — in Anerkennung ihrer Eleganz und Unangreifbarkeit — dann aber uns der Betrachtung anderer Hypothesen zuzuwenden, die vielleicht zwar noch nicht ganz sicher sind, aber doch ebensoviel Anrecht auf unsere Beachtung haben wie der Skeptizismus.

Wenn wir unsere Unterscheidung zwischen „harten" und „weichen" Daten auf psychologisch abgeleitete, logisch aber ursprüngliche Ansichten zur Anwendung bringen, so wird sich bald herausstellen, daß die meisten von ihnen, wenn nicht gar alle, unter die *weichen* Daten einzureihen sind. Denken wir über sie nach, so kann zwar der Fall eintreten, daß es gelingt, sie auf logischem

Wege zu deduzieren; in diesem Falle sind wir von neuem von ihnen überzeugt, aber sie sind nicht mehr das, was wir mit „Daten" bezeichnen wollen. In gewissen Grenzen sind sie zwar auch als Daten schon anzuerkennen, aber sie können unmöglich mit den sinnlichen Gegebenheiten und den logischen Gesetzen auf gleiche Stufe gestellt werden. Anerkannt müssen sie meines Erachtens insofern werden, als wir berechtigt sind zu hoffen — wenn auch nicht allzu zuversichtlich — daß die harten Daten zumindest ihre Wahrscheinlichkeit erweisen werden. Aber auch, wenn es sich herausstellen sollte, daß die harten Daten über ihre Richtigkeit oder Falschheit nichts aussagen können, wären wir, so glaube ich, immer noch berechtigt, uns hypothetisch eher für ihre Richtigkeit als ihre Falschheit zu entscheiden. Für den Augenblick wollen wir aber einmal unsere Aufmerksamkeit ausschließlich den harten Daten zuwenden, mit der Absicht, herauszufinden, was für ein Weltbild aus ihnen allein sich aufbauen läßt.

Die Daten, von denen wir auszugehen haben, sind also vornehmlich das durch die Sinne (d. h. das uns persönlich durch unsere eigenen Sinne) gegebene Material und die Gesetze der Logik. Aber selbst bei schärfster kritischer Einstellung werden wir zugeben müssen, daß zu diesem Grundbestand noch einiges hinzugerechnet werden muß. Einigen *Gedächtnistatsachen* — besonders solchen auf die jüngste Vergangenheit bezüglichen — scheint gleichfalls der höchstmögliche Grad von Gewißheit innezuwohnen. Auch gewisse *Tatsachen der Selbstbeobachtung* sind wohl so gewiß wie irgend etwas sinnlich Gegebenes. Endlich muß auch der Ausdruck

„sinnlich Gegebenes" in ziemlich weitem Sinne gefaßt werden; d. h. räumliche und zeitliche *Beziehungen* müssen in manchen Fällen eingeschlossen werden, wie z. B. im Falle einer schnellen Bewegung, die scheinbar in ihrer ganzen Ausdehnung der Gegenwart angehört. In die harten Daten müssen wir endlich auch noch *Vergleiche* einbeziehen, wie die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Farbschattierungen usw. Vor allem aber müssen wir uns stets vor Augen halten, daß die Unterscheidung zwischen harten und weichen Daten psychologisch begründet und darum subjektiver Natur ist, daß also für andere Menschen — wenn es außer uns überhaupt noch denkende Wesen gibt, was beim gegenwärtigen Stande unserer Untersuchung noch für zweifelhaft zu gelten hat — die Gesamtheit ihrer harten Daten von den unsrigen gänzlich verschieden sein kann.

Auf der anderen Seite sind gewisse ganz allgemein verbreitete Ansichten von den harten Daten unzweifelhaft auszuschließen. So z. B. die Ansicht, deretwegen wir die Unterscheidung zwischen harten und weichen Daten überhaupt eingeführt haben, und die besagt, die sinnlich wahrnehmbaren Gegenstände existierten weiter, während wir sie nicht wahrnehmen. Dahin gehört auch die Überzeugung von der Existenz anderer denkender Wesen außer uns. Diese Überzeugung leitet sich wahrscheinlich davon her, daß wir andere Körper wahrnehmen. Die Notwendigkeit einer logischen Rechtfertigung dieser glaubensmäßigen Überzeugung wird aber fühlbar, sobald man merkt, daß sie abgeleiteter Natur ist. Der Glaube an das auf das Zeugnis anderer Menschen Gegründete, einschließlich alles dessen, was

wir aus Büchern erfahren, unterliegt natürlich gleichfalls dem Zweifel an der Existenz anderer Menschen außer uns. Die Welt, von der wir bei unserer Synthese auszugehen haben, ist also außerordentlich fragmentarischer Art. Das Beste, das wir noch von ihr sagen können, ist, daß sie doch etwas reichhaltiger ist als die Welt, zu der Descartes auf Grund einer ähnlichen kritischen Untersuchung gelangte, denn diese Welt enthielt nichts außer ihm selbst und seinen Gedanken.

Wir sind jetzt in der Lage, das Problem unseres Wissens von der Außenwelt in seinem ganzen Umfang und seiner vollen Bedeutung zu übersehen. Das setzt uns in den Stand, verschiedene Mißverständnisse zu beseitigen, die geeignet sind, die Problemstellung zu verdunkeln. Genau formuliert heißt unser Problem: „Kann die Existenz von irgend etwas, außer unseren eigenen harten Daten, aus der Existenz eben dieser Daten auf logischem Wege erschlossen werden?" Ehe wir an die Beantwortung gehen, wird es aber nützlich sein, auch noch festzustellen, was unser Problem *nicht* ist.

Wenn wir im Laufe unserer Erörterung von der Außenwelt sprechen, so bezieht sich dies keinesfalls auf ein räumliches „außen", es sei denn, daß der Raumbegriff in ganz besonderer, ja ungewöhnlicher Weise interpretiert würde. Die unmittelbaren Gegenstände unseres Gesichtssinnes, die farbigen Flächen, die unsere sichtbare Welt ausmachen, sind räumlich „außen" in der ursprünglichen Bedeutung des Wortes. Wir fühlen, daß sie „dort" sind im Gegensatz zu „hier", und ohne etwas anderes als unsere harten Daten als existierend vorauszusetzen, können wir die Entfernung einer

farbigen Fläche mehr oder weniger genau abschätzen. Es scheint sogar, daß Entfernungen, solange sie nicht allzu groß sind, mit größerer oder geringerer Genauigkeit tatsächlich durch den Gesichtssinn gegeben sind. Wie dem auch sei, gewöhnliche Entfernungen können sicherlich auf Grund von Sinnesdaten allein annäherungsweise geschätzt werden. Die unmittelbar gegebene Welt ist räumlich, sie ist ferner nicht vollständig in unserem eigenen Körper enthalten: unser Wissen von dem, was in diesem Sinne „außen" ist, unterliegt also keinem Zweifel.

Das Problem begegnet uns häufig auch in der Form: „Können wir etwas über die Existenz einer von uns selbst unabhängigen Wirklichkeit wissen?" Diese Formulierung leidet aber unter der Zweideutigkeit der Begriffe „unabhängig" und „selbst". Um den letzteren vorwegzunehmen: die Frage, was als ein Teil unseres Selbst anzusehen ist, ist äußerst schwierig. Unter den zahlreichen möglichen Bedeutungen des Selbst wollen wir zwei als von besonderer Bedeutung betrachten, nämlich 1. das reine Subjekt, welches denkt und Gegenstände wahrnimmt, und 2. die Gesamtheit alles dessen, was nach unserem Tode notwendigerweise zu existieren aufhören würde. Das reine Subjekt, wenn es überhaupt existiert, ist erst auf logischem Wege erschlossen und kein Bestandteil unserer Daten; diese Bedeutung des Selbst können wir in der gegenwärtigen Untersuchung also ignorieren. Die andere Bedeutung ist nicht leicht genau zu formulieren, da wir kaum wissen können, was alles in bezug auf seine Existenz von unserem Leben abhängig ist. Außerdem wird hier der Begriff „ab-

hängig" eingeführt, durch den dieselben Fragen akut werden wie durch den Begriff „unabhängig". Es empfiehlt sich also, zunächst diesen letzteren Begriff zu analysieren und dann erst auf das Selbst zurückzukommen.

Wenn wir feststellen, daß ein Ding von einem anderen unabhängig ist, so meinen wir damit entweder, daß es für das eine *logisch* möglich ist, ohne das andere zu existieren, oder aber daß zwischen beiden keinerlei *Kausalnexus* besteht, daß also nicht das eine nur als die Wirkung des anderen auftritt. Die einzige Art, wie ein Ding logisch von einem andern abhängig sein kann, ist meines Wissens die, daß das andere ein Teil des einen ist. Die Existenz eines Buches ist z. B. logisch abhängig von derjenigen der Seiten, denn ohne Seiten kein Buch. In diesem Sinne läßt sich also die Frage: „Können wir etwas über die Existenz einer von uns selbst unabhängigen Wirklichkeit wissen?" zurückführen auf die Form: „Können wir etwas über die Existenz einer Wirklichkeit wissen, von der wir selbst keinen Teil ausmachen?" Bei dieser Formulierung des Problems wird die Definition des Selbst wieder dringend. Ich bin aber der Meinung, daß unser Selbst, wie auch immer wir es definieren mögen, auch, wenn es als das reine Subjekt angenommen wird, unmöglich als ein Bestandteil des unmittelbaren Gegenstandes unserer Sinne angesehen werden kann. Wenn wir unser Problem so formulieren, ist also zuzugeben, daß wir etwas über die Existenz von uns unabhängiger Wesenheiten wissen können.

Die Frage nach der kausalen Abhängigkeit ist sehr

viel schwieriger. Um zu wissen, daß ein Ding von einem andern kausal unabhängig ist, müssen wir feststellen, daß es tatsächlich ohne das andere vorkommt. Nun ist zwar offenbar, daß unsere Gedanken und Gefühle — welche berechtigte Bedeutung wir dem Selbst auch zuschreiben mögen — in kausaler Abhängigkeit von uns stehen, d. h. nicht auftreten, sobald kein Selbst vorhanden ist, dem sie angehören könnten. In bezug auf die Sinnesgegenstände ist dies aber nicht so offensichtlich; die allgemein verbreitete Ansicht geht, wie wir gesehen haben, sogar dahin, daß solche Gegenstände auch weiterbestehen, wenn niemand da ist, der sie wahrnimmt. Ist diese Ansicht richtig, dann sind die Gegenstände kausal unabhängig von uns; ist sie dagegen falsch, so sind sie von uns abhängig. Die Frage läßt sich also zurückführen auf die andere, ob wir wissen können, daß Gegenstände der sinnlichen Wahrnehmung oder irgendwelche anderen Gegenstände, die nicht unsere eigenen Gedanken und Gefühle sind, auch zu Zeiten existieren, wo wir sie nicht wahrnehmen. In dieser Form, die den schwierigen Begriff „unabhängig" nicht mehr enthält, haben wir unser Problem ja schon vorhin aufgestellt.

In dieser letzteren Form schließt das Problem zwei Fragen in sich, die auseinanderzuhalten von großer Wichtigkeit ist. Erstens: können wir wissen, daß sinnlich wahrnehmbare Gegenstände oder etwas Ähnliches zu Zeiten existieren, wo wir sie nicht wahrnehmen? Zweitens — wenn wir darüber nichts wissen können — können wir wissen, daß andere Gegenstände, die aus sinnlich wahrnehmbaren Gegenständen logisch zu er-

schließen, nicht aber notwendig diesen ähnlich sind, während wir die ersteren wahrnehmen, oder zu irgendeiner anderen Zeit existieren? Letztere Frage spielt in der Philosophie eine Rolle als das Problem des „Dinges-an-sich", in der Naturwissenschaft als das Problem der „Materie". Diesem letzteren Problem wollen wir uns zuerst zuwenden.

Auf Grund der Tatsache, daß wir bei der Sinnesempfindung das Gefühl haben, völlig passiv zu sein, setzen wir als selbstverständlich voraus, daß unsere Sinnesempfindungen äußere Ursachen hätten. Um zu dieser Frage Stellung nehmen zu können, müssen wir vor allem zwei verschiedene Dinge scharf trennen, nämlich 1. unsere Sinnesempfindung, welche ein geistiger Vorgang ist und uns von dem Vorhandensein des Wahrnehmungsgegenstandes in Kenntnis setzt, und 2. den Wahrnehmungsgegenstand, von dem die Sinnesempfindung uns Kunde gibt. Wenn ich von einem durch die Sinne wahrnehmbaren Gegenstand spreche, darf dies nicht so verstanden werden, als meinte ich damit so etwas wie etwa einen Tisch, den man sehen und betasten kann, der von mehreren Personen gleichzeitig wahrgenommen werden kann und mehr oder weniger beständig ist. Ich meine vielmehr einzig den momentanen Farbfleck, der in dem Augenblick wahrgenommen wird, wo wir den Tisch ansehen, oder einzig nur jene ganz bestimmte Härte, die wahrgenommen wird, solange wir ihn berühren, oder aber den ganz besonderen Laut, der hörbar wird, sobald wir ihn beklopfen. In jedem dieser Fälle spreche ich von einem sinnlich wahrnehmbaren „Gegenstand" und unsere Wahrnehmung

von demselben nenne ich „Empfindung". Unser Gefühl der Passivität, wenn ihm überhaupt irgendwelche Beweiskraft innewohnte, könnte nun aber höchstens beweisen, daß die *Empfindung* eine äußere Ursache habe. Als solche wird man ohne weiteres den Wahrnehmungsgegenstand ansprechen dürfen. Es ist also eigentlich kein Grund zu der Annahme vorhanden, der Wahrnehmungsgegenstand selbst müßte eine äußere Ursache haben. Wenn wir nun sehen, daß trotzdem die Philosophie in ihrem Begriffe des Dinges-an-sich und die Physik in dem der Materie ebensosehr die Ursache des Wahrnehmungsgegenstandes als der Empfindung sieht, so fragen wir uns unwillkürlich, welche Gründe dafür wohl maßgebend sein mögen.

Ausschlaggebend ist meines Erachtens sowohl in der Philosophie wie in der Physik die Überzeugung, daß in der Empfindung sich etwas kundgibt, das unabhängig von unserem Bewußtsein existiert, in Verbindung mit der Tatsache, daß unsere Empfindungen sich oftmals in einer Weise ändern, die von uns selbst in höherem Grade abhängig scheint als von irgend etwas, das als unabhängig von uns existierend angenommen werden könnte. Ohne nachzudenken, sind wir zunächst davon überzeugt, daß alles so ist, wie es zu sein scheint, und daß, wenn wir die Augen schließen, die vorher wahrgenommenen Gegenstände bleiben, wie sie waren, obwohl wir sie nicht mehr sehen. Gegen diese Ansicht sprechen aber Gründe, deren Gewichtigkeit anerkannt werden muß. Zwar ist es außerordentlich schwierig, genau zu erkennen, wie weit die Beweiskraft dieser Gründe reicht; wollen wir aber in bezug auf das Problem der

Außenwelt irgendwie weiterkommen, so können wir nicht umhin, zu ihnen irgendwie Stellung zu nehmen.

Ein Tisch bietet, von verschiedenen Orten aus gesehen, einen ganz anderen Anblick dar. Das ist die Sprache des gesunden Menschenverstandes, die aber schon die Annahme in sich schließt, es gäbe einen wirklichen Tisch, der uns seinen Anblick darböte. Es muß aber möglich sein, den Tatbestand nur durch Wahrnehmungsgegenstände zum Ausdruck zu bringen unter Vermeidung aller hypothetischen Elemente. Gehen wir um den Tisch herum, so bemerken wir eine Reihe allmählich sich verändernder sichtbarer Gegenstände. Wenn wir aber von einem Um-den-Tisch-Herumgehen sprechen, so ist darin immer noch die Hypothese eingeschlossen, als gäbe es *einen* Tisch, der mit all den verschiedenen Gesichtsbildern zusammenhinge. Wir würden also besser sagen: während wir jene Muskelempfindungen haben, auf Grund deren wir sagen „wir gehen", verändern sich unsere Gesichtsempfindungen in stetiger Weise derart, daß an Stelle eines bestimmten Farbfleckes nicht unvermittelt etwas ganz Verschiedenartiges tritt, sondern vielmehr eine unmerkliche Abstufung über nur ganz wenig sich ändernde Farben und Formen stattfindet. Dieser Satz bringt zum Ausdruck, was wir erfahrungsgemäß wissen, nachdem wir uns von der Annahme beharrlicher „Dinge" mit wechselnder Erscheinungsform freigemacht haben. Wirklich bekannt ist uns bei dem angeführten Beispiel nichts anderes als eine Wechselbeziehung zwischen Muskel- und anderen Körperempfindungen einerseits und Veränderungen unserer Gesichtsempfindungen anderseits.

In dem Herumgehen um den Tisch haben wir nun aber nicht die einzige Möglichkeit, seinen Anblick zu verändern. Wir brauchen nur ein Auge zu schließen, oder eine blaue Brille aufzusetzen, oder ihn durch ein Mikroskop zu betrachten. Durch jede dieser Maßnahmen wird das, was wir als das Aussehen des Tisches bezeichnen, in bestimmter Weise verändert. Weit entfernte Gegenstände verändern ihr Aussehen auch, wenn — wie wir uns ausdrücken — die Beschaffenheit der Atmosphäre sich ändert, d. h. bei Nebel, Regen oder Sonnenschein. Auch mit den physiologischen Bedingungen ändert sich das Aussehen der Gegenstände. Wenn wir das Weltbild des gesunden Menschenverstandes akzeptieren, so sind alle diese Veränderungen, einschließlich der physiologischen, als Veränderungen im dazwischenliegenden Medium anzusprechen. Diesen Tatsachenverhalt auf eine Form zurückzuführen, die nur Wahrnehmungsgegenstände und keine Hypothesen enthält, ist allerdings nicht ganz so einfach wie im vorigen Falle. Etwas, das sich zwischen uns und dem gesehenen Gegenstand befindet, muß unsichtbar sein, denn unser Blick wird in jeder Richtung durch das nächste sichtbare Objekt begrenzt. Man könnte dagegen einwenden, daß eine schmutzige Glasscheibe sichtbar sei, obwohl wir durch sie hindurch andere Gegenstände sehen können. Was wir in diesem Falle wirklich sehen, ist aber gar nicht die Glasscheibe, sondern nur die Schmutzflecken auf ihr, während die sauberen Stellen unsichtbar bleiben und wir durch sie hindurch das dahinter Befindliche sehen. Die Tatsache, daß das dazwischenliegende Medium auf das Aussehen der

Dinge von Einfluß ist, kann also unmöglich mit Hilfe des Gesichtssinnes allein entdeckt werden.

Wir wollen uns auch hier auf den Versuch mit der Brille beschränken; dieser ist der einfachste, kann aber doch als typisch auch für die anderen angesehen werden. Die Einfassung des Brillenglases ist natürlich sichtbar, nicht aber das blaue Glas selbst, wenigstens wenn es sauber ist. Die blaue Farbe, die wir gewöhnt sind, dem Glas zuzuschreiben, erscheint nämlich als Farbe der Gegenstände, die wir durch das Glas hindurch erblicken. Von dem Glase selbst erfahren wir durch den Tastsinn. Um zu wissen, daß es sich zwischen uns und dem Gegenstande befindet, müssen wir imstande sein, den Raum des Tastsinnes mit dem des Gesichtssinnes in Beziehung zu bringen. Diese Beziehung zwischen beiden Räumen nur mit Hilfe von Sinnesdaten zu definieren, ist nun zwar keineswegs eine so ganz einfache Sache; die Aufgabe enthält aber wenigstens keine grundsätzlichen Schwierigkeiten und kann darum für unsere Zwecke als gelöst angesehen werden. Wenn dies der Fall ist, so können wir auch einen Sinn verbinden mit der Feststellung, das blaue Glas, das wir berühren können, befinde sich zwischen uns und dem Gegenstande, von dem wir sagen, wir sähen ihn durch das Glas hindurch.

Aber noch immer haben wir unsere Feststellung nicht restlos auf das tatsächlich durch die Sinne Gegebene zurückgeführt. Wir sind noch immer von der Voraussetzung ausgegangen, daß der Gegenstand, von dessen Vorhandensein wir Kenntnis haben, solange wir die blaue Brille berühren, auch noch danach existiert.

Aber auch solange wir sie tatsächlich berühren, sehen wir nur unseren Finger durch den von ihm berührten Teil des Glases hindurch — den einzigen Teil des ganzen Brillenglases, von dem wir unmittelbar wissen, daß er vorhanden ist. Wenn wir nun die blaue Farbe der durch die Brille hindurch gesehenen Gegenstände erklären sollen, so könnte es den Anschein haben, als wären wir zu der Annahme gezwungen, die Brille existiere noch, während wir sie nicht mehr berühren. Wenn diese Annahme tatsächlich nicht zu vermeiden ist, so ist damit zugleich unser Hauptproblem beantwortet, d. h. wir können etwas wissen über die Existenz von Gegenständen, die gegenwärtig nicht sinnlich wahrnehmbar, wohl aber Gegenständen gleich sind, die uns früher durch sinnliche Wahrnehmung gegeben waren.

Obwohl diese Annahme ohne Frage die natürlichste ist, die wir machen können, könnte man doch fragen, ob sie wirklich nicht zu umgehen ist. Wir könnten ja z. B. auch sagen, die Wirkung des Gegenstandes, den wir wahrnehmen, solange wir die Brille berühren, daure an, auch während der Gegenstand selbst vielleicht nicht mehr existiert. Von diesem Gesichtspunkt aus gesehen, würde sich die Annahme einer Weiterexistenz von sinnlich wahrnehmbaren Gegenständen über den Zeitpunkt hinaus, bis zu dem sie wahrgenommen werden, als ein Trugschluß darstellen, zu dem die Tatsache, daß die fraglichen Gegenstände noch weiterhin Wirkungen ausüben, durchaus nicht berechtigt. Die populäre Ansicht geht zwar dahin, daß nichts, das zu existieren aufgehört hat, noch irgendwelche Wirkungen ausüben könnte; dies ist aber ein bloßes Vorurteil, das aus einer

falschen Auffassung der Kausalität entspringt. Wir können über diese Hypothese also nicht einfach mit dem Hinweis hinweggehen, sie sei a priori unmöglich, und müssen vielmehr untersuchen, ob sie imstande ist, die Tatsachen zu erklären.

Man könnte sagen, die Annahme sei unbrauchbar in dem Falle, daß das blaue Glas überhaupt nicht berührt wird. Wie ist in diesem Falle die blaue Farbe der Gegenstände zu erklären, oder — allgemeiner ausgedrückt — was hat es mit den hypothetischen Tastempfindungen auf sich, die wir auch mit nicht berührten sichtbaren Gegenständen assoziieren und von denen wir wissen, daß wir sie verifizieren könnten, wenn wir nur wollten, obgleich wir es tatsächlich nicht tun? Müssen wir diese hypothetischen Tastempfindungen nicht auf das Konto von dauernden Eigenschaften der Gegenstände setzen, von Eigenschaften, welche eine Berührung sofort offenbaren würde?

Wir wollen zunächst die allgemeinere Frage betrachten. Die Erfahrung lehrt, daß wir, wo wir farbige Flächen von bestimmter Art erblicken, durch Berühren derselben ganz bestimmte Empfindungen der Härte oder Weichheit, der taktilen Gestalt usw. hervorrufen können. Deshalb nehmen wir an, daß alles Sichtbare gewöhnlich auch greifbar sei und daß es, ob wir es nun berühren oder nicht, die Härte bzw. Weichheit besitze, die wir im Falle einer Berührung zu empfinden erwarten. Aber schon die bloße Tatsache, daß wir unsere taktilen Empfindungen in ihrer Besonderheit voraussehen können, beweist, daß es logisch nicht notwendig ist, taktile Eigenschaften anzunehmen, bevor

sie wahrgenommen werden. Tatsächlich wissen wir weiter nichts, als daß mit einem Gesichtsbild und der Berührung des ihm entsprechenden Körpers bestimmte Empfindungen assoziiert sind, die notwendigerweise optisch bestimmbar sein müssen, da sie sonst nicht schon auf Grund des Gesichtsbildes allein vorausgesehen werden könnten.

Jetzt können wir auch die Erfahrungstatsachen bezüglich der blauen Brille beschreiben, d. h. eine Interpretation unserer naiven Ansicht über sie versuchen, ohne etwas anderes anzunehmen als die Existenz sinnlich wahrnehmbarer Gegenstände zu der Zeit, wo sie tatsächlich wahrgenommen werden. Unsere Erfahrung im Assoziieren von Tast- und Gesichtsempfindungen ermöglicht es uns, einen bestimmten Ort des dem Tastsinn zugehörigen Raumes und einen bestimmten Ort des dem Gesichtssinn zugeordneten Raumes aufeinander zu beziehen. In einigen Fällen, nämlich wo es sich um durchsichtige Objekte handelt, finden wir nun, daß in einem dem Tastsinn entsprechenden Orte sich ein taktiler Gegenstand befindet, ohne daß im entsprechenden Orte des optischen Raumes sich ein sichtbarer Gegenstand befände. In Fällen, wie dem mit der blauen Brille, finden wir dagegen, daß alles, was jenseits des leeren Ortes im optischen Raume in derselben Blickrichtung gesehen wird, eine andere Farbe hat, als wenn sich in dem dazwischenliegenden Orte des taktilen Raumes kein greifbarer Gegenstand befindet, und daß, wenn wir den taktilen Gegenstand verschieben, sich auch der blaue Fleck im optischen Raume bewegt. Wenn wir nun praktisch die Entdeckung machen, daß ein blauer Fleck sich in

der angedeuteten Weise im optischen Raum bewegt, während wir keinen dazwischenliegenden taktilen Gegenstand wahrnehmen, so schließen wir trotzdem, daß, wenn wir unsere Hand auf eine bestimmte Stelle des taktilen Raumes legen würden, eine bestimmte Tastempfindung die Folge wäre. Wenn wir die Annahme nicht wahrgenommener Gegenstände vermeiden wollen, so dürfen wir darüber hinaus nichts damit meinen, wenn wir sagen, an einem bestimmten Orte befinde sich eine blaue Brille, trotzdem wir sie nicht berührt, sondern nur gesehen haben, daß durch ihr Vorhandensein andere Dinge blau gefärbt erscheinen.

Ich glaube, man kann ganz allgemein die Behauptung aufstellen, daß alle Tatsachen der Physik oder des naiven Weltbildes, d. h. also alles das, was an beiden überhaupt verifizierbar ist, sich durch Tatsachen der reinen Sinneserfahrung allein darstellen lassen müssen. Der Grund dafür ist sehr einfach: Die Verifikation besteht stets in dem Eintreffen irgendeines erwarteten Sinnesdatums. Die Astronomie sagt z. B. voraus, daß zu bestimmter Zeit eine Mondfinsternis eintreten wird; wir sehen nach dem Monde und finden, daß tatsächlich der Erdschatten sich über ihn schiebt, d. h. wir sehen etwas, das von dem gewöhnlichen Aussehen des Mondes ganz verschieden ist. Wenn aber das Eintreffen eines erwarteten Sinnesdatums eine Bestätigung darstellt, so muß die entsprechende Behauptung sich auf Sinnesdaten bezogen haben, mit anderen Worten: wenn ein Teil der Behauptung sich nicht auf Sinnesdaten bezieht, so gilt die Bestätigung nur für den andern Teil. Nun besteht in der Tat eine gewisse Regelmäßigkeit

oder Gesetzmäßigkeit in dem Eintreten von Sinnesdaten, aber die Sinnesdaten, die zu einer gewissen Zeit eintreten, sind oftmals kausal verknüpft mit solchen, die zu ganz anderen Zeiten stattfinden, und nicht — oder wenigstens nicht sehr eng — mit denen, die sich ungefähr zur selben Zeit ereignen. Wenn ich nach dem Monde sehe und unmittelbar darauf das Geräusch eines fahrenden Zuges höre, so besteht zwischen beiden Sinnesdaten kein enger Kausalzusammenhang; wenn ich aber im Abstand von acht Tagen nachts nach dem Monde sehe, so ist die enge kausale Zusammengehörigkeit der beiden so erhaltenen Sinnesdaten unzweifelhaft. Die einfachste, oder doch die leichteste Formel für den Zusammenhang beider habe ich in der Vorstellung eines „wirklichen" Mondes, der seine Bahn zieht, gleichviel ob ich nach ihm sehe oder nicht, und eine Reihe *möglicher* Sinnesdaten liefert, von denen nur jene wirklich sind, die den Augenblicken zugeordnet sind, während welcher ich nach dem Monde sehe.

Der Umfang des auf diese Weise Verifizierbaren ist allerdings außerordentlich klein. Wir müssen daran denken, daß wir beim gegenwärtigen Stande unserer kritischen Untersuchung das Zeugnis anderer Menschen noch nicht gelten lassen können. Wenn wir bestimmte Geräusche hören, ähnlich denjenigen, die wir selbst äußern würden, um einem bestimmten Gedanken Ausdruck zu geben, so nehmen wir gemeinhin an, daß dieser Gedanke, oder doch ein ganz ähnlicher, in einem anderen geistigen Wesen entstanden sei und in den erwähnten Geräuschen Ausdruck gefunden habe. Sehen wir gleichzeitig einen dem unseren ähnlichen Körper, der

die Lippen ebenso bewegt wie wir es beim Sprechen tun, so nehmen wir unwillkürlich an, er sei lebendig und die Gefühle in seinem Innern bestünden auch weiter, wenn wir ihn nicht ansehen. Wenn wir sehen, daß unser Freund einen schweren Gegenstand auf seinen Fuß fallen läßt und ihn dabei schreien hören, wie wir selbst unter gleichen Umständen schreien würden, so kann dies zwar ohne Zweifel erklärt werden, ohne etwas anderes anzunehmen, als eine Reihe von Gestalten, die wir sehen, und eine Reihe von Geräuschen, die wir hören, praktisch ist aber niemand so sehr mit Philosophie infiziert, um nicht ganz sicher zu sein, daß sein Freund denselben Schmerz empfunden hat, den er selbst unter gleichen Umständen empfinden würde. Die Berechtigung dieser Überzeugung wollen wir später genauer untersuchen; für den Augenblick liegt mir nur daran, darauf hinzuweisen, daß sie in gleicher Weise der Rechtfertigung bedarf wie unsere Ansicht, der Mond existiere auch, wenn wir ihn nicht wahrnehmen, und daß ohne diese Rechtfertigung mündliches oder schriftliches Zeugnis nur den Sinn von Geräuschen und Buchstaben hat, aber keinerlei Beweis für die jeweiligen Tatsachen darstellt. Die Bestätigung, welche auf dem gegenwärtig eingenommenen Standpunkt die Physik erfahren kann, erstreckt sich also nur so weit, wie ein einzelner Mensch mit seinen ohne fremde Hilfe gemachten Beobachtungen kommen kann. Das bedeutet aber nicht gerade viel, wenn man die Begründung einer vollständigen Wissenschaft im Auge hat.

Ehe wir in unserer Untersuchung fortfahren, erscheint

es mir angebracht, nochmals zusammenzufassen, was sie bis jetzt zutage gefördert hat. Das Problem ist: „Kann die Existenz von irgend etwas außer unseren eigenen harten Daten aus eben diesen Daten auf logischem Wege erschlossen werden?" Das Problem in der Form aufzustellen: „Können wir etwas über die Existenz von irgend etwas außer uns selbst und unseren Zuständen wissen?" oder „Können wir etwas über die Existenz von etwas nicht von uns Abhängigem wissen?" ist, wie wir gesehen haben, falsch, und zwar infolge der unüberwindlichen Schwierigkeiten, die einer genauen Definition der Begriffe „selbst" und „unabhängig" entgegenstehen. Unsere Passivität bei der sinnlichen Wahrnehmung ist belanglos, denn — selbst wenn sie überhaupt etwas beweisen könnte — so wäre es nur, daß unsere Empfindungen von Wahrnehmungsgegenständen verursacht werden. Die natürliche, naive Überzeugung geht dahin, daß einmal wahrgenommene Gegenstände weiterbestehen, genau so oder ähnlich, wie sie uns erschienen sind, auch wenn sie nicht mehr wahrgenommen werden. Diese Ansicht kann aber nicht standhalten gegenüber der Beobachtung, daß das, was als das Aussehen eines Gegenstandes angesprochen wird, sich verändert entsprechend den — wie man gemeinhin sagt: Veränderungen des Gesichtspunktes und des dazwischenliegenden Mediums, einschließlich unserer eigenen Sinnesorgane, unserer Nerven und unseres Gehirns. Mit dieser Formulierung der Tatsachen machen wir jedoch immer noch die Voraussetzung einer Welt mit beständigen Dingen, die wir ja gerade in Zweifel ziehen wollen; um genau zu erkennen, welche Bedeu-

tung die dieser Formulierung zugrunde liegenden Tatsachen für unser Problem haben, müssen wir also eine andere Formulierung für sie suchen, die keine von den Annahmen mehr enthält, deren Rechtmäßigkeit sie in Zweifel ziehen soll. Was wir auf diesem Wege finden, als reines Erfahrungsergebnis, ist, daß allmähliche Veränderungen gewisser Sinnesdaten in Wechselbeziehung stehen zu allmählichen Veränderungen gewisser anderer Sinnesdaten, bzw. — wie im Falle der Körperbewegung — mit diesen anderen Sinnesdaten selbst.

Die Annahme, daß sinnlich wahrnehmbare Gegenstände weiterbestehen, nachdem sie nicht mehr wahrgenommen werden — daß also z. B. die Härte eines sichtbaren Körpers, die wir durch Berührung desselben kennengelernt haben, fortbesteht, auch wenn der Körper nicht mehr berührt wird — könnte ersetzt werden durch die andere Annahme, daß die Wirkungen sinnlich wahrnehmbarer Gegenstände fortbestehen, mit anderen Worten, daß die gegenwärtigen Vorgänge oftmals nur durch frühere Vorgänge erklärt werden können. Alles, was ein Einzelner vom Weltbilde des naiven Menschen und der Physik nur auf Grund eigener Beobachtung verifizieren kann, wird sich auf diese Weise erklären lassen, da die notwendige Bestätigung in nichts anderem besteht, als in dem Eintreten eines bestimmten Sinnesdatums. Was aber auf mündlicher oder schriftlicher Überlieferung beruht, ist auf diese Weise nicht zu erklären, denn der Begriff der Überlieferung ist abhängig von der Existenz anderer geistiger Wesen außer uns und damit von der Erkenntnis von etwas nicht durch die Sinne Gegebenem. Ehe wir aber der Frage

nach unserem Wissen von anderen Menschen nähertreten, wollen wir nochmals zu dem Problem des Dinges-an-sich zurückkehren, zu der Theorie, die besagt, was zu einer Zeit existiere, in der wir einen gegebenen Wahrnehmungsgegenstand nicht wahrnehmen, sei etwas, das im Verein mit uns und unseren Sinnesorganen unsere Empfindungen hervorrufe, niemals aber selbst in der Empfindung gegeben sei.

Wenn wir von den Ansichten des naiven Menschen ausgehen, so ergibt sich der Begriff des Dinges-an-sich ganz natürlich aus den Schwierigkeiten infolge der wechselnden Erscheinungsart, des verschiedenen Aussehens dessen, was als ein und derselbe Gegenstand angesehen wird. Es wird angenommen, der Tisch etwa rufe unsere Sinnesdaten, in diesem Falle Gesichts- und Tastempfindungen, hervor; da diese Empfindungen sich aber je nach Gesichtspunkt und dazwischen befindlichem Medium ändern, so muß er etwas von den durch ihn hervorgerufenen Sinnesdaten völlig Verschiedenes sein. Diese Theorie trägt in sich die Gefahr einer Verwechslung, auf der z. T. sogar ihre Glaubwürdigkeit beruht: die Verwechslung der Sinnesempfindung als eines psychischen Vorganges mit ihrem Gegenstande. Ein Farbfleck, selbst wenn er nur existiert, solange er gesehen wird, bleibt aber immer etwas von seiner Wahrnehmung völlig Verschiedenes: der Wahrnehmungsvorgang ist geistiger Natur, der Farbfleck ist es nicht. Die Unklarheit, die so entsteht, kann man jedoch vermeiden, ohne die Theorie in ihrer Gesamtheit aufzugeben. Ein sehr viel schwerer wiegender Einwand ersteht dieser Theorie meines Erachtens aus dem Umstande, daß sie

nicht erkennt, wie grundlegender Natur die Verbesserungen sind, welche die Überwindung der von ihr selbst aufgezeigten Schwierigkeiten zur Voraussetzung hat. Wir sind nicht befugt, von Veränderungen des Gesichtspunktes und des dazwischenliegenden Mediums zu sprechen, ehe es uns gelungen ist, eine Welt von größerer Beständigkeit als die der momentanen Sinnesempfindung aufzubauen. Unsere Erörterung über die blaue Brille und den Gang um den Tisch herum hat dies, so hoffe ich wenigstens, zur Genüge klar gemacht. Alles andere als klar ist zunächst aber noch die *Art* der notwendigen Verbesserungen.

Obgleich wir uns mit der erwähnten Theorie in ihrer vorliegenden Form also nicht zufrieden geben können, haben wir doch Grund, sie nicht wegwerfend zu behandeln, denn sie ist in Umrissen zugleich die Theorie, auf der die Physik und die Physiologie aufgebaut sind. Daraus geht hervor, daß es möglich sein muß, eine einwandfreie Darstellung von ihr zu geben. Wie diese Darstellung ungefähr auszusehen hat, das ist das Problem, dem wir uns nun zunächst zuwenden wollen.

Das erste, was wir uns vergegenwärtigen müssen, ist die Tatsache, daß es so etwas wie „Sinnestäuschungen" nicht gibt. Wahrnehmungsgegenstände, selbst wenn sie uns im Traum erscheinen, sind das zuverlässigst Wirkliche, das uns überhaupt bekannt ist. Was ist es also, das uns veranlaßt, sie im Traume unwirklich zu nennen? Nichts anderes als das Ungewöhnliche ihrer Verknüpfung mit anderen Wahrnehmungsgegenständen. Ich träume z. B., ich sei in Amerika, aber beim Erwachen befinde ich mich in England, ohne die dazwi-

schenliegende Fahrt über den Atlantik, die mit einem „wirklichen" Besuche in Amerika nun einmal unzertrennbar verknüpft ist. „Wirklich" nennen wir einen Wahrnehmungsgegenstand, wenn er mit anderen Wahrnehmungsgegenständen auf die bestimmte Art verknüpft ist, die die Erfahrung uns gelehrt hat, als normal zu betrachten; erfüllt er diese Bedingung nicht, so bezeichnen wir ihn als „Illusion". Illusorisch sind aber in Wahrheit nur die Schlüsse, die wir auf ihn gründen, in sich selbst steht er hinter den Gegenständen des wachen Bewußtseins an Realität in keiner Weise zurück. Von den Wahrnehmungsgegenständen des wachen Bewußtseins darf umgekehrt nicht angenommen werden, sie besäßen eine irgendwie höhere Realität als die des Traumes. Traum und Wachbewußtsein müssen bei unseren ersten Versuchen, ein Weltbild aufzubauen, als gleichberechtigt behandelt werden; nur auf Grund einer Realität, die mehr als sinnlich Wahrnehmbares enthält, kann der Traum abgelehnt werden.

Wenn wir so von der unzweifelhaften momentanen Wirklichkeit aller Wahrnehmungsgegenstände ausgehen, so haben wir nun zunächst unser Augenmerk auf die Irrtümer zu richten, die den auf ihre Veränderlichkeit gegründeten Einwänden zugrunde liegen. Wenn wir um den Tisch herumgehen, so ändert sich sein Anblick; es scheint aber weder möglich, anzunehmen, der Tisch verändere sich, noch etwa, alle seine verschiedenen Erscheinungen existierten „wirklich" am gleichen Orte. Wenn wir mit der Hand auf einen unserer Augäpfel einen Druck ausüben, so sehen wir zwei Tische; trotzdem aber schrecken wir vor der Annahme zurück,

es seien „wirklich" zwei Tische da. Diesem Widerstreben liegt zugrunde die andere Annahme, es könne etwas von höherer Realität geben, als Wahrnehmungsgegenstände sie besitzen. Wenn wir zwei Tische sehen, so sind auch tatsächlich zwei sichtbare Tische vorhanden. Daneben ist es gewiß richtig, daß wir uns durch Betasten davon überzeugen können, daß nur ein einziger taktiler Tisch da ist. Auf Grund dieser Tatsache erklären wir nun die beiden sichtbaren Tische als Illusion, weil gewöhnlich je ein sichtbarer Gegenstand einem taktilen Gegenstand entspricht. Bei genauer Prüfung sind wir aber nur berechtigt zu der Behauptung, daß in diesem Falle die Art der Korrelation von Gesichts- und Tastsinn eine ungewöhnliche ist. Wenn nun aber beim Herumgehen um den Tisch dessen Anblick sich ändert und man uns entgegenhält, an ein und demselben Orte könnten soviele verschiedene Erscheinungen des Tisches unmöglich existieren, so brauchen wir als Antwort nur die Gegenfrage zu stellen, was der Fragende eigentlich unter „demselben Orte" verstehe. Die Verwendung dieser Bezeichnung hätte zur Voraussetzung, daß alle unsere Schwierigkeiten bereits gelöst wären; da wir davon aber noch weit entfernt sind, so haben wir vorläufig auch nicht die Berechtigung, von einem „Orte" zu sprechen außer mit Bezug auf eine gegebene Reihe von momentanen Sinnesdaten. Wenn diese alle sich ändern infolge einer Körperbewegung, so bleibt kein Ort derselbe, der er war. Man sieht also, daß die Schwierigkeit, wenn wirklich eine solche vorliegt, zum mindesten noch nicht richtig formuliert ist.

Wir wollen jetzt einmal den Versuch machen, mit einer

neuen Methode ganz von vorn anzufangen, und zwar wollen wir, anstatt zu untersuchen, mit welchem Minimum von Annahmen die Sinnenwelt sich erklären läßt, diesmal eine mögliche (nicht notwendige) Erklärung des Gegebenen versuchen, um so zur Beflügelung unserer Einbildungskraft eine Versuchshypothese zu gewinnen. Vielleicht gelingt es später, aus dieser alles Überflüssige wieder auszuscheiden und so zu einer Theorie zu kommen, die eine befriedigende Lösung für unser Problem darstellt.

Stellen wir uns einmal vor, jedes geistige Wesen betrachte die Welt von einem nur ihm eigentümlichen Standpunkte aus, wie in der Monadologie des Leibniz. Der Einfachheit halber wollen wir uns dabei auf den Gesichtssinn beschränken und solche Wesen, die diesen Sinn nicht besitzen, hier außer Betracht lassen. Jede dieser Monaden sieht in jedem Augenblick eine unendliche, komplexe, dreidimensionale Welt; aber es gibt absolut nichts, das von zweien dieser Monaden gleichzeitig gesehen würde. In allen Fällen, wo wir sagen, zwei Leute sähen dieselben Dinge, stellt sich heraus, daß infolge der Verschiedenheit ihrer Gesichtspunkte Unterschiede, wenn auch noch so unbedeutender Art, zwischen den unmittelbaren Wahrnehmungsgegenständen beider bestehen. Ich setze hier zwar auch die Gültigkeit des Zeugnisses anderer voraus; da wir aber nur die Absicht haben, eine *mögliche* Welt zu konstruieren, so ist diese Annahme durchaus erlaubt. Die dreidimensionale Welt einer Monade hat also nicht einen einzigen Ort mit der Welt einer anderen Monade gemeinsam, denn Orte können nur durch Dinge an ihnen oder um sie herum

bestimmt werden. Wir dürfen daher trotz der Unterschiede zwischen den verschiedenen Welten annehmen, daß jede in ihrer Gesamtheit, und zwar genau so, wie sie wahrgenommen wird, existiere und auch dann genau so existieren würde, wenn niemand sie wahrnähme. Wir dürfen fernerhin annehmen, daß es eine unendlich große Anzahl solcher nicht tatsächlich wahrgenommenen Welten gebe. Zwei Menschen, die in demselben Zimmer sitzen, nehmen zwei einigermaßen ähnliche Welten wahr. Wenn ein Dritter eintritt und zwischen ihnen Platz nimmt, so gelangt eine dritte Welt, die gegenüber den beiden ersten eine Zwischenstellung einnimmt, zur Wahrnehmung. Allerdings können wir vernünftigerweise nicht annehmen, daß gerade diese Welt schon vorher existiert habe, denn sie ist auch durch Sinnesorgane, Nerven und Gehirn des Hinzugekommenen in ihren Eigenschaften mitbedingt, wohl aber dürfen wir mit Recht voraussetzen, daß irgendein Anblick des Weltalls gerade von diesem Gesichtspunkt aus existiert habe, obgleich niemand ihn wahrgenommen hat. Das System aller Ansichten von der Welt, gleichviel, ob sie wahrgenommen werden oder nicht, will ich das System der „Perspektiven" nennen und den Ausdruck „Privatwelt" auf solche Ansichten vom Universum beschränken, die tatsächlich wahrgenommen werden. Eine „Privatwelt" ist also eine wahrgenommene „Perspektive"; neben der es unendlich viele Perspektiven geben kann, die nicht wahrgenommen werden.

Es kommt vor, daß die Perspektiven zweier Menschen einander sehr ähnlich sind, so ähnlich, daß sie mit denselben Worten beschrieben werden können. Die

Betreffenden sagen in diesem Falle, sie sähen denselben Tisch, denn die Unterschiede zwischen beiden Tischen sind gering und praktisch nicht von Bedeutung. So ist es manchmal möglich, auf Grund der Ähnlichkeit eine Korrelation zwischen einer Anzahl von Dingen einer Perspektive und einer Anzahl von Dingen einer anderen Perspektive herzustellen. Falls die Ähnlichkeit sehr groß ist, pflegen wir zu sagen, die Gesichtspunkte beider Perspektiven seien räumlich benachbart; aber der Raum, in dem sie benachbart sind, ist vollkommen verschieden von den Räumen innerhalb der Perspektiven. Er ist eine Beziehung beider Perspektiven und in keiner von ihnen enthalten; niemand kann ihn wahrnehmen, und, wenn wir überhaupt von ihm wissen, so nur auf Grund logischer Schlüsse. Zwischen zwei wahrgenommenen Perspektiven, die einander ähnlich sind, können wir uns noch eine ganze Reihe anderer Perspektiven vorstellen, von denen wenigstens einige nicht wahrgenommen werden. Zwischen je zwei von ihnen, so ähnlich sie einander auch sein mögen, gibt es stets noch andere, deren Ähnlichkeit noch größer ist. Auf diese Weise kann der Raum, welcher der Beziehung zwischen den Perspektiven entspricht, stetig und nach unserem Belieben auch dreidimensional gestaltet werden.

Wir sind nunmehr imstande, die momentanen „Dinge" des naiven Menschen im Gegensatz zu ihren momentanen Erscheinungsformen zu definieren. Auf Grund der Ähnlichkeit benachbarter Perspektiven können viele Gegenstände in der einen mit Gegenständen in der anderen in Beziehung gebracht werden, nämlich

mit ihnen ähnlichen Gegenständen. Wenn man zu einem gegebenen Gegenstande in einer Perspektive das System aller Gegenstände konstruiert, die in allen Perspektiven mit ihm in Beziehung gebracht werden können, so haben wir in diesem System das momentane „Ding" des naiven Menschen. Danach ist ein Anblick eines „Dinges" ein Glied jenes Systems von Erscheinungsformen, das in dem gegebenen Augenblick mit dem „Dinge" identisch ist. Das Aufeinanderbeziehen der Zeiten verschiedener Perspektiven begegnet noch gewissen Schwierigkeiten, deren Lösung in der Relativitätstheorie versucht wird; für unsere Zwecke können wir aber davon absehen, uns näher mit diesem Punkte zu beschäftigen. Alle Ansichten eines Dinges sind wirklich, das Ding selbst ist dagegen bloß eine logische Konstruktion. Es hat aber den großen Vorzug, daß es gegenüber den verschiedenen Gesichtspunkten neutral ist und von vielen Personen gesehen werden kann — in dem einzigen Sinne, in dem es überhaupt gesehen werden kann, nämlich, indem jeder eine von seinen Ansichten wahrnimmt.

Aus dem bisher Gesagten geht schon hervor, daß, während jede Perspektive ihren eigenen Raum enthält, der Raum, in dem die Perspektiven selbst als Elemente fungieren, einzigartig ist. Es gibt soviele Privaträume, als es Perspektiven gibt, also mindestens soviele, wie wahrnehmende Wesen; daneben aber kann es unendlich viele andere geben, die eine nur materiale Existenz haben, d. h. von niemandem wahrgenommen werden. Es gibt aber nur einen einzigen interperspektiven Raum, dessen Elemente die einzelnen Perspek-

tiven sind, von denen jede ihren eigenen Privatraum besitzt. Wir haben nun noch zu erklären, welche Beziehung zwischen dem Privatraum einer einzelnen Perspektive und dem einen allumfassenden interperspektiven Raume besteht.

Der interperspektive Raum ist das System der „Gesichtspunkte" der Privaträume (Perspektiven), oder aber, da wir den Begriff „Gesichtspunkt" nicht definiert haben, der Privaträume selbst. Jeder dieser Privaträume zählt als ein Punkt, oder jedenfalls als ein Element, im interperspektiven Raume. In diesem sind sie nach ihrer Ähnlichkeit untereinander geordnet. Gehen wir z. B. aus von einem Privatraum, der die Erscheinung einer runden Scheibe enthält, etwa einer Geldmünze, und nehmen wir an, die Erscheinung des Geldstückes soll in der fraglichen Perspektive kreisrund und nicht etwa elliptisch sein. Wir können dann eine ganze Menge von Perspektiven ausfindig machen, die eine abgestufte Reihe runder Erscheinungen von verschiedener Größe enthalten. Zu diesem Zwecke haben wir uns nur (wie wir zu sagen pflegen) auf das Geldstück zu oder von ihm hinwegzubewegen. Von den Perspektiven, in denen das Geldstück kreisrund aussieht, werden wir finden, daß sie sämtlich auf einer geraden Linie des interperspektiven Raumes liegen und zwar in einer Anordnung, die sich aus der jeweiligen Größe der kreisrunden Erscheinung in ihnen ergibt. Weiterhin — obwohl diese Angabe später noch genauer zu untersuchen sein wird — pflegt man von den Perspektiven, in denen das Geldstück groß aussieht, zu sagen, sie seien dem Geldstück näher als jene, in denen

es klein aussieht. Selbstverständlich könnte ebensogut jedes andere Ding statt des Geldstückes gewählt werden, um mit seiner Hilfe die Anordnung der Perspektiven im interperspektiven Raume zu bestimmen; die Erfahrung zeigt, daß man dabei zu derselben räumlichen Anordnung der Perspektiven kommen würde.

Um die Korrelation zwischen den Privaträumen und dem interperspektiven Raume erklären zu können, müssen wir uns zunächst Rechenschaft darüber ablegen, was wir unter dem „Orte, an dem sich im interperspektiven Raume ein Ding befindet", zu verstehen haben. Zu diesem Zwecke wollen wir nochmals das in vielen Perspektiven erscheinende Geldstück betrachten. Wir hatten eine gerade Linie von Perspektiven geformt, in denen es kreisrund aussah, und waren uns darüber einig geworden, daß wir die Perspektiven, in denen es größer aussah, als näher beim Geldstück befindlich betrachten wollten. Nun ist es aber möglich, noch eine andere gerade Linie von Perspektiven herzustellen, in denen die uns zugekehrte Ansicht des Geldstückes eine gerade Linie von bestimmter Stärke bildet. Diese beiden Linien schneiden sich an einem bestimmten Orte des interperspektiven Raumes, nämlich in einer bestimmten Perspektive, die definiert werden kann als der „Ort, den das Geldstück im interperspektiven Raume einnimmt". Allerdings müssen wir, um unsere Linien bis zu ihrem Schnittpunkte in diesem Orte zu verlängern, noch auf anderes als unser Geldstück zurückgreifen, weil letzteres erfahrungsgemäß überhaupt aufhört, einen Anblick darzubieten, wenn wir ihm so nahe kommen, daß es unser Auge berührt.

Daraus entsteht aber keine ernstliche Schwierigkeit, denn die Erfahrung lehrt auch, daß die räumliche Ordnung der Perspektiven nicht abhängig ist von den besonderen Dingen, die man benutzt, um die Ordnung zu definieren. Wir brauchen nur das Geldstück fortzunehmen und jede unserer Geraden bis zu ihrem Schnittpunkte zu verlängern, indem wir zwei weitere Geldstücke in der Weise plazieren, daß die Ansichten des einen kreisrund sind, wo auch unser ursprüngliches Geldstück kreisrund war, und das andere als Strich erscheint, wo auch das frühere Geldstück als Strich erschien. Es ergibt sich so nur eine einzige Perspektive, in der eins der neuen Geldstücke kreisrund und gleichzeitig das andere als Strich erscheint. Diese Perspektive ist nach unserer Definition der Ort, in dem das ursprüngliche Geldstück sich im interperspektiven Raume befunden hat.

Hiermit ist natürlich der Weg, auf dem das Ziel erreicht werden könnte, erst in roher Weise skizziert. Wir haben dabei die Größe des Geldstückes selbst zunächst noch vernachlässigt und angenommen, wir könnten das Geldstück verschieben, ohne durch gleichzeitige Veränderungen in der Position anderer Dinge gestört zu werden. Es ist aber wohl offensichtlich, daß solche Nebensächlichkeiten den Kern unserer Idee nicht berühren, vielmehr nur bei deren praktischer Durchführung zu gewissen Schwierigkeiten Anlaß geben können.

Nachdem es uns gelungen ist, die Perspektive, die gleich dem Orte ist, an dem ein gegebenes Ding sich befindet, zu definieren, können wir auch verstehen, was

gemeint ist mit den Worten, die Perspektiven, in denen ein gegebenes Ding groß aussieht, seien ihm näher als jene, in denen es klein erscheint; sie sind in Wahrheit, wie wir gesehen haben, näher bei der Perspektive, die identisch ist mit dem Orte, an dem das Ding sich befindet.

Nunmehr können wir auch erklären, wie ein Privatraum sich dem interperspektiven Raume einordnet: Wenn in einem bestimmten Privatraum eine Erscheinung eines gegebenen Dinges sich befindet, so beziehen wir den Ort, den diese Erscheinung im Privatraume einnimmt, auf den Ort des Dinges im interperspektiven Raume.

„Hier" können wir definieren als den Ort, der im interperspektiven Raume von unserer Privatwelt eingenommen wird. Damit wird zugleich verständlich, was man meint, wenn man von einem Dinge spricht, das mehr oder weniger weit von „hier" entfernt sei. Ein Ding ist nämlich in der Nähe von „hier", wenn der Ort, an dem es sich befindet, in der Nähe meiner Privatwelt ist. Klar wird nun fernerhin, was man im Auge hat, wenn man sagt, unsere Privatwelt befinde sich innerhalb unseres Kopfes, denn unser Privatraum ist ein Teil des interperspektiven Raumes und kann als solcher wohl als ein Teil des Ortes, den unser Kopf einnimmt, angesehen werden.

Mit jeder Erscheinung eines Dinges sind zwei Orte des interperspektiven Raumes assoziiert, nämlich der Ort, an dem das Ding sich befindet und der Ort, der identisch ist mit der Perspektive, zu der die Erscheinung gehört. Jede Erscheinung eines Dinges ist anderseits ein Glied zweier verschiedener Klassen von Er-

scheinungen, nämlich: 1. der Klasse der verschiedenen Erscheinungen eines Dinges, von denen in einer gegebenen Perspektive höchstens eine vorkommt, und 2. der Perspektive, zu welcher die gegebene Erscheinung gehört, d. h. in der das Ding die gegebene Erscheinungsform hat, eben diesen Anblick darbietet. Der Physiker ordnet die Erscheinungen natürlich in der zuerst erwähnten Weise, der Psycholog dagegen in der anderen. Die beiden Orte, die zu jeder Erscheinung gehören, entsprechen den beiden möglichen Arten der Einteilung, wir können sie unterscheiden als den Ort, an welchem, und den Ort, von welchem aus die Erscheinung wahrgenommen wird. Der erstere ist der Ort des Dinges, zu dem die Erscheinung gehört, der letztere der der Perspektive, in der sie vorkommt.

Versuchen wir nun zum Schlusse noch die Tatsache zu erklären, daß der Anblick, den ein Ding an einem gegebenen Orte darbietet, auch durch das dazwischenliegende Medium beeinflußt wird. Die Erscheinungen eines Dinges in verschiedenen Perspektiven können angesehen werden als etwas, das sich von dem Orte des Dinges aus ausbreitet und während dieser Ausbreitung verschiedene Veränderungen durchmacht. Um die Gesetzmäßigkeit dieser Veränderungen zu erkennen, genügt es nun allerdings nicht, daß man die Erscheinungen des Dinges analysiert, man muß vielmehr in diesem Falle auch das Ding berücksichtigen, das sich an dem Ausgangspunkt der Erscheinungen befindet. Immerhin kann, wie man sieht, auch diese Erscheinungstatsache mit Hilfe von unserem Versuchssystem entlehnten Begriffen interpretiert werden.

Wir haben jetzt ein stark hypothetisches Weltbild konstruiert, das die Erfahrungstatsachen, einschließlich der auf dem Zeugnis anderer beruhenden, aufzunehmen und zu ordnen imstande ist. Mit diesem Weltbilde kann man, wenn man sich einige Mühe nicht verdrießen läßt, sehr wohl die ersten Sinneseindrücke, sowie die Tatsachen der Physik und der Physiologie interpretieren. Es stellt also eine Welt dar, die durchaus wirklich sein *kann*. Sie steht im Einklang mit den Tatsachen, von unserem empirischen Wissen steht nichts in Widerspruch zu ihr, und auch von logischen Widersprüchen ist sie frei. Haben wir aber über die Möglichkeit hinaus auch guten Grund zu der Annahme, daß sie tatsächlich wirklich sei? Diese Frage führt uns nochmals zurück auf das Problem, von dem wir bei unserer ganzen Untersuchung ausgegangen sind, nämlich der Frage nach den logischen Gründen, die wir haben für die Überzeugung, daß außerhalb unserer Privatwelt noch etwas anderes existiere. Zwar haben sich aus unserer hypothetischen Konstruktion keinerlei Gründe *gegen* die Richtigkeit dieser Überzeugung ergeben, aber auch *dafür* haben wir keinen Grund finden können. Wir müssen uns daher vor dem Abschluß unserer Untersuchung nochmals der Frage nach der Gültigkeit des Zeugnisses anderer und der Existenz anderer seelischer Wesen zuwenden.

Es ist ohne weiteres zuzugeben, daß die Gründe, die für die Existenz anderer seelischer Wesen sprechen, keine zwingende Beweiskraft haben können. Ein uns im Traume erscheinender Geist hat dem Anschein nach eine Seele; er pflegt unerwartete Antworten zu geben, sich

in jeder Hinsicht gerade entgegen unseren Wünschen zu benehmen, kurz, alle Zeichen von Intelligenz zu liefern, die wir auch von den Bekannten unseres wachen Bewußtseins her kennen. Und doch glauben wir nach dem Erwachen nicht, daß der nächtliche Spuk, wie die Erscheinung von Leuten in den Stunden des Wachseins, eine Privatwelt repräsentiere, zu der wir keinen direkten Zugang haben. Wenn wir uns in bezug auf Leute, die wir bei Tage treffen, zu dieser Annahme genötigt sehen, so muß dies aus einem Grunde geschehen, der keine zwingende Beweiskraft besitzt, denn es ist offenbar durchaus möglich, daß das, was wir unser waches Leben nennen, nichts anderes als ein ungewöhnlich beharrliches Albdrücken ist. Vielleicht bringt unsere Einbildungskraft alles hervor, was scheinbar andere Leute zu uns sagen, ebenso wie alles, was wir in Büchern lesen oder in Zeitungen und Zeitschriften, die unsere Gedanken in Unordnung bringen, wie endlich auch alle Reklameanpreisungen von Seife und alle politischen Reden. Dies kann durchaus richtig sein, denn es ist unmöglich, seine Unrichtigkeit nachzuweisen, und doch kann im Ernst niemand daran glauben. Wir haben uns also zu fragen: haben wir einen *logischen* Grund, diese Möglichkeit für unwahrscheinlich zu halten, oder aber haben wir keinen anderen Grund als Gewöhnung und Vorurteil?

Die Seelen anderer Leute finden wir als Daten in uns vor (in dem außerordentlich weiten Sinne, den wir dem Ausdruck „Daten" gegeben haben). Mit anderen Worten: wenn wir anfangen zu reflektieren, so finden wir, daß wir schon an sie glauben, und zwar nicht

auf Grund irgendeines Beweises, sondern einfach, weil dies uns als das Natürlichste erscheint. In Wahrheit haben wir es jedoch mit einer psychologisch abgeleiteten Meinung zu tun, die aus der Beobachtung der Körper anderer Leute resultiert und darum gleich anderen solchen glaubensmäßigen Überzeugungen nicht gerade zu den härtesten von unseren harten Daten gehört. Unter dem Einfluß philosophischer Reflexion erscheint sie uns denn auch fragwürdig genug, um den Wunsch nach einer überzeugenden, sie mit den Tatsachen der Erfahrung in Einklang setzenden Beweisführung rege werden zu lassen.

Diese Beweisführung versucht man natürlich zuerst auf einen Analogieschluß zu stützen. Die Körper anderer Leute benehmen sich gerade so, wie wir es unter dem Eindruck bestimmter Gedanken und Gefühle tun; nichts liegt also näher als die Annahme, ein solches Benehmen stehe im Zusammenhang mit Gedanken und Gefühlen, die den unseren ähnlich sind. Jemand ruft: Passen Sie auf! und wir merken, daß wir nahe daran waren, von einem Automobil überfahren zu werden; wir schreiben also diese Worte einer Person zu, die das Automobil zuerst gesehen habe, d. h. wir nehmen an, es existierten Dinge, von denen wir unmittelbar keine Kenntnis erlangen können. Dieser ganze Vorgang, einschließlich unseres Analogieschlusses, kann aber auch im Traume vorkommen, und in diesem Falle lassen wir die Schlußfolgerung nicht gelten. Wir haben also nach etwas zu suchen, das den Analogieschluß für den Fall, daß wir (wie wir glauben) wach sind, zwingender gestaltet als für den Traum.

Soviel wir aber suchen mögen, das wenig befriedigende Ergebnis wird sein, daß die Analogie im wachen Leben der im Traum nur wegen der größeren Ausdehnung und Beständigkeit vorzuziehen ist, mit der sie im ersteren Falle auftritt. Wenn jemand allnächtlich von einer Reihe von Leuten träumen würde, die er bei Tage nie getroffen hätte, die einen beständigen Charakter hätten und mit der Zeit älter würden, so könnte es ihm wohl, wie dem Manne in Calderons Schauspiel, außerordentlich schwer fallen, zu entscheiden, welche von beiden die Traumwelt und welche die sogenannte „wirkliche" Welt sei. Einzig und allein, weil unsere Träume weder unter sich, noch mit den Stunden unseres Wachseins ein Ganzes bilden, lehnen wir sie ab. Im wachen Leben beobachten wir eine gewisse Regelmäßigkeit, während unsere Träume gänzlich zusammenhanglos erscheinen. Die natürlichste Hypothese würde sein, daß Dämonen und die Geister der Verstorbenen uns während des Schlafes heimsuchen; der moderne Mensch lehnt diese Deutung in der Regel ab, obwohl nicht zu sehen ist, was Ernsthaftes gegen sie vorgebracht werden könnte. Der Mystiker andrerseits scheint in den Augenblicken der Erleuchtung aus einem Schlafe zu erwachen, der sein ganzes bisheriges Leben auf Erden ausgefüllt hat; die ganze Sinnenwelt wird ihm zum Schein, und er erblickt mit der Klarheit und überzeugenden Bestimmtheit, die nur den ersten Vorstellungen nach dem Erwachen aus traumschwerem Schlafe eigentümlich sind, eine Welt, die radikal verschieden ist von der unserer täglichen Sorgen und Mühen. Wer will den Mystiker deshalb verdammen?

— Wer will ihm Recht geben? oder wer will sich unterfangen, die scheinbare Realität der alltäglichen Dinge, unter denen wir nach unserer Überzeugung unser Leben verbringen, zu beweisen?

Ich glaube, es muß zugegeben werden, daß die Annahme von seelischen Wesen außer uns im Analogieschluß keine starke Stütze findet. Trotzdem haben wir es hier mit einer Hypothese zu tun, die uns in den Stand setzt, ein ungeheures Tatsachenmaterial zu überblicken, und aus der sich keinerlei Folgerungen ergeben, die wir Grund haben, für falsch zu halten. Es ist also auch gegen ihre Richtigkeit nichts Positives zu sagen, und wir haben somit genügenden Grund, sie als Arbeitshypothese zu verwenden. Haben wir sie einmal zugelassen, so haben wir auch die Möglichkeit, unser Wissen von der Sinnenwelt auf Grund des Zeugnisses anderer zu erweitern und kommen so zu einem System von Privatwelten, wie wir es im Laufe unserer Erörterungen schon versuchsweise angenommen haben. Was wir in unserer Eigenschaft als Philosophen auch denken mögen, im täglichen Leben können wir nicht umhin, mit den Seelen anderer Leute zu rechnen, so daß die Frage, ob die Überzeugung von ihrem Vorhandensein auch gerechtfertigt ist, nur spekulatives Interesse besitzt. Ist sie aber gerechtfertigt, so steht der ungeheueren Ausweitung unseres Wissens über unsere eigenen Daten hinaus, wie sie im Weltbilde der Wissenschaft wie dem des naiven Menschen vollzogen erscheint, keinerlei prinzipielles Bedenken mehr entgegen.

Diese Antwort ist reichlich mager, aber es liegt auch durchaus kein Grund vor, in ihr das einzige Ergebnis

unserer langatmigen Untersuchung zu sehen. Das Problem des Zusammenhanges zwischen Sinneswahrnehmung und objektiver Realität ist bisher gewöhnlich von einem Standpunkt aus behandelt worden, der es nicht erlaubte, die Sonde des Zweifels so tief einzuführen, wie wir es getan haben; die Mehrzahl der Philosophen sind, bewußt oder unbewußt, von der Voraussetzung ausgegangen, daß das Zeugnis anderer Menschen anzuerkennen sei, und haben damit (wenigstens implicite) angenommen, andere Menschen hätten eine Seele. Für sie beginnt das Problem erst diesseits dieser Voraussetzung, bei den Schwierigkeiten, die sie in der Verschiedenheit des Anblicks finden, den ein physikalischer Gegenstand gleichzeitig zwei verschiedenen Betrachtern darbietet, bzw. einem und demselben Betrachter zu verschiedenen Zeitpunkten, zwischen denen eine Veränderung des Gegenstandes nicht anzunehmen ist. Solche Schwierigkeiten haben Zweifel hervorgerufen darüber, inwieweit wir von der objektiven Realität durch die Sinne überhaupt etwas erfahren können, und haben zuletzt dahin geführt, daß man glaubte, diese Möglichkeit positiv widerlegen zu können. Unsere hypothetische Konstruktion tritt diesen Argumenten entgegen und zeigt, daß das Weltbild der Naturwissenschaft und des naiven Menschen sehr wohl in logisch einwandfreier Weise interpretiert werden kann; sie bietet Raum für alle Daten, harte wie weiche. Diese hypothetische Konstruktion mit ihrer Versöhnung von Psychologie und Physik möchte ich als das Hauptergebnis unserer Untersuchung betrachtet wissen. Wahrscheinlich ist es nicht notwendig, diese Konstruk-

tion in ihrem ganzen Umfang als Grundvoraussetzung aufrechtzuerhalten; vielmehr wird es einmal möglich sein, auf Grund viel geringeren Materials zu denselben Ergebnissen zu gelangen bei Anwendung der abstrakt logischen Methoden, von denen wir in den Definitionen von Punkten, Augenblicken und Partikeln einige Beispiele näher betrachten werden. Bis auf welches Minimum unsere anfänglichen Voraussetzungen einmal reduziert werden können, das ist allerdings im Augenblick noch nicht mit Sicherheit zu erkennen.

Vierte Vorlesung

Die Welt der Naturwissenschaft und die Sinnenwelt

Unter den Einwänden gegen die Realität der Wahrnehmungsgegenstände befindet sich einer, der begründet wird mit dem scheinbaren Unterschied zwischen der Materie der Naturwissenschaft und den Dingen, wie sie uns in der Sinnesempfindung erscheinen. Die Vertreter der Naturwissenschaft sind meist geneigt, die momentanen Sinnesdaten als „bloß subjektiv" verächtlich abzutun, während sie die Richtigkeit der Naturwissenschaft, welche doch vollkommen und in ihrer ganzen Ausdehnung auf diesen Daten beruht, aufrechterhalten. Wenn diese Haltung sich vielleicht auch rechtfertigen läßt, so bedarf sie doch zum wenigsten sehr dringend einer Rechtfertigung, und die einzig mögliche Rechtfertigung hätte in dem Nachweis zu bestehen, daß der Begriff der Materie eine logische Abstraktion von den Sinnesdaten ist, vorausgesetzt, daß es nicht etwa ein völlig apriorisches Prinzip gibt, nach welchem unbekannte Wesenheiten aus bekannten zu erschließen sind. Es müssen also Mittel und Wege gefunden werden, um die Kluft zwischen der Welt der Naturwissenschaft und der Sinnenwelt zu überbrücken, und diese äußerst dringliche Aufgabe ist es, die den Inhalt unserer gegenwärtigen Vorlesung bilden soll. Die Naturwissenschaft-

ler scheinen im allgemeinen die Diskrepanz gar nicht zu sehen, während die Psychologen sie zwar bemerken, aber nicht die mathematischen Kenntnisse besitzen, die zu ihrer Beseitigung notwendig sind. Das Problem ist außerordentlich schwierig, und im einzelnen kenne ich seine Lösung selbst noch nicht; alles, was ich hoffen kann, Ihnen hier zu geben, besteht in einer Aufzeigung des Problems und einer Andeutung über den Weg, auf dem ich mir die Lösung möglich denke.

Beginnen wir mit einer kurzen Beschreibung der beiden gegensätzlichen Welten und wenden wir uns zunächst der Welt der Naturwissenschaft zu; denn, obwohl uns die Sinnenwelt unmittelbar gegeben und die der Naturwissenschaft erst erschlossen ist, so ist doch uns Heutigen die letztere vertraut, die erstere dagegen fremd geworden und ihre Wiederentdeckung schwierig. Die Naturwissenschaft ging aus von dem Glauben an vollkommen beständige und starre Körper, wie Tische, Stühle, Steine, Berge, Erde, Mond und Sonne. Es sollte nicht übersehen werden, daß schon diese naive Überzeugung das Ereignis kühnen metaphysischen Theoretisierens ist, denn Körper sind der Empfindung nicht dauernd gegenwärtig, und es ist zweifelhaft, ob sie überhaupt da sind, solange man sie weder sieht noch fühlt. Dieses seit Berkeley brennend gewordene Problem wird vom naiven Menschen noch heute ignoriert und macht auch den Naturwissenschaftlern kein Kopfzerbrechen. Wir Philosophen aber sehen hier eine erste Abweichung von den momentanen Sinnesdaten, wenn auch diese Abweichung nur den Sinn einer Erweiterung hat und vermutlich schon auf das Konto unserer in ferner

prähistorischer Zeit lebenden wilden Vorfahren zu setzen ist.

Aber Tische und Stühle, Steine und Berge sind nicht ganz und gar beharrlich oder starr. Tische und Stühle verlieren ihre Beine, Steine werden vom Frost gespalten, während Berge infolge von Erdbeben und Vulkanausbrüchen bersten können. Außerdem gibt es Dinge, die körperlich erscheinen und doch kaum Beständigkeit oder Starrheit besitzen. Der Atem des Menschen, Rauch und Wolken sind Beispiele dafür und, in geringerem Grade, auch Eis und Schnee. Auf der anderen Seite sind Flüsse und Seen zwar einigermaßen beständig, aber keineswegs starr. Vom Atem, den Wolken, dem Rauch und ganz allgemein von Dingen, die gesehen, aber nicht berührt werden können, glaubte man, sie könnten nicht wirklich sein, und bis auf den heutigen Tag besteht das Merkmal eines Gespenstes gewöhnlich darin, daß man es sehen, aber nicht berühren kann. Die Besonderheit dieser Dinge besteht darin, daß sie vollständig zu verschwinden scheinen, nicht nur in etwas anderes umgewandelt werden. Eis und Schnee werden bei ihrem Verschwinden durch Wasser ersetzt, und es bedurfte keiner großen theoretischen Anstrengung, um die Hypothese zu erfinden, das Wasser sei dasselbe Ding wie Eis und Schnee, nur in neuer Form. Werden feste Körper zerbrochen, so ergeben sich Stücke, die nach Gestalt und Größe ungefähr dasselbe sind wie vorher. Ein Stein kann zu Pulver zermalmt werden, aber das Pulver besteht aus Körnern von demselben Charakter wie vorher. So schien das Ideal des absolut starren und beständigen Körpers, das die Naturwissen-

schaft durch allen Wechsel der Erscheinungen hindurch verfolgte, dadurch erreichbar, daß man annahm, die gewöhnlichen Körper seien zusammengesetzt aus einer großen Anzahl winzig kleiner Atome. Diese Vorstellung von der Materie blieb in der Naturwissenschaft herrschend bis auf die neueste Zeit, wo sie durch die elektromagnetische Theorie ersetzt wurde, welche ihrerseits nun wieder im Begriffe steht, sich zu einem neuen Atomismus fortzubilden. Abgesehen von der speziellen Form der Atomtheorie, die für die besonderen Bedürfnisse der Chemie erfunden wurde, beherrschte eine Art von Atomismus die gesamte traditionelle Dynamik und ging als integrierender Bestandteil in die Formulierung aller ihrer Gesetze und Axiome ein.

Die anschauliche Schilderung, die der Physiker von der materiellen Welt gibt, macht tiefgreifende Wandlungen durch infolge von Modifikationen in der Theorie, die gewöhnlich viel geringer sind, als der Laie nach den Veränderungen der Beschreibung anzunehmen geneigt ist. Gewisse Züge dieses Weltbildes sind jedoch bis auf den heutigen Tag konstant geblieben; so z. B. die Voraussetzung, es gäbe etwas Unzerstörbares, das der Bewegung im Raume fähig sei. Dieses unzerstörbare Etwas wird stets als sehr klein angenommen, aber nicht immer auf einen bloßen Punkt im Raume beschränkt. Immer kehrt auch die Annahme eines einzigen, allumfassenden Raumes wieder, in dem die Bewegung stattfinde, und bis vor kurzem auch die einer allumfassenden Zeit. Neuerdings ist durch die Relativitätstheorie der Begriff der Ortszeit eingeführt und unser Vertrauen in die eine, ewig gleichfließende

Zeit erschüttert worden. Aber auch ohne über die endgültige Gestalt des Relativitätsprinzipes dogmatisch etwas vorwegnehmen zu wollen, kann man meines Erachtens schon heute getrost sagen, daß sie die Möglichkeit, die verschiedenen Ortszeiten miteinander in Zusammenhang zu bringen, keineswegs ausschalten und somit nicht so weitreichende philosophische Konsequenzen haben wird, wie vielfach angenommen [1]). Wir haben also in der Naturwissenschaft noch heute, wie schon zu Newtons Zeit, eine Anzahl unzerstörbarer Wesenheiten, die wir Partikel oder Atome nennen können und die sich in bezug aufeinander und in einer einzigen Raum-Zeit bewegen.

Die Welt der momentanen Sinnesdaten ist davon ganz verschieden. Nichts ist hier beständig; selbst die Dinge, die wir für vollkommen beständig halten, wie etwa die Berge, werden nur Daten, solange wir sie sehen, und sind zu anderen Zeiten nicht unmittelbar als vorhanden gegeben. Ferner ist uns keineswegs ein allumfassender Raum gegeben, sondern es gibt im Gegenteil sogar für jede Person mehrere Räume, entsprechend den verschiedenen Sinnen, welche die Art von Beziehungen liefern, die wir als räumlich bezeichnen. Erst die Erfahrung lehrt uns, aus dieser Mehrheit von Räumen durch Zuordnung des einen zum anderen einen einzigen Raum zu erhalten, die Erfahrung im Verein mit instinktmäßigem Theoretisieren lehrt uns

[1]) Für diejenigen Leser, die im Besitze des englischen Originaltextes sind, sei bemerkt, daß auf den Wunsch des Autors hin bei der Übersetzung an dieser Stelle ein Satz ausgelassen wurde (Anm. des Übers.).

ferner, unseren Raum mit den Räumen in Zusammenhang zu bringen, die wir in der Sinnenwelt anderer Leute als vorhanden voraussetzen. Die Konstruktion einer einzigen Zeit bietet weniger Schwierigkeiten dar, solange wir uns auf unsere eigene Privatwelt beschränken; die Korrelativierung einer Privatzeit mit einer andern ist aber eine außerordentlich schwierige Aufgabe. Abgesehen von den naturwissenschaftlichen Theorien, die zu dieser oder jener Zeit bestehen, entstehen also bei dem Versuche, die Welt der Naturwissenschaft mit der Sinnenwelt in Einklang zu bringen, drei außerordentlich schwerwiegende Probleme, nämlich: 1. die Konstruktion beharrlicher Dinge, 2. die Konstruktion eines einzigen Raumes und 3. die Konstruktion einer einzigen Zeit. Diese drei Probleme wollen wir nun der Reihe nach einer eingehenderen Betrachtung unterziehen.

1. Die Überzeugung von der Existenz unzerstörbarer „Dinge" nahm schon sehr frühzeitig die Form des Atomismus an. Der Beweggrund dafür bestand, wie ich glaube, nicht etwa in praktischen Erfolgen, die man mit dieser Theorie bei der Erklärung des Gegebenen gehabt hätte, sondern vielmehr in der intuitiven Überzeugung, hinter allen Veränderungen der unmittelbar gegebenen Sinnenwelt müsse es etwas schlechthin Beharrliches und Unveränderliches geben. In dieser Überzeugung wurde man späterhin zweifellos bestärkt durch die praktischen Erfolge, die man mit ihr erzielte und die in dem Prinzip von der Erhaltung der Masse kulminierten; aber keinesfalls entstand die Überzeugung erst auf Grund dieser Erfolge, im Gegenteil, die Erfolge

wurden erst möglich durch die Wirksamkeit der Überzeugung. Manche Naturphilosophen scheinen der Meinung zu sein, die Erhaltung von irgend etwas sei eine notwendige und wesentliche Voraussetzung für die Möglichkeit, exakte Wissenschaft zu betreiben; dies ist nach meiner Überzeugung aber eine gänzlich irrige Meinung. Hätte die erwähnte Überzeugung, es müsse etwas schlechthin Beharrliches geben, nicht a priori existiert, so hätte man dieselben Gesetze, die jetzt auf der begrifflichen Grundlage dieser Überzeugung formuliert sind, auch auf anderer Grundlage formulieren können. Was veranlaßt uns denn, anzunehmen, das Wasser, welches an die Stelle des geschmolzenen Eises tritt, sei dasselbe Ding in anderer Form? Doch nichts weiter als die Tatsache, daß diese Annahme uns in den Stand setzt, die fragliche Erscheinung in einer Weise zu erklären, die mit unseren vorgefaßten Meinungen in Einklang steht. Was wir wirklich *wissen*, ist nichts weiter, als daß bei bestimmten Temperaturveränderungen die Erscheinung, die wir Eis nennen, durch die andere Erscheinung ersetzt wird, die wir als Wasser bezeichnen. Wir können Gesetze aufstellen, nach welchen die eine Erscheinung auf die andere folgt, aber beide als verschiedene Erscheinungsweisen derselben Substanz zu betrachten, dazu liegt nicht der mindeste Grund vor — außer eben unseren Vorurteilen.

Wenn das soeben Gesagte richtig ist, so sehen wir uns bei dem Versuche, die Sinnenwelt mit der Welt der Naturwissenschaft in Zusammenhang zu bringen, zunächst also der Aufgabe gegenüber, die Konstruktion des Materienbegriffs zu wiederholen, ohne dabei die

apriorischen Voraussetzungen zu machen, denen er seine historische Entstehung verdankt. — Die Tatsache, daß trotz der umwälzenden Ergebnisse der modernen Naturwissenschaften der Materienbegriff noch praktisch brauchbar ist, weist daraufhin, daß es einen legalen Begriff geben muß, der, ohne die Mängel des Materienbegriffes zu haben, doch ungefähr dieselben Aufgaben erfüllt. Noch ist schwerlich die Zeit gekommen, wo wir genau angeben können, worin dieser Begriff besteht, wohl aber können wir bereits in Umrissen sehen, wie ungefähr er aussehen muß. Zu diesem Zwecke brauchen wir nur unsere gewöhnliche naive Ausdrucksweise mit anderen Worten zu wiederholen, d. h. ohne die Annahme einer beharrlichen Substanz zu machen. Wir sagen z. B., die Dinge veränderten sich allmählich — dies tun sie zwar manchmal in sehr kurzer Zeit, aber doch niemals, ohne eine stetige Reihe von Zwischenstadien zu durchlaufen. Das bedeutet: wenn eine sinnliche Erscheinung gegeben ist, so folgen, wenn wir aufpassen, gewöhnlich eine Reihe weiterer Erscheinungen, die mit der zuerst gegebenen im Zusammenhang stehen und über unmerkliche Abstufungen hinweg in die neuen Erscheinungen übergehen, die der naive Mensch als Erscheinungen desselben Dinges ansieht. Ein Ding kann daher auch geradezu definiert werden als eine bestimmte Reihe von Erscheinungen, die untereinander durch Stetigkeit und bestimmte kausale Ge setze verknüpft sind. Wenn es sich um langsame Veränderungen handelt, ist dies leicht einzusehen. Man denke z. B. an eine Tapete, die im Laufe der Jahre verschießt. Es würde geradezu einer Anstrengung

bedürfen, sich diese *nicht* als ein und dasselbe „Ding" vorzustellen, dessen Farbe zu verschiedenen Zeiten etwas verschieden ist. Was aber wissen wir wirklich von der Sache? Wir wissen, daß wir unter geeigneten Umständen, d. h. — nach unserer gewohnten Ausdrucksweise — wenn wir in dem betreffenden Zimmer sind, bestimmte Farben in ganz bestimmter Anordnung wahrnehmen — zwar nicht immer genau dieselben Farben, aber doch Farben, welche genügend Ähnlichkeit miteinander aufweisen, um Bekanntheitsempfindungen in uns auszulösen. Gelingt es uns nun, die Gesetze festzustellen, nach denen die Farben sich ablösen, so haben wir alles festgestellt, was auf empirischem Wege nachzuprüfen und zu bestätigen ist; die Annahme von dem Vorhandensein einer unveränderlichen Wesenheit, in unserem Falle der Tapete, die zu verschiedenen Zeiten diese verschiedene Farben „habe", ist ein Stück höchst überflüssiger Metaphysik. Wir können, wenn wir wollen, die Tapete *definieren* als die Reihe ihrer Erscheinungsformen. Diese zusammenzufassen, dazu veranlaßt uns derselbe Beweggrund, der uns früher trieb, die Tapete als ein Ding anzusehen, nämlich die Stetigkeit und kausale Verknüpftheit unserer Empfindungen. Allgemein ist ein „Ding" zu definieren als eine bestimmte Reihe von Erscheinungen, eben jener Erscheinungen, von denen man zu sagen pflegt, sie seien Erscheinungsformen des Dinges. Die Aussage, eine bestimmte Erscheinung sei die Erscheinung eines bestimmten Dinges, bedeutet also nur, daß sie eine von denen ist, die in ihrer Gesamtheit das Ding ausmachen. Damit bleibt alles

beim alten, d. h. nichts von dem, was bestätigt werden kann, ist verändert, nur die Sprache wird so interpretiert, daß die unnötige Annahme beharrlicher metaphysischer Wesenheiten vermieden wird.

Diese Elimination der beharrlichen Dinge ist ein Beispiel für die Anwendung der Maxime, von der alle wissenschaftliche Philosophie inspiriert sein muß, nämlich des von Ockham aufgestellten Grundsatzes: „Neue Wesenheiten dürfen ohne Not nicht eingeführt werden." Mit anderen Worten: wenn man irgendeinen Tatsachenverhalt formulieren will, so hat man genau zu untersuchen, welche Wesenheiten wirklich darin enthalten sind, und dann alles mit Hilfe nur dieser Wesenheiten zum Ausdruck zu bringen. Oftmals ist die Formulierung, die dabei herauskommt, komplizierter und schwieriger zu verstehen als Formulierungen, welche — wie die des naiven Menschen und selbst vieler Philosophen — die Annahme hypothetischer Wesenheiten machen, an deren Existenz zu glauben wir keinen genügenden Grund haben. Wir finden es leichter, uns eine Tapete mit wechselnder Farbe vorzustellen als eine bloße Reihe von Farben; aber ein grober Irrtum wäre es, wenn wir annehmen wollten, was sich leicht vorstellen läßt, enthielte auch die wenigsten ungerechtfertigten Annahmen. Der Dingbegriff ist dafür ein lehrreiches Beispiel.

Bei meiner summarischen Beschreibung der Genesis der „Dinge" habe ich, trotzdem ich diese im großen und ganzen zwar richtig dargestellt habe, doch zunächst einige Schwierigkeiten außer acht gelassen, mit denen wir uns nun noch nachträglich kurz befassen müssen.

Wir haben das Bestreben, in die uns unmittelbar gegebene Welt ungeordneter Sinnesdaten Ordnung hineinzubringen, indem wir die Daten zu Reihen zusammenfassen, deren jede wir so ansehen können, als ob sie aus den aufeinanderfolgenden Erscheinungsweisen eines „Dinges" bestünde. Schon hier muß ich erwähnen, daß ein gewisser Widerspruch besteht zwischen dem, was der naive Mensch als ein Ding ansieht und dem, was die Naturwissenschaft als eine beharrliche Gruppe von Atomen betrachtet. Für den naiven Menschen ist der menschliche Körper ein Ding, in den Augen der Wissenschaft wird die Materie, aus welcher er besteht, beständig erneuert. Dieser Widerspruch ist aber nicht von weittragenden Folgen und kann daher für unsere Zwecke vernachlässigt werden. Unser Problem ist: nach welchen Grundsätzen sollen wir aus dem Chaos bestimmte Daten auswählen und sie Erscheinungen desselben Dinges nennen?

Eine vorläufige, nur annähernde Antwort auf diese Frage ist nicht besonders schwierig. Es gibt gewisse in hohem Maße beharrliche Erscheinungsgruppen, wie Landschaften, Möbel und bekannte Gesichter, die als Erscheinungen eines Dinges bzw. einer Gruppe von Dingen anzusprechen wir, wenigstens sobald sie öfter auftreten, keine Bedenken tragen. Wie die „Komödie der Irrungen" nachweist, können wir aber irregeführt werden, wenn wir auf Grund bloßer Ähnlichkeit urteilen. Daraus geht hervor, daß noch etwas anderes darin steckt, denn zwei *verschiedene* Dinge können jeden Grad von Ähnlichkeit bis zur völligen Gleichheit besitzen.

Ein weiteres ungenügendes Kriterium für das „Ding" ist Stetigkeit. Wenn wir etwas, das wir als ein unveränderliches Ding ansehen, aufmerksam beobachten, so stellt sich, wie wir bereits sahen, gewöhnlich heraus, daß seine Veränderungen stetiger Natur sind, soweit wir mit Hilfe unserer Sinne etwas darüber feststellen können. Wenn wir also zu verschiedenen Zeiten zwei endlich verschiedene Erscheinungen wahrnehmen und Grund haben zu der Annahme, sie gehörten zu demselben Dinge, so nehmen wir an, daß in der Zeit, wo wir nichts wahrgenommen haben, eine stetige Reihe von Zwischenzuständen dieses Dinges existiert haben müsse. So kommen wir zu dem Schlusse, Stetigkeit der Veränderung sei zugleich notwendig und hinreichend, um ein „Ding" zu konstituieren. In Wahrheit ist sie aber weder das eine noch das andere. Sie ist nicht *notwendig*, denn die infolge Abschweifens unserer Aufmerksamkeit von dem Dinge nicht wahrgenommenen Zwischenstadien der an ihm vorgehenden Veränderung sind bloß hypothetisch und können unmöglich den Grund dafür abgeben, daß wir die früher und später beobachteten Erscheinungen demselben „Dinge" zuschreiben; im Gegenteil: weil wir das letztere tun, machen wir die Annahme unbeobachteter Zwischenstadien. Die Stetigkeit der Veränderung ist aber auch nicht *hinreichend*, denn wir können z. B. durch unmerkliche Abstufungen von einem Tropfen des Meeres zu irgendeinem anderen gelangen. Wir können höchstens sagen, daß unstetige Veränderung bei unausgesetzter Beobachtung in der Regel auf das Vorhandensein verschiedener Dinge hindeutet, obwohl auch

dies im Falle von Explosionen usw. keine Geltung hat.

Trotzdem aber wird Stetigkeit von der Naturwissenschaft mit Erfolg postuliert. Das beweist etwas, wenn auch nichts von sehr augenscheinlichem Nutzen für unser Problem. Es beweist nämlich, daß nichts in der bekannten Welt unvereinbar ist mit der *Hypothese*, alle Veränderungen seien absolut stetig, obgleich sie infolge zu großer Schnelligkeit oder, weil unsere Beobachtung aussetzt, nicht immer so erscheinen. In diesem hypothetischen Sinne kann Stetigkeit als eine *notwendige* Bedingung für die Möglichkeit der Zuordnung zweier Erscheinungen zu demselben Dinge angesehen werden. Sie ist aber keine *hinreichende* Bedingung, wie aus dem Beispiel mit den Tropfen des Meeres hervorgeht. Wir müssen also noch nach etwas anderem Umschau halten, ehe wir auch nur die roheste Definition des „Dinges" geben können.

Was zu dieser noch weiter gebraucht wird, scheint etwas zu sein, das wir etwa als „Erfüllung kausaler Gesetze" bezeichnen könnten. Diese Formulierung, wie ich sie hier vor Sie hinstelle, ist zunächst allerdings sehr unbestimmt, aber ich will sogleich versuchen, ihr mehr Schärfe zu geben. Wenn ich von „Kausalgesetzen" spreche, so meine ich damit Gesetze, die zu verschiedenen Zeiten oder, im Grenzfall, auch gleichzeitig stattfindende Ereignisse in Zusammenhang bringen, vorausgesetzt, daß dieser Zusammenhang nicht logischer Natur ist. In diesem sehr weiten Sinne sind z. B. die Gesetze der Dynamik Kausalgesetze, und in diesem Sinne sind es auch die Gesetze, welche die

gleichzeitigen Wahrnehmungen, die unsere verschiedenen Sinne von demselben Dinge liefern, miteinander verbinden. Wir fragen uns: Welche Hilfe leisten uns solche Gesetze bei der Definition des „Dinges"?

Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir uns zunächst einmal klarmachen, was eigentlich der praktische Erfolg der Naturwissenschaft beweist. Er beweist, daß die naturwissenschaftlichen Hypothesen, obgleich sie nicht verifizierbar sind, insofern sie über die Sinnesdaten hinausgehen, doch an keiner Stelle zu diesen Sinnesdaten in Widerspruch treten, sondern im Idealfalle sogar die Berechnung aller Sinnesdaten auf Grund einer hinreichenden Menge von Daten aus einer gegebenen Zeitspanne ermöglichen würden. Die Naturwissenschaft hat herausgefunden, daß es praktisch möglich ist, Sinnesdaten in Reihen zusammenzufassen und jede dieser Reihen als einem „Dinge" zugehörig zu betrachten, insofern sie mit Rücksicht auf die Naturgesetze so reagiert, wie Reihen, die nicht einem und demselben „Dinge" zugehören, im allgemeinen nicht reagieren. Wenn eine eindeutige Entscheidung darüber, ob zwei Erscheinungen demselben „Dinge" angehören oder nicht, möglich sein soll, so darf es nur eine einzige Möglichkeit geben, die Erscheinungen so zu gruppieren, daß die resultierenden Dinge den Naturgesetzen gehorchen. Diese Behauptung zu beweisen, würde allerdings sehr schwierig sein; für die Zwecke, die wir mit unserer Vorlesung verfolgen, können wir aber einer Erörterung dieser schwierigen Frage aus dem Wege gehen und als bewiesen annehmen, daß tatsächlich nur eine einzige Möglichkeit existiere.

Unsere Definition des „Dinges" muß ferner, wenn überhaupt welche, so auch diejenigen seiner Erscheinungen einschließen, die nicht wahrgenommen werden. So kommen wir für unsere Definition zu folgendem Wortlaut: Dinge sind diejenigen Erscheinungsreihen, die den Naturgesetzen gehorchen. Daß es solche Reihen gibt, ist eine auf empirischem Wege festzustellende Tatsache, in der zugleich die Verifizierbarkeit der Naturwissenschaft begründet ist.

Es könnte noch eingewendet werden, die Materie der Naturwissenschaft sei etwas ganz anderes als Reihen von Sinnesdaten. Sinnesdaten, so könnte jemand sagen, gehören in das Gebiet der Psychologie und sind, auf jeden Fall in gewissem Sinne, subjektiver Natur, während die Naturwissenschaft von psychologischen Erwägungen völlig unabhängig ist und nicht annimmt, ihre Materie existiere nur, solange sie wahrgenommen wird.

Auf diesen Einwand sind zwei Antworten möglich, die beide von einigem Gewicht sind:

a) Wir haben uns soeben mit der Frage nach der *Verifizierbarkeit* der Naturwissenschaft befaßt. Nun ist aber nicht zu übersehen, daß Verifizierbarkeit keineswegs dasselbe ist wie Richtigkeit, sie ist vielmehr in gewissem Sinne viel stärker subjektiv und psychologisch. Damit ein Urteil verifizierbar sei, genügt es nicht, daß es richtig ist, sondern wir müssen auch imstande sein, seine Richtigkeit *nachzuweisen*. Die Verifizierbarkeit eines Urteils hängt also auch ab von unserer Erkenntnis, nicht nur von seiner objektiven Richtigkeit. Die Naturwissenschaft, wie sie gewöhnlich dargestellt

wird, enthält sehr Vieles, das nicht verifiziert werden kann, so z. B. Hypothesen (α) über die Art, wie bestimmte Dinge einem Beobachter an einem Orte erscheinen würden, an dem sich kein wirklicher Beobachter befindet, (β) über die Art, wie gewisse Dinge zu Zeiten erscheinen würden, wo sie in Wahrheit überhaupt niemandem erscheinen, und (γ) über Dinge, die überhaupt niemals und niemandem erscheinen. Alle diese Hypothesen werden eingeführt, um die Kausalgesetze einfacher zu gestalten, aber keine von ihnen gehört dem Teile der Naturwissenschaft an, von dem wir *wissen*, daß er richtig ist. Das führt uns schon auf unsere zweite Antwort:

b) Wenn die Naturwissenschaft nur aus Sätzen bestehen soll, deren Richtigkeit nachweisbar ist oder von denen sich wenigstens mit Bestimmtheit feststellen läßt, ob sie richtig oder falsch sind, so müssen die drei Arten hypothetischer Wesenheiten, die wir vorhin aufgezählt haben, als logische Funktionen von Sinnesdaten darstellbar sein. Um zu sehen, wie ungefähr dieser Nachweis zu führen wäre, wollen wir uns das aus unserer dritten Vorlesung her bekannte Leibnizsche Universum noch einmal vergegenwärtigen. In diesem Universum gibt es, wie wir sahen, eine Anzahl von Perspektiven, von denen zwar niemals zwei irgendwelche Wesenheiten gemeinsam haben, wohl aber oftmals Wesenheiten enthalten, die in genügend engen Zusammenhang gebracht werden können, um als demselben Dinge zugehörig angesprochen zu werden. Eine solche Perspektive wollen wir eine „wirkliche" Privatwelt nennen, wenn tatsächlich ein Beobachter existiert,

zu dem sie gehört, wir wollen sie aber als „ideell" bezeichnen, wenn sie nur aus Gründen der Stetigkeit konstruiert worden ist. Ein Ding im Sinne der Physik besteht in jedem Augenblick aus der Gesamtheit der momentanen Erscheinungen, die es in all den verschiedenen Welten von ihm gibt; ein augenblicklicher Zustand eines Dinges ist also identisch mit einer ganzen Gruppe von Erscheinungen. Eine „ideelle" Erscheinung wäre danach eine Erscheinung, die nur errechnet ist, nicht von irgendeinem Beobachter wirklich wahrgenommen wird. Ein „ideeller" Zustand eines Dinges ist sein Zustand in einem Augenblick, wo alle seine Erscheinungen ideeller Art sind, ein ideelles Ding ein Ding, dessen Zustände zu allen Zeiten ideell sind. Ideelle Erscheinungen, Zustände und Dinge müssen, da sie errechnet sind, Funktionen tatsächlicher Erscheinungen, Zustände und Dinge sein, mithin also letzten Endes sämtlich Funktionen wirklicher *Erscheinungen*. Für die Aufstellung naturwissenschaftlicher Gesetze ist es also nicht notwendig, ideellen Elementen irgendwelche Realität zuzuschreiben, es genügt vielmehr, wenn wir sie in ihrer Eigenschaft als logische Konstruktionen in die Formulierung aufnehmen, vorausgesetzt, daß wir Mittel und Wege haben, um zu bestimmen, wann sie wirklich werden. Das können wir nun in der Tat mit einer gewissen Genauigkeit bestimmen; der Sternhimmel z. B. wird wirklich, sobald wir zu ihm hinaufsehen. Es steht uns frei zu *glauben*, daß auch die ideellen Elemente wirklich existieren, und es ist kein Grund für die Annahme des Gegenteils vorhanden, aber *wissen* können wir darüber nichts, außer auf Grund eines

apriorischen Gesetzes, denn unser empirisches Wissen ist auf das tatsächlich Beobachtete beschränkt.

2. Die drei Grundbegriffe der Naturwissenschaft sind Raum, Zeit und Materie. Einige der Probleme, die mit dem Materienbegriff verknüpft sind, haben wir in unserer Erörterung des Dingbegriffes angedeutet. Aber auch im Anschluß an Raum und Zeit entstehen komplizierte Probleme fast derselben Art, die ihren Ursprung alle in der Schwierigkeit haben, die freundliche, geordnete Welt, die wir aus der Geometrie und der Theorie der Bewegungsmechanismen her kennen, zurückzuführen auf die zufällige, chaotische Welt der momentanen Sinnesempfindung. Lassen Sie uns mit dem Raum den Anfang machen.

Wer sich niemals in seinem Leben mit Psychologie beschäftigt hat, macht sich in den seltensten Fällen eine Vorstellung davon, wieviel geistige Arbeit zur Konstruktion des einen, allumfassenden Raumes notwendig ist, in den, wie er glaubt, alle Wahrnehmungsgegenstände hineinpassen. Kant, der für einen zünftigen Philosophen von Psychologie ungewöhnlich wenig verstand, beschrieb den Raum als „ein unendliches, gegebenes Ganzes", aber schon ein Augenblick des Nachdenkens über psychologische Tatsachen zeigt, daß ein Raum, der unendlich ist, nicht gegeben sein kann und ein Raum, den man als gegeben bezeichnen kann, nicht unendlich ist. Was eigentlich die Natur des „gegebenen" Raumes ist, das ist eine äußerst schwierige Frage, über die sich die zünftigen Psychologen noch keineswegs einig sind. Einige Bemerkungen allgemeinerer Art können aber schon gemacht werden;

sie werden genügen, um die Probleme aufzuzeigen, ohne in psychologischen Streitfragen, die noch nicht ausgetragen sind, Partei zu ergreifen.

Das Erste, das wir nicht übersehen dürfen, ist die Tatsache, daß verschiedene Sinne verschiedene Räume haben. Der Raum des Gesichtssinnes ist gänzlich verschieden von dem des Tastsinnes, und nur auf Grund der Erfahrungen, die wir während unserer Kindheit gemacht haben, gelingt es uns, beide miteinander in Beziehung zu setzen. Im späteren Leben wissen wir, sobald wir einen Gegenstand in Reichweite sehen, welche Bewegungen wir machen müssen, um ihn zu berühren, und ungefähr auch, wie er sich anfühlen wird; wenn wir mit geschlossenen Augen einen Gegenstand berühren, so wissen wir, wohin wir unseren Blick zu richten hätten, um ihn zu sehen, und ungefähr auch, wie er aussehen würde. Das alles aber wissen wir nur auf Grund früher gemachter Erfahrungen über die Zusammengehörigkeit bestimmter Arten von Tastempfindungen mit bestimmten Arten von Gesichtsempfindungen. Der eine Raum, in den beide Arten der Sinnesempfindung hineinpassen, ist eine logische Konstruktion, nicht ein Datum. Neben Tast- und Gesichtsempfindungen gibt es noch andere Arten von Empfindungen, die weitere, wenngleich weniger wichtige Räume liefern; auch diese müssen auf Grund früherer Erfahrungen in der Zuordnung dem einen Raum eingeordnet werden. Wie mit den Dingen, so verhält es sich auch mit dem Raum: der eine, allumfassende Raum braucht, obwohl er ein bequemes Ausdrucksmittel ist, nicht als wirklich existierend vorausgesetzt

zu werden. Alles, dessen wir auf Grund der Erfahrung sicher sind, sind vielmehr die verschiedenen Räume der verschiedenen Sinne, die untereinander durch auf empirischem Wege entdeckte Gesetze verknüpft sind. Es kann sich herausstellen, daß der eine Raum eine wohlbegründete, logische Konstruktion auf der Basis der verschiedenen Räume ist, aber es liegt nicht der geringste Grund vor, ihm eine unabhängige, metaphysische Existenz zuzuschreiben.

Weiterhin unterscheiden sich die Räume der unmittelbaren, augenblicklichen Erfahrung von dem Raume der Geometrie und Naturwissenschaft in bezug auf den *Punkt*. Der Raum der Geometrie und Naturwissenschaft soll aus einer unendlich großen Anzahl von Punkten bestehen, obwohl niemals irgend jemand einen Punkt gesehen oder gar berührt hat. Wenn es in einem sinnlich wahrgenommenen Raume Punkte geben soll, so können sie nur auf logischem Wege erschlossen sein. Es ist nicht einzusehen, inwiefern ihre Existenz im Sinne unabhängiger Wesenheiten aus den Daten folgen sollte; wir müssen also auch hier, wenn möglich, irgendeine logische Konstruktion finden, irgendeine komplexe Verbindung unmittelbarer Wahrnehmungsgegenstände, welche die für den Punkt erforderlichen geometrischen Eigenschaften besitzt. Gewöhnlich denkt man sich die Punkte einfach und unendlich klein, aber die Geometrie verlangt keineswegs, daß wir sie uns in dieser Weise vorstellen; sie verlangt weiter nichts, als daß sie durch wechselseitige Beziehungen von bestimmter, abstrakter Eigenschaft untereinander verknüpft seien, und es ist wohl möglich, daß eine Verbindung von Sinnesdaten

diese Bedingung erfüllt. In bezug auf die Einzelheiten sehe ich noch nicht ganz klar, aber es scheint mir so gut wie sicher, daß eine solche Verbindung von Sinnesdaten gefunden werden kann.

Dr. Whitehead hat die folgende, zur Erleichterung ihrer Handhabung vereinfachte Methode erfunden, um eine anschauliche Vorstellung davon zu geben, wie etwa Punkte aus Sinnesdaten gewonnen werden könnten. Dabei haben wir vor allem zu beachten, daß es unendlich kleine Sinnesdaten nicht gibt; daß vielmehr die Ausdehnung aller Flächen, die wir wahrnehmen, eine endliche Größe darstellt. Aber was zuerst als ein unteilbares Ganzes erscheint, stellt sich bei aufmerksamer Betrachtung nicht selten als eine Mehrheit von in diesem Ganzen enthaltenen Teilen heraus; so kann z. B. ein räumlicher Gegenstand in einem anderen enthalten und vollständig von ihm eingeschlossen sein. Mit dieser Einschließungsbeziehung und einigen sehr einfachen Hypothesen sind wir imstande, den „Punkt" zu definieren als eine bestimmte Klasse räumlicher Gegenstände, und zwar, wie wir später sehen werden, aller der Gegenstände, von denen man natürlicherweise sagen würde, daß sie den Punkt enthalten. Um auf diesem Wege eine Definition des Punktes zu erhalten, verfahren wir wie folgt:

Eine gegebene Reihe von Volumen- oder Flächengrößen wird im allgemeinen nicht in einem Punkte konvergieren. Wenn sie aber immer kleiner werden und von je zwei in der Reihe benachbarten immer eine die andere einschließt, so haben wir in Umrissen die Bedingung, auf Grund deren wir sie so ansehen könnten, als ob sie

einen Punkt als Grenzwert hätten. Die Hypothesen, durch welche die Einschließungsbeziehung näher bestimmt werden muß, sind: 1. sie muß transitiv sein; 2. von zwei verschiedenen räumlichen Gegenständen muß es unmöglich sein, daß jeder den anderen einschließt, aber ein einziger räumlicher Gegenstand muß sich stets selbst einschließen; 3. jede Reihe räumlicher Gegenstände, die alle wenigstens einen räumlichen Gegenstand einschließen, muß einen unteren Grenzwert, ein Minimum, haben, d. h. einen Gegenstand, der von allen eingeschlossen wird und selbst alle Gegenstände einschließt, die von allen Gegenständen der Reihe eingeschlossen werden; 4. um triviale Ausnahmen auszuschließen, müssen wir weiterhin noch annehmen, daß es Fälle der Einschließung gibt, d. h. daß tatsächlich Gegenstände vorhanden sind, von denen einer den anderen einschließt. Eine Einschließungsbeziehung, welche diese vier Bedingungen erfüllt, wollen wir einen „Punkterzeuger" nennen. Wenn eine Einschließungsbeziehung gegeben ist, so wollen wir als dazugehörige „Einschließungsreihe" eine Reihe von Gegenständen bezeichnen, bei welcher von je zweien der letzteren stets einer im anderen enthalten ist. Fernerhin brauchen wir eine Bedingung, die gewährleistet, daß die Einschließungsreihe in einem Punkte konvergiert. Diese Bedingung kann folgendermaßen formuliert werden: Unsere Einschließungsreihe muß so beschaffen sein, daß — sobald außer ihr eine zweite Einschließungsreihe gegeben ist, welche Glieder enthält, die in irgendeinem beliebigen Gliede unserer ersten Reihe eingeschlossen sind — in diesem Falle auch in einem beliebig ausge-

wählten Gliede der zweiten Reihe Glieder unserer ersten Reihe enthalten sind. In diesem Falle können wir unsere erste Einschließungsreihe als „punktuelle Einschließungsreihe" bezeichnen. Danach wäre ein Punkt identisch mit allen Gegenständen, welche Glieder einer gegebenen punktuellen Einschließungsreihe einschließen. Um auch noch unendliche Teilbarkeit zu gewährleisten, müssen wir zu den bei der Definition des Punkterzeugers bisher erwähnten Eigenschaften noch eine weitere hinzufügen, nämlich die Bedingung, daß jeder Gegenstand, der sich selbst einschließt, auch einen anderen Gegenstand einschließen muß. Es wird sich herausstellen, daß die von Punkterzeugern der so beschriebenen Art hervorgebrachten „Punkte" allen Anforderungen der Geometrie Genüge leisten.

3. Das Zeitproblem ist, solange wir uns auf *eine* Privatwelt beschränken, etwas weniger kompliziert als das Raumproblem, und wir sehen ziemlich klar, in welcher Weise es mit Methoden wie den soeben angedeuteten in Angriff genommen werden könnte. Die Vorgänge, welche wir wahrnehmen, beanspruchen nicht nur die Dauer eines bloßen mathematischen Augenblicks, sondern sie dauern immer eine Zeitspanne von endlicher Größe, so klein diese sonst auch sein möge. Selbst wenn eine solche physische Welt existiert, wie die mathematische Bewegungstheorie sie annimmt, so bringen doch Eindrücke auf unsere Sinnesorgane immer Empfindungen hervor, die nicht im strengen Sinne des Wortes momentan sind; daher sind auch die Wahrnehmungsgegenstände, die uns unmittelbar gegeben sind, niemals streng momentan. Wirkliche Augen-

blicke befinden sich also nicht unter den uns durch Erfahrung zugänglichen Daten und müssen, wenn sie berechtigt sein sollen, entweder auf logischem Wege erschlossen oder aber konstruiert werden können. Nun vermag ich aber beim besten Willen nicht zu sehen, wie sie auf logischem Wege etwa überzeugend abgeleitet werden könnten, so daß also auch hier nur die Möglichkeit bleibt, sie zu konstruieren. Wir wollen sehen, wie dies geschehen kann.

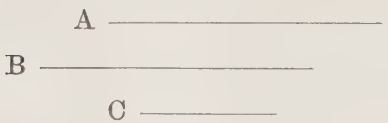
Durch unmittelbare Erfahrung sind uns zwei zeitliche Beziehungen zwischen Ereignissen gegeben: Ereignisse können entweder gleichzeitig sein oder eins von ihnen kann früher sein als das andere. Diese zwei Beziehungen gehören beide zu den rohen Daten; es ist keine Rede davon, daß nur die Ereignisse gegeben seien und ihre Ordnung in der Zeit durch die Spontaneität unseres Ich hinzugefügt würde. Vielmehr ist ihre zeitliche Anordnung in gewissen Grenzen gerade so gut gegeben, wie die Ereignisse selber. In jedem Abenteuerroman kann man Stellen finden wie etwa die folgende: „Mit zynischem Grinsen zielte er mit dem gespannten Revolver auf die Brust des unerschrockenen Jünglings. „Bei dem Worte drei werde ich schießen," sagte er. Die Worte eins und zwei hatte er schon langsam und deutlich ausgesprochen, und seine Lippen formten gerade das Wort drei; in diesem Augenblick fuhr ein blendender Blitzstrahl hernieder." Hier haben wir einen Fall von Gleichzeitigkeit, und zwar ist diese Gleichzeitigkeit nicht — wie Kant uns glauben machen möchte — erst im Geiste des unerschrockenen Jünglings entstanden, sondern sie ist so objektiv gegeben wie etwa der Revolver und der

Blitzstrahl. Ebenso ist schon durch unmittelbare Erfahrung gegeben, daß die Worte eins und zwei eher kommen als der Blitzstrahl. Diese zeitlichen Beziehungen bestehen zwischen Ereignissen, die nicht streng momentan sind. Daher kann ein Ereignis früher als ein anderes beginnen und somit zeitlich vor ihm sein, es kann aber außerdem noch andauern, nachdem das andere begonnen hat, und somit auch gleichzeitig mit ihm sein. Dauert es noch weiter, nachdem das andere vorüber ist, so ist es außerdem sogar später als das andere. „Eher als", „gleichzeitig mit" und „später als" sind nicht unvereinbar miteinander, wenn wir es mit Ereignissen zu tun haben, die eine endliche Zeitspanne ausfüllen, wie klein diese Zeitspanne auch immer sein möge; sie werden vielmehr erst unvereinbar, wenn wir es mit etwas streng Momentanem zu tun haben.

Von Bedeutung ist ferner die Tatsache, daß wir keine *absoluten* Zeitangaben machen können, sondern die Zeit nur durch Ereignisse bestimmen können. Wir können nicht auf eine Zeit selbst hindeuten, sondern immer nur auf ein Ereignis, das in dieser Zeit stattfindet. Unsere Erfahrung liefert uns also keinerlei Grund für die Annahme, es gäbe eine den Ereignissen gegenüberstehende reine Zeit; vielmehr sind die Ereignisse, geordnet durch die Beziehungen der Gleichzeitigkeit und der Folge, alles, was wirklich durch Erfahrung gegeben ist. Wenn wir also definieren wollen, was die mathematische Naturwissenschaft einen Augenblick nennt, und es vermeiden wollen, unnötige metaphysische Wesenheiten einzuführen, so müssen wir uns dazu einer Konstruktion bedienen, die außer den

Ereignissen und ihren zeitlichen Beziehungen nichts voraussetzt.

Wie haben wir nun also vorzugehen, wenn wir einen Zeitpunkt mit Hilfe von Ereignissen exakt bestimmen wollen? Mit Hilfe eines einzigen Ereignisses können wir einen Zeitpunkt nicht genau festlegen, denn es gibt kein Ereignis, das momentan wäre, keines, das mit anderen Worten nicht gleichzeitig mit zwei weiteren Ereignissen sein könnte, die untereinander nicht gleichzeitig sind. Theoretisch müssen wir, um einen Zeitpunkt genau bestimmen zu können, imstande sein, anzugeben, ob ein gegebenes Ereignis vor, während oder nach diesem Zeitpunkt ist, und müssen wissen, daß alle übrigen Zeitpunkte entweder vor oder nach unserem Zeitpunkt, niemals aber gleichzeitig mit ihm sind. Vorausgesetzt nun, wir nehmen statt nur eines Ereignisses die beiden Ereignisse A und B, vorausgesetzt ferner, A und B liegen zeitlich teilweise übereinander, aber B endet vor A, so muß ein Ereignis, das sowohl mit A als auch mit B gleichzeitig ist, in der Zeit stattfinden, die A und B gemeinsam haben. Auf diese Weise kommen wir einer genauen Zeitangabe näher, als wenn wir nur A und B jedes für sich in Betracht gezogen hätten. C soll ein Ereignis sein, das sowohl mit A, als auch mit B gleichzeitig ist, aber früher als diese beiden zu Ende ist. Dann muß ein weiteres Ereignis, das mit allen dreien gleichzeitig sein soll, in der noch kürzeren Zeit stattfinden, die allen dreien gemeinsam



ist. Wenn wir in dieser Weise fortfahren, indem wir immer weitere Ereignisse hinzunehmen, so wird für jedes neue Ereignis, das mit ihnen allen gleichzeitig angenommen wird, allmählich eine immer genauere Datierung möglich. Hiernach kann es nicht allzu schwer sein, eine Methode zu finden, nach der ein Zeitpunkt mit idealer Genauigkeit bestimmt werden kann.

Stellen wir uns eine Gruppe von Ereignissen vor, die so beschaffen sind, daß zwei beliebig ausgewählte von ihnen in jedem Falle sich zeitlich überdecken, so daß es eine — wenn auch noch so kurze — Zeit gibt, während welcher sie sämtlich existieren. Finden wir noch irgendein Ereignis, das mit allen Ereignissen unserer Gruppe gleichzeitig ist, so fügen wir auch dieses unserer Gruppe ein und setzen dies solange fort, bis sich außerhalb der Gruppe kein Ereignis mehr befindet, das mit allen ihren Ereignissen gleichzeitig ist, wohl aber alle Ereignisse innerhalb der Gruppe gleichzeitig sind. Diese ganze Gruppe von Ereignissen soll nach unserer Definition ein Zeitaugenblick sein. Es bleibt uns noch übrig, zu zeigen, daß sie auch die Eigenschaften besitzt, die wir von einem Zeitaugenblick erwarten.

Welche Eigenschaften erwarten wir nun eigentlich von einem Augenblick? Nun, in erster Linie wohl, daß er mit anderen Augenblicken eine Reihe bilde. Das heißt mit anderen Worten: von je zweien muß einer stets vor dem andern sein und der andere darf nicht gleichzeitig vor dem einen sein. Ferner: wenn der eine vor einem anderen ist und der andere vor einem dritten, so muß der erste auch vor dem dritten sein. Zweitens muß jedes Ereignis während einer Anzahl von Augen-

blicken stattfinden. Gleichzeitig sind zwei Ereignisse, wenn sie im gleichen Augenblick sind, und eines ist vor dem anderen, wenn es einen Augenblick gibt (während dessen das eine ist), der früher ist als irgendeiner der Augenblicke, während derer das andere ist. Da wir annehmen müssen, daß während der Zeit, wo irgendein gegebenes Ereignis stattfindet, immer noch irgendwo sonst eine Veränderung vor sich geht, wie kurz unser Ereignis auch sein möge, so muß drittens unsere Reihe von Augenblicken dicht sein, mit anderen Worten, zwischen je zwei gegebenen Augenblicken muß es stets noch andere Augenblicke geben. Hat nun der Augenblick, wie wir ihn definiert haben, tatsächlich alle diese Eigenschaften?

Wir werden sagen, ein Ereignis sei „in" einem Augenblick, wenn es ein Glied der Gruppe ist, aus welcher der betreffende Augenblick besteht, und wir werden sagen, ein Augenblick sei „vor" einem anderen, wenn die Gruppe, welche gleich dem einen Augenblick ist, ein Ereignis enthält, das vor, aber nicht gleichzeitig mit irgendeinem Ereignis der Gruppe ist, die gleich dem anderen Augenblick ist. Wenn ein Ereignis früher als ein anderes, aber nicht gleichzeitig mit ihm ist, so werden wir von ihm sagen, es „gehe dem anderen vollständig voraus". Nun wissen wir aber, daß von zwei Ereignissen, die nicht gleichzeitig sind, das eine dem anderen vollständig vorausgehen muß, und in diesem Falle kann nicht auch das andere dem einen vollständig vorausgehen. Wir wissen ferner, wenn ein Ereignis einem anderen, und dieses andere einem dritten vollständig vorausgeht, daß dann das erste auch dem dritten vollständig vorausgeht. Aus diesen Tatsachen er-

gibt sich ohne weiteres, daß die Augenblicke, wie wir sie definiert haben, tatsächlich eine Reihe bilden.

Wir haben weiterhin zu zeigen, daß jedes Ereignis „in" wenigstens einem Augenblicke ist, d. h., daß jedes Ereignis wenigstens *einer* Klasse von der Art, als welche wir die Augenblicke definiert haben, angehört. Stellen wir uns zu diesem Zwecke einmal alle die Ereignisse vor, die mit einem gegebenen Ereignisse gleichzeitig sind und nicht später beginnen, d. h. nicht vollständig nach irgendetwas sind, das gleichzeitig mit dem gegebenen Ereignis ist. Wie wollen sie die „initial contemporaries" des gegebenen Ereignisses nennen. Es wird sich nun leicht herausstellen, daß diese Klasse von Ereignissen, die beim Beginn eines gegebenen Ereignisses existieren, identisch ist mit dem ersten Augenblick, in dem das letztere existiert, vorausgesetzt, daß jedes Ereignis, das vollständig nach irgendetwas mit dem gegebenen Ereignis Gleichzeitigem ist, auch vollständig nach einem Ereignis ist, das beim Beginne des gegebenen existiert.

Unsere Zeitreihe wird endlich auch dicht sein, wenn es in allen Fällen, wo zwei Ereignisse gegeben sind, von denen das eine dem anderen vollständig vorausgeht, immer noch ein Ereignis gibt, das vollständig nach dem einen und gleichzeitig mit etwas ist, das vollständig vor dem anderen ist. Ob diese Bedingung erfüllt ist oder nicht, ist eine Frage, die nur auf empirischem Wege zu beantworten ist. Ist sie nicht erfüllt, so kann von der Zeitreihe nicht angenommen werden, daß sie dicht sei[1]).

[1]) Die Annahmen, die wir in bezug auf die zeitlichen Bezie-

Wir sehen also, daß unsere Definition des Augenblicks alles gewährleistet, was die Mathematik verlangt, ohne

hungen gemacht haben, sind, nochmals kurz zusammengefaßt:

1. Um zu gewährleisten, daß die Zeitaugenblicke eine Reihe bilden, nehmen wir an:
   a) Kein Ereignis geht sich selbst vollständig voraus. (Ein „Ereignis" wird definiert als etwas, das gleichzeitig mit irgend etwas anderem ist.)
   b) Wenn ein Ereignis einem anderen, und dieses andere einem dritten vollständig vorausgeht, so geht das erste auch dem dritten vollständig voraus.
   c) Wenn ein Ereignis einem anderen vollständig vorausgeht, so ist es nicht gleichzeitig mit ihm.
   d) Von zwei Ereignissen, die nicht gleichzeitig sind, muß eines dem andern vollständig vorausgehen.
2. Um zu gewährleisten, daß die „initial contemporaries" eines gegebenen Ereignisses einen Augenblick bilden, nahmen wir an:
   e) Ein Ereignis, das vollständig nach etwas mit dem gegebenen Ereignis Gleichzeitigem ist, ist auch vollständig nach einem „initial contemporary" des gegebenen Ereignisses.
3. Um zu gewährleisten, daß unsere Reihe von Augenblicken dicht sei, nahmen wir an:
   f) Zu zwei Ereignissen, von denen das eine dem andern vollständig vorausgeht, gibt es in allen Fällen noch ein Ereignis, das vollständig nach dem einen und gleichzeitig ist mit etwas, das vollständig vor dem andern ist.

Diese letztere Annahme hat zur Folge, daß — wenn ein Ereignis die einem andern Ereignis unmittelbar vorausgehende Zeit vollständig in Anspruch nimmt — es wenigstens einen Augenblick mit dem anderen gemeinsam haben muß; mit anderen Worten, es ist unmöglich, daß ein Ereignis aufhört, gerade ehe das andere beginnt. Ich weiß nicht, ob dies nicht als unzulässig zu betrachten ist. Bezüglich der mathematisch-logischen Behandlung des Gegenstandes vgl. N. Wiener, „A Contribution to the Theory of Relative Position", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, XVII. 5, pp. 441—449.

daß wir die Existenz irgendwelcher zweifelhafter metaphysischer Wesenheiten anzunehmen brauchten.

Der Zeitaugenblick kann auch mit Hilfe der Einschließungsbeziehung definiert werden, genau wie es mit dem Punkt gemacht wurde. Ein Gegenstand ist von einem anderen zeitlich eingeschlossen, wenn er mit dem anderen gleichzeitig und nicht vor oder nach ihm ist. Alles was zeitlich einschließt oder eingeschlossen wird, wollen wir ein „Ereignis" nennen. Damit die Beziehung „zeitliche Einschließung" den Wert eines „Punkt-Erzeugers" habe, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein: 1. die Beziehung muß transitiv sein, d. h., wenn ein Ereignis ein anderes einschließt, und das andere wieder ein drittes, so muß das erste auch das dritte einschließen; 2. jedes Ereignis muß sich selbst einschließen, wenn aber ein Ereignis ein anderes, von ihm selbst verschiedenes, Ereignis einschließt, so darf nicht auch das andere das eine einschließen; 3. wenn irgendeine Reihe von Ereignissen gegeben ist, derart, daß wenigstens ein Ereignis existiert, das von ihnen allen eingeschlossen wird, so muß es ein Ereignis geben, welches alles einschließt, was sie alle einschließen, und außerdem selbst von ihnen eingeschlossen wird; 4. es muß wenigstens ein Ereignis vorhanden sein. Um unbegrenzte Teilbarkeit zu gewährleisten, ist es ferner notwendig, daß jedes Ereignis außer sich selbst noch andere Ereignisse einschließt. Diese Eigenschaften verleihen der zeitlichen Einschließung den Charakter eines unendlich teilbaren Punkterzeugers. Wir sind nun in der Lage, eine Einschließungsreihe von Ereignissen zu bilden, und zwar mit Hilfe einer Gruppe von Ereig-

nissen, die so beschaffen sind, daß von je zweien eines das andere einschließt. Diese Reihe ist eine „punktuelle Einschließungsreihe", wenn — sobald noch eine andere Einschließungsreihe gegeben ist von der Art, daß jedes Glied unserer ersten Reihe irgendein Glied der zweiten einschließt — auch jedes Glied der zweiten Reihe irgendeines der ersten einschließt. Ein „Augenblick" ist dann gleich der Klasse aller Ereignisse, welche Glieder einer gegebenen punktuellen Einschließungsreihe einschließen.

Wesentlich schwieriger ist das Aufeinanderbeziehen der Zeiten verschiedener Privatwelten, um zu der einen, allumfassenden Zeit der Naturwissenschaft zu gelangen. Wie wir in der dritten Vorlesung gesehen haben, enthalten verschiedene Privatwelten oftmals Erscheinungen, die leicht in wechselseitige Zuordnung zu bringen sind und die wir gemeinhin als Erscheinungen desselben „Dinges" bezeichnen. Wenn nun zwei Erscheinungen in verschiedenen Welten zu einem und demselben „Zustand" eines Dinges gehören, so liegt es nahe, sie als gleichzeitig anzusehen, womit wir zugleich ein Mittel an der Hand haben, verschiedene Privatzeiten miteinander in Zusammenhang zu bringen. Dieses einfache Mittel kann natürlich nur den Wert einer ersten Annäherung haben. Was wir als Laut bezeichnen, wird von jemandem, der sich in der Nähe der Lautquelle befindet, eher gehört als von anderen, die weiter von ihr entfernt sind, und dasselbe gilt, wenn auch nicht in gleich hohem Maße, vom Lichte. Zwei zusammengehörige Erscheinungen in verschiedenen Welten müssen also nicht notwendigerweise als gleichzeitig (in der Zeit der Naturwissenschaft) betrachtet werden, obgleich

sie an einem und demselben Zustand eines Dinges teilhaben können. Der Versuch, die verschiedenen Privatzeiten einander zuzuordnen, entspringt dem begreiflichen Bestreben, die Formulierung der Naturgesetze möglichst einfach zu gestalten, und macht außerordentlich schwierige technische Probleme akut, aber, vom Standpunkt der theoretischen Philosophie aus gesehen, stehen der Lösung wenigstens keine grundsätzlichen Schwierigkeiten entgegen.

Die rohe Skizze dieser Lösung, die ich im Vorausgehenden entworfen habe, erhebt nicht den Anspruch, mehr zu sein als ein Versuch und eine Anregung. Was ich mit ihr beabsichtigt habe, war nichts weiter, als eine Methode aufzuzeigen, nach welcher es, wie ich glaube, möglich sein wird, die uns gegebene Sinnenwelt mit ihren Eigenschaften psychologischer Natur mit Hilfe rein logischer Begriffe der mathematischen Behandlung zugänglich zu machen durch Aufstellung von Reihen oder Klassen von Sinnesdaten, die den Atomen, Punkten und Zeitaugenblicken der mathematischen Naturwissenschaft entsprechen. Wenn die Aufstellung solcher logischer Begriffe sich als durchführbar erweist, so ist die mathematische Naturwissenschaft auf die wirkliche Welt anwendbar trotz der Tatsache, daß die Atome, Punkte und Zeitaugenblicke, mit denen sie arbeitet, unter dem wirklich Existierenden nicht anzutreffen sind.

Die Bedeutung und Tragweite, ja selbst das Vorhandensein des Problems, zu dessen Aufhellung unsere Erörterung beitragen sollte, ist bis jetzt so gut wie unbekannt infolge der übertriebenen Spezialisierung,

die auf dem Gebiete der Wissenschaft in der ganzen zivilisierten Welt sich herausgebildet und zu einer verhängnisvollen Entfremdung zwischen den verschiedenen Wissenschaftszweigen geführt hat. Die Vertreter der Naturwissenschaften haben sich in ihrer Unkenntnis und Mißachtung der Philosophie damit begnügt, praktisch mit Atomen, Punkten und Zeitaugenblicken zu arbeiten und mit ironischer Höflichkeit zuzugeben, daß diese Begriffe auf metaphysische Geltung keinen Anspruch erhöben. Die Metaphysiker hingegen standen von jeher unter dem Einfluß des idealistischen Dogmas, nur Geistiges sei wirklich, und der von Parmenides übernommenen Lehre, daß das Wirkliche unveränderlich sei; sie glaubten deshalb, das Ihrige getan zu haben, wenn sie auf die Widersprüche hinwiesen, die nach ihrer Meinung in den Begriffen Materie, Raum und Zeit enthalten sein sollten. Dementsprechend machten sie keinerlei Anstrengung, eine haltbare Theorie der Atome, Punkte und Zeitaugenblicke zu erfinden. Die Psychologen wiederum haben zwar außerordentlich Wertvolles geleistet, indem sie die chaotische Natur der durch die unbearbeitete Sinnesempfindung gelieferten rohen Daten ans Licht brachten, verstanden aber zu wenig von Mathematik und moderner Logik und mußten sich damit bescheiden, zu sagen, Materie, Raum und Zeit seien „logische Konstruktionen", ohne auch nur den Versuch zu machen, im einzelnen zu zeigen, wie denn diese logischen Konstruktionen entstanden seien und worauf ihre offenbare praktische Verwertbarkeit in der Naturwissenschaft beruhe. Es steht zu hoffen, daß wenigstens die Vertreter der Philosophie

bald zu der Erkenntnis kommen, daß ohne einige logische, mathematische und naturwissenschaftliche Kenntnisse für die Lösung derartiger Probleme nichts Ernsthaftes geleistet werden kann. Vorläufig, d. h., solange es an Forschern mit dem notwendigen Rüstzeug mangelt, bleibt dieses so außerordentlich vitale Problem unbekannt und seine Lösung unversucht.

Zwei Forscher gibt es allerdings, die, beide Physiker, etwas, wenn auch nicht allzuviel, für die Erkenntnis der Dringlichkeit von Forschungen in dieser Richtung geleistet haben. Diese beiden Autoren sind Poincaré und Mach, der erstere besonders in seinem Werke „*Wissenschaft und Hypothese*", der letztere vor allem in seiner „*Analyse der Empfindungen*". So bewundernswert ihre Leistung aber auch ist, so scheint mir doch jeder von ihnen unter einer Einseitigkeit zu leiden, die sein ganzes philosophisches Denken beherrscht. Poincaré ist Kantianer, Mach Ultra-Empirist; für Poincaré ist nahezu der gesamte mathematische Teil der Naturwissenschaft rein konventionell, während für Mach die Sinnesempfindung als geistiger Vorgang identisch ist mit ihrem Gegenstande als einem Teil der physischen Welt [1]). Trotz dieser Vorurteile verdienen beide, und speziell Mach, ehrenvoll erwähnt zu werden wegen der ernsthaften Arbeit, die sie unserem Problem gewidmet haben.

Die Definition eines Punktes oder Zeitaugenblicks als einer Klasse von Sinnesqualitäten ist geeignet, zunächst den Eindruck eines ganz willkürlichen Para-

[1]) In diesem Punkt gebe ich ihm jetzt recht (1925).

doxons hervorzurufen. Gegen diesen gefühlsmäßigen ersten Eindruck sprechen aber Erwägungen, die auch später, wenn wir zur Definition der Zahl kommen, wieder von Bedeutung sein werden. Es gibt nämlich eine ganze Klasse von Problemen, die mit Hilfe solcher Definitionen gelöst werden können, obgleich in jedem einzelnen Falle der erste Eindruck der von etwas gänzlich Paradoxem ist. Wenn eine Reihe von Gegenständen gegeben ist, die so beschaffen sind, daß zwischen je zweien von ihnen eine Beziehung von der als „symmetrisch und transitiv" bezeichneten Art besteht, so müssen wir beinahe mit Gewißheit dahin kommen, ihnen allen eine gemeinsame Eigenschaft oder dieselbe Beziehung zu irgendeinem Gegenstande außerhalb der Reihe zuzuschreiben. Dieser Fall ist von genereller Bedeutung, und ich will deshalb versuchen, ihn völlig klarzustellen, selbst auf die Gefahr hin, daß ich zu diesem Zwecke einige frühere Definitionen wiederholen muß.

Eine Beziehung wird als „symmetrisch" bezeichnet, wenn immer, sobald ein Glied diese Beziehung zu einem andern Gliede hat, auch das andere sie zu dem einen besitzt. In diesem Sinne ist „Bruder oder Schwester" eine symmetrische Beziehung, denn, wenn eine Person der Bruder oder die Schwester einer andern ist, so ist auch die andere ein Bruder oder eine Schwester der einen. Auch Gleichzeitigkeit und Gleichheit in bezug auf Größe sind symmetrische Beziehungen. Eine Beziehung ist „transitiv", wenn, sobald ein Glied diese Beziehung zu einem andern hat, und ebenso dieses andere zu einem dritten, dann auch das erste sie zum

dritten hat. Die vorhin erwähnten symmetrischen Beziehungen sind zugleich transitiv, vorausgesetzt allerdings, daß wir in dem Falle „Bruder oder Schwester" zugeben, daß eine Person als ihr eigener Bruder oder ihre eigene Schwester betrachtet werde, und im Falle der Gleichzeitigkeit vollständige Gleichzeitigkeit im Auge haben, d. h. gleichzeitigen Beginn und gleichzeitiges Ende.

Viele Beziehungen sind aber transitiv, ohne zugleich symmetrisch zu sein, z. B. „größer als", „früher als", „rechts von", „älter als", wie überhaupt alle Beziehungen, die Reihen bilden können. Andere Beziehungen wieder sind symmetrisch, ohne zugleich transitiv zu sein, so z. B. Ungleichheit in irgendeiner Hinsicht. Aus der Tatsache, daß A von B und B von C sich durch einen Altersunterschied unterscheiden, folgt nicht, daß auch A und C verschiedenaltrig sein müßten. Auch Gleichzeitigkeit (in bezug auf Vorgänge, die eine endliche Zeitspanne beanspruchen) braucht nicht notwendigerweise transitiv zu sein, wenn wir unter Gleichzeitigkeit nur verstehen, daß die Zeiten beider Vorgänge sich überdecken. Wenn A endet, gleich nachdem B begonnen hat, und B gleich nach dem Beginn von C, so sind A und B in dem erwähnten Sinne gleichzeitig, ebenso B und C, ohne daß auch A und C gleichzeitig sein müßten.

Alle Beziehungen, die sich in ungezwungener Weise als Gleichheit in irgendeiner Hinsicht auffassen lassen, oder als Besitz einer gemeinsamen Eigenschaft, sind transitiv und symmetrisch. Das gilt z. B. von Beziehungen wie etwa „gleiche Höhe, gleiches Gewicht,

oder gleiche Farbe habend". Auf Grund der Tatsache, daß der Besitz einer gemeinsamen Eigenschaft der Grund für das Bestehen einer transitiven, symmetrischen Beziehung ist, kommen wir allmählich zu der Vorstellung, daß überall da, wo eine solche Beziehung besteht, sie die Folge einer gemeinsamen Eigenschaft sein müßte. „Gleich zahlreich seiend" ist eine transitive, symmetrische Beziehung, wie sie zwischen zwei Gruppen von Gegenständen bestehen kann; sie erweckt in uns die Vorstellung, beide besäßen eine gemeinsame Eigenschaft, die wir in diesem Falle als ihre Zahl bezeichnen. „In einem gegebenen Augenblicke existierend" (in dem Sinne, wie wir den Augenblick definiert haben) ist eine transitive, symmetrische Beziehung, darum kommt uns unwillkürlich der Gedanke, es gäbe wirklich einen Augenblick, der allen Dingen, die in ihm existieren, eine gemeinsame Eigenschaft sozusagen verleihen könnte. „Zustand eines gegebenen Dinges seiend" ist eine transitive, symmetrische Beziehung, darum glauben wir, es existiere neben der Reihe von Zuständen tatsächlich noch so etwas wie ein Ding als Grund für die transitive, symmetrische Beziehung. In allen diesen und ähnlichen Fällen erfüllt die Klasse der Glieder, welche die gegebene transitive und symmetrische Beziehung zu einem gegebenen Gliede haben, alle die formalen Forderungen, die an eine gemeinsame Eigenschaft aller Glieder der betreffenden Klassen gestellt werden müssen. Da nun die Existenz der Klasse von Gliedern sicher ist, während anderseits die Möglichkeit besteht, daß die gemeinsame Eigenschaft illusorisch ist, so ist es nur ein Akt

weiser Vorsicht, wenn wir an die Stelle der gemeinhin angenommenen gemeinsamen Eigenschaft die Klasse setzen, um so unnötige Annahmen zu vermeiden. Das ist der Grund, weshalb wir die früher erwähnten Definitionen annehmen mußten, und hierin liegt zugleich auch die Quelle für die anscheinenden Paradoxa. Gibt es *doch* solche gemeinsamen Eigenschaften, wie unser Sprachgebrauch sie annimmt, so ist noch nichts verloren, denn wir leugnen sie ja nicht, sondern machen nur kein Hehl daraus, daß wir von ihrer Existenz nicht überzeugt sind. Gibt es aber keine gemeinsamen Eigenschaften, so hat unsere Methode uns vor folgenschwerem Irrtum bewahrt. In Ermangelung einer positiven Antwort auf diese Frage ist also die von uns angewandte Methode die einzige, die sicher ist und es vermeidet, fiktive metaphysische Wesenheiten einzuführen.

Fünfte Vorlesung

Die Kontinuitätstheorie

Die Kontinuitätstheorie, die den Gegenstand dieser Vorlesung bilden soll, ist in ihrer feineren Ausgestaltung ein Gegenstand der Mathematik — ein außerordentlich schöner, wichtiger und reizvoller Gegenstand, aber streng genommen keiner, der in das Interessengebiet der Philosophie gehörte. Nur die logische Grundlage der fraglichen Theorie ist philosophisch von Interesse, und nur mit ihr haben wir uns darum hier zu beschäftigen. Die Umstände, unter denen dieses eigentlich mathematische Problem doch auch philosophische Bedeutung erlangen kann, sind kurz die folgenden: Raum und Zeit bestehen nach Ansicht der Mathematiker aus Punkten bzw. Zeitaugenblicken (oder wenigstens werden sie demgemäß behandelt), daneben aber besitzen sie noch eine Eigenschaft, die leichter zu erfühlen als zu definieren ist und als Stetigkeit oder Kontinuität bezeichnet wird. Viele Philosophen sind nun der Ansicht, daß diese Eigenschaft von Raum und Zeit zerstört wird, sobald man sie in Punkte bzw. Augenblicke auflöst. Schon Zenon von Elea hat, wie wir später sehen werden, den Beweis erbracht, daß eine Zerlegung in Punkte und Augenblicke unmöglich ist, solange man an der Ansicht festhält, daß die Anzahl der Punkte und Augenblicke in einer endlichen Raum- oder Zeit-

strecke eine endliche Größe sein müsse. Spätere Philosophen glaubten, die Vorstellung einer unendlich großen Zahl sei unvollziehbar und in sich selbst widerspruchsvoll; sie fanden darum in dieser Frage eine Antinomie, denn Raum und Zeit können nach ihrer Meinung nicht aus einer endlichen Zahl von Punkten und Augenblicken bestehen (aus den schon von Zenon angeführten Gründen), sie sollten aber auch nicht aus einer unendlich großen Zahl von Punkten und Augenblicken bestehen können, weil man unendlich große Zahlen für in sich selbst widerspruchsvoll hielt. Daraus würde folgen, daß Raum und Zeit, wenn anders sie überhaupt wirklich sind, nicht als aus Punkten und Augenblicken bestehend betrachtet werden dürfen.

Aber selbst wenn Punkte und Augenblicke nicht als unabhängige Wesenheiten anerkannt werden, wie es in der Theorie geschieht, die ich in der vorigen Vorlesung vor Ihnen vertreten habe, so bleiben doch, wie ich sogleich zu zeigen versuchen werde, die mit dem Begriff der Stetigkeit verknüpften Probleme in praktisch unveränderter Form bestehen. Wir wollen daher für den Anfang die Existenz von Punkten und Augenblicken hypothetisch voraussetzen und die betreffenden Probleme an der Hand dieser, wenn nicht einfacheren, so doch unserem Denken vertrauteren Hypothese einer Betrachtung unterziehen.

Die Einwände gegen die Stetigkeit, soweit sie auf den angeblichen, im Begriff der unendlich großen Zahl liegenden Schwierigkeiten beruhen, sind zwar durch die positive Theorie des Unendlichen, mit der wir uns in der siebenten Vorlesung befassen werden, vollkommen wider-

legt, es bleibt aber trotzdem ein Gefühl bestehen — ähnlich demjenigen, das Zenon zu der Behauptung drängte, der fliegende Pfeil befinde sich tatsächlich in Ruhe — das uns glauben machen möchte, Punkte und Augenblicke, selbst wenn ihre Zahl unendlich groß ist, könnten nur eine sprunghafte Bewegung liefern, eine Abfolge von Ruhezuständen, nicht aber die allmählichen Übergänge, mit denen die sinnliche Wahrnehmung uns vertraut gemacht hat. Dieses Gefühl hat, wie ich glaube, seinen Grund in unserer Unfähigkeit, die Natur stetiger Reihen, wie sie in der Mathematik vorkommen, nicht nur zu verstehen, sondern auch sie uns anschaulich zu machen. Wenn eine neue Theorie logisch begriffen worden ist, so bedarf es oftmals noch langer und unermüdlicher Arbeit, um sie auch zu fühlen. Dazu ist es notwendig, daß man sich intensiv mit ihr beschäftigt und alle irreführenden Vorstellungen, die auf falschen, uns aber vertrauteren Theorien beruhen, eine nach der anderen zum alten Eisen wirft, um so durch Geduld den Grad von Vertrautheit mit der neuen Theorie zu erreichen, der uns im Falle einer fremden Sprache in den Stand setzen würde, in ihr zu denken und zu träumen, nicht nur mit Hilfe von Grammatik und Wörterbuch mühsam einige Sätze zusammenzustoppeln. Auf diesen Mangel an Vertrautheit geht meines Erachtens die von vielen Philosophen gehegte Ansicht zurück, die mathematische Kontinuitätstheorie könne keine genügende Erklärung abgeben für die Stetigkeit, die wir in der Sinnenwelt antreffen.

In der gegenwärtigen Vorlesung will ich nun zunächst versuchen, den philosophisch bedeutsamen Teil der

mathematischen Lehre von der Stetigkeit in Umrissen zu erklären. Die Frage nach ihrer Anwendbarkeit auf den wirklichen Raum und die wirkliche Zeit soll uns dabei noch nicht beschäftigen. Ich sehe für meine Person keinen Grund zu der Annahme, die Punkte und Augenblicke, welche die Mathematik bei der Bearbeitung von Raum und Zeit verwendet, seien tatsächlich im physischen Sinne existierende Wesenheiten, wohl aber glaube ich Grund zu haben zu der anderen Annahme, die Stetigkeit des wirklichen Raumes und der wirklichen Zeit sei der mathematischen Stetigkeit mehr oder weniger analog. Die mathematische Kontinuitätstheorie ist eine abstrakt logische Theorie, deren Geltungswert in keiner Weise abhängig ist von irgendwelchen Eigenschaften des wirklichen Raumes oder der wirklichen Zeit. Was für sie in Anspruch genommen werden muß, ist nur, daß man, sobald man sie verstanden hat, findet, gewisse Merkmale von Raum und Zeit, deren Analyse vorher äußerst schwierig war, böten keinerlei Schwierigkeiten mehr dar. Was wir auf Grund der Erfahrung von Raum und Zeit wissen, genügt nicht, um uns in den Stand zu setzen, zwischen mehreren vom mathematischen Gesichtspunkt aus gleicherweise möglichen Hypothesen eine Entscheidung zu treffen, sondern es zeigt sich, daß alle diese Hypothesen den beobachteten Tatsachen vollkommen adäquat sind. Zunächst wollen wir jedoch Raum und Zeit und die Stetigkeit aller sinnlich wahrnehmbaren Veränderungen noch zurückstellen, um uns später, angetan mit dem Rüstzeug der abstrakten Kontinuitätstheorie, diesen Gegenständen von neuem zuzuwenden.

Stetigkeit kann in der Mathematik nur einer *Reihe* von Gliedern zukommen, d. h. Gliedern, die in einer bestimmten Weise angeordnet sind, derart, daß von je zweien das eine stets vor dem andern kommt. Die nach der Größe geordneten Zahlen, die Punkte, auf einer Linie von links nach rechts, die Zeitaugenblicke vom „früher" zum „später" sind Beispiele von Reihen. Der Begriff der Anordnung, der hier eingeführt wird, ist in der Theorie der Kardinalzahlen entbehrlich. Es ist durchaus möglich, daß man weiß, daß zwei Klassen dieselbe Zahl von Gliedern haben, ohne daß einem bekannt ist, in welcher Anordnung diese sich befinden. Ein Beispiel dafür sind die beiden Klassen „englische Ehemänner" und „englische Ehefrauen": wir sehen wohl, daß die Zahl der Ehemänner die gleiche sein muß, wie die der Ehefrauen, ohne daß wir dazu erst nötig haben, sie in einer Reihe anzuordnen. Die Stetigkeit ist aber wesentlich das Merkmal einer besonderen Anordnung, sie gehört nicht einer Gruppe von Gliedern an sich an, sondern nur einer Gruppe in bestimmter Anordnung. Eine Gruppe von Gliedern, die in einer bestimmten Weise angeordnet werden kann, kann stets auch in anderer Weise angeordnet werden, und eine Gruppe, die in stetiger Weise angeordnet werden kann, kann stets auch auf verschiedene Arten angeordnet werden, die nicht stetig sind. Das Wesen der Stetigkeit darf also nicht in der Natur einer Gruppe von Gliedern an sich gesucht werden, sondern es liegt begründet in der Art ihrer Anordnung zu einer Reihe.

Die Mathematik unterscheidet verschiedene Grade von Stetigkeit und beschränkt die Bezeichnung „stetig"

aus technischen Gründen auf solche Reihen, die einen bestimmten hohen Grad von Stetigkeit besitzen. Aber alles, was vom Standpunkt des Philosophen aus an der Stetigkeit wesentlich ist, findet sich schon im niedrigsten Grad von Stetigkeit, den der Mathematiker als „Dichtigkeit" bezeichnet. Eine Reihe wird „dicht" genannt, wenn keine zwei Glieder unmittelbar aufeinanderfolgen, sondern zwischen je zweien, die man herausnehmen kann, sich stets noch andere befinden. Eines der einfachsten Beispiele für die dichte Reihe ist die Reihe der echten, nach ihrem Größenwert angeordneten Brüche. Zwischen je zweien dieser Brüche, wie nahe sie in ihrem Werte einander auch kommen mögen, gibt es immer noch andere Brüche, die größer als der eine und kleiner als der andere sind; es lassen sich also keine zwei Brüche finden, die unmittelbar aufeinander folgten. Es gibt z. B. keinen Bruch, der als nächster nach ½ käme, denn, wenn wir auch einen Bruch nehmen, der nur ganz wenig größer als ½ ist, etwa $^{51}/_{100}$, so lassen sich doch immer noch andere finden, etwa $^{101}/_{200}$, $^{201}/_{400}$ usw., die ihrem Werte nach noch näher bei ½ liegen. Es gibt also zwischen je zwei Brüchen, wie gering ihr Wertunterschied auch immer sein möge, stets noch eine unendliche Zahl anderer Brüche. Der mathematische Raum und die mathematische Zeit besitzen diese Eigenschaft der Dichtigkeit ebenfalls. Ob auch der wirkliche Raum und die wirkliche Zeit sie besitzen, ist eine andere Frage, deren Beantwortung von der Erfahrung abhängt und die mit vollkommener Gewißheit wahrscheinlich überhaupt nicht beantwortet werden kann.

Solange es sich um abstrakte Gegenstände handelt, wie etwa die echten Brüche, ist die Möglichkeit, daß sie eine dichte Reihe bilden, vielleicht nicht allzu schwer einzusehen. Die Schwierigkeiten, die sich hier ergeben könnten, hängen zusammen mit dem Begriff des Unendlichen, denn in einer dichten Reihe muß die Zahl der Glieder zwischen je zwei gegebenen Gliedern unendlich groß sein. Wenn aber diese Schwierigkeiten einmal gelöst sind, so bietet die Dichtigkeit an sich der Einbildungskraft keine großen Schwierigkeiten mehr. In konkreteren Fällen, wie etwa bei der Bewegung, ist jedoch die Dichtigkeit viel schwerer verträglich mit unseren Denkgewohnheiten. Es scheint daher angebracht, daß wir uns zunächst einmal mit der mathematischen Theorie der Bewegung etwas eingehender befassen, um den Nachweis zu führen, daß diese Theorie logisch sehr wohl möglich ist. Die mathematische Theorie der Bewegung ist vielleicht keine vollkommen genaue Beschreibung alles dessen, was in der physischen Welt tatsächlich vor sich geht, sondern vielmehr eine künstliche Vereinfachung dieser komplizierten Vorgänge; trotzdem muß es möglich sein, alles, was sich tatsächlich ereignet, mit Hilfe bestimmter logischer Operationen in die mathematische Theorie einzubeziehen, wobei der Versuch einer Analyse auf genau die gleichen Probleme stößt, die (wenn auch in einfacherer Form) schon bei der Aufstellung der Bewegungstheorie brennend wurden. Wir wollen darum die Frage, inwieweit diese letztere den Vorgängen in der physischen Welt wirklich entspricht, noch zurückstellen, um vorerst einmal den Wert, der ihr als einem formalen Ausdruck

für die Natur der Bewegung zukommt, durch eine genauere Untersuchung ihrer logischen Struktur festzustellen.

Um unser Problem so weit als möglich zu vereinfachen, wollen wir uns ein winzig kleines Lichtpünktchen vorstellen, das sich auf einer Skala entlang bewegt. Was meinen wir damit, wenn wir sagen, diese Bewegung sei stetig? Für unsere Zwecke ist es nicht notwendig, alles das in Betracht zu ziehen, was der Mathematiker mit dieser Feststellung ausdrücken will, denn nur ein Teil davon ist, wie gesagt, philosophisch von Wichtigkeit. Dieser philosophisch bedeutsame Teil dessen, was der Mathematiker meint, besagt, daß es zwischen je zwei Stellen, die das Lichtpünktchen in zwei verschiedenen Augenblicken einnimmt, immer noch andere Stellen gibt, die es in dazwischenliegenden Augenblicken einnimmt. Wie nahe beieinander wir die beiden Stellen auch nehmen mögen, das Lichtpünktchen wird niemals plötzlich von der einen auf die andere überspringen, sondern durch eine unendlich große Zahl dazwischenliegender Stellen hindurchgehen. Jede noch so kleine Entfernung wird also durchmessen, indem alle die unendlich vielen Stellen zwischen den beiden Enden der Entfernung passiert werden.

Auf Grund unserer gewohnten Vorstellungsweise liegt es nun hier sehr nahe, daß wir die Stetigkeit der Bewegung dadurch beschreiben, daß wir sagen, das Lichtpünktchen bewege sich stets von der in einem bestimmten Augenblick eingenommenen Stelle zu der *nächsten*, im *nächsten* Augenblick eingenommenen Stelle. Sobald wir dies aber sagen oder uns vorstellen, sind

wir schon einem Irrtum verfallen, denn es gibt keinen *nächsten* Punkt oder *nächsten* Augenblick. Wenn es so etwas gäbe, so wären die Paradoxien des Zenon in der einen oder anderen Form unvermeidlich, wie aus den in der nächsten Vorlesung zu machenden Ausführungen klar hervorgehen wird. Eine der einfachsten dieser Paradoxien mag uns hier als Beispiel dienen, um anschaulich zu machen, was ich meine. Wenn unser Lichtpünktchen sich während einer bestimmten Zeit entlang der Skala ununterbrochen in Bewegung befindet, so kann es in zwei aufeinanderfolgenden Augenblicken nicht an einem und demselben Punkte sein; es kann aber auch nicht vom einen Augenblick bis zum nächsten sich weiter bewegen als von einem gegebenen Punkte bis zum folgenden, denn, wenn es das täte, so würde es keinen Augenblick geben, in welchem es an den Stellen wäre, die zwischen der im ersten und der im nächsten Augenblick eingenommenen Stelle liegen; wir waren uns aber einig darüber, daß die Stetigkeit der Bewegung die Möglichkeit solcher plötzlichen Sprünge ausschließt. Es folgt daraus, daß unser Lichtpünktchen, solange es in Bewegung ist, von einem Punkte, den es in einem gegebenen Augenblick einnimmt, zum nächsten Punkte, den es im nächsten Augenblicke einnimmt, übergehen muß. Auf diese Weise gibt es nur eine einzige, ganz bestimmte Geschwindigkeit, mit der *alle* Bewegungen stattfinden müssen; keine Bewegung kann schneller, keine kann langsamer sein als diese. Da diese Schlußfolgerung aber offenbar falsch ist, so müssen wir auch die Hypothese, aus der sie sich ergibt, ablehnen. Es kann also

keine unmittelbar aufeinanderfolgenden Punkte und Augenblicke geben[1]) und die Stetigkeit der Bewegung kann nicht darin bestehen, daß ein Körper in *aufeinanderfolgenden* Zeitpunkten *aufeinanderfolgende* Stellen im Raume einnimmt.

Die Schwierigkeit, welche für unsere Einbildungskraft hier vorliegt, besteht meines Erachtens hauptsächlich darin, die Vorstellung unendlich kleiner Raum- und Zeitstrecken fernzuhalten. Angenommen, wir halbieren eine gegebene Entfernung, halbieren dann wieder die eine Hälfte usw., so können wir diesen Prozeß fortsetzen, solange es uns gefällt, und je länger wir halbieren, um so kleiner wird die sich dabei ergebende Entfernung. Aus dieser unendlichen Teilbarkeit scheint auf den ersten Blick zu folgen, daß es unendlich kleine Entfernungen geben müßte, d. h. Entfernungen, die so klein sind, daß irgend ein endlicher Bruchteil eines Zolles noch größer sein würde. Das ist jedoch ein Irrtum. Die fortgesetzte Zweiteilung der gegebenen Entfernung ergibt zwar fortgesetzt kleinere Entfernungen, aber sie ergibt trotzdem immer nur Entfernungen von endlicher Größe. Wenn die gegebene Entfernung einen Zoll betrug, so kommen wir nacheinander auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ Zoll usw., aber jedes Glied in dieser unendlichen Reihe von immer kleiner werdenden Entfernungen ist eine endliche Größe. „Aber", so höre ich jemanden einwerfen, „am Ende wird die Entfernung doch unendlich klein werden." Nein, antworte ich darauf, denn

[1]) Dieses Paradoxon ist im wesentlichen dasselbe wie das als die vierte von Zenons Aporien bekannte, mit dem wir uns in der nächsten Vorlesung befassen werden.

es gibt kein Ende. Der Vorgang der Zweiteilung kann theoretisch immer weiter fortgesetzt werden, ohne daß jemals ein letztes Glied erreicht würde. Diese theoretische Möglichkeit einer ins Unendliche fortgesetzten Teilung einer gegebenen Entfernung, die allerdings zugegeben werden muß, schließt aber nicht die Folgerung in sich, daß es Entfernungen geben müsse, welche so klein sind, daß jede endliche Entfernung größer sein würde.

Bei der Beschäftigung mit dieser Frage liegt es nahe, einen elementaren logischen Fehler zu begehen. Zu jeder gegebenen Entfernung können wir eine Entfernung finden, die kleiner ist. Diese Tatsache kann durch den doppelsinnigen Satz ausgedrückt werden: „Es gibt eine Entfernung, die kleiner ist als irgendeine Entfernung von endlicher Größe." Wenn dieser Satz aber aufgefaßt wird, als besagte er, „es gibt eine Entfernung von der Art, daß, welche endliche Entfernung wir zum Vergleiche auch wählen mögen, die fragliche Entfernung trotzdem kleiner ist", so ist er durchaus falsch. Die Sprache ist schlecht geeignet, derart differenzierte Dinge in adäquater Weise zum Ausdruck zu bringen, und von den Philosophen, die sich ihrer in Ermangelung von etwas Besserem ja auch bedienen müssen, sind durch die Unzulänglichkeit dieses Ausdrucksmittels viele zu folgenschweren Irrtümern verführt worden.

Im Falle einer stetigen Bewegung können wir also sagen, daß der in Bewegung befindliche Körper in jedem Augenblicke eine bestimmte Stelle einnimmt, während er sich in anderen Augenblicken an anderen Stellen befindet. Der Zwischenraum zwischen je zwei Augen-

blicken und je zwei vom Körper eingenommenen Stellen ist stets eine endliche Größe, aber die Stetigkeit der Bewegung kommt zum Ausdruck in der Tatsache, daß es, wie nahe beieinander wir die beiden Augenblicke bzw. Stellen auch nehmen mögen, eine unendlich große Zahl von noch näher beieinander liegenden Stellen im Raume gibt, an denen der Körper sich in Augenblicken befindet, die ebenfalls noch näher beieinander liegen. Der in Bewegung befindliche Körper springt niemals von einer Stelle auf die andere über, sondern er bewegt sich stets in allmählichem Übergange durch eine unendlich große Zahl dazwischenliegender Stellen hindurch. In einem gegebenen Augenblicke ist er allerdings, wo er ist, wie der Pfeil des Zenon[1]); es wäre aber falsch, zu sagen, er befinde sich in diesem Augenblick in Ruhe, denn ein Augenblick währt keine endliche Zeit und besitzt nicht Anfang und Ende mit einem Zwischenraum zwischen beiden. Ruhe bedeutet aber das Einnehmen derselben Stelle während aller Augenblicke, die eine bestimmte Zeitperiode von endlicher Größe (sei sie auch noch so klein) ausmachen. Sie besteht also nicht einfach darin, daß ein Körper in einem gegebenen Augenblick ist, wo er ist. Diese ganze Theorie hängt offenbar eng zusammen mit der Natur der dichten Reihe und verlangt, um völlig verstanden zu werden, daß zuvor dieses Gebilde unserer Phantasie genau so vertraut geworden ist, wie dem logischen Denken.

In der Sprache der Mathematik kommen die notwendigen Eigenschaften der Bewegung voll zum Ausdruck

[1]) Vgl. die nächste Vorlesung.

in dem Satze: Die Stelle, die ein in Bewegung befindlicher Körper in seiner Bahn einnimmt, ist eine stetige Funktion der Zeit. Um genau festzustellen, was dies bedeutet, verfahren wir wie folgt. Denken wir uns ein Atom, das in dem Augenblick t sich in dem Punkte P befindet. Nehmen wir nun irgendeine kleine Strecke $P_1 P_2$ auf dem Wege des Atoms an und zwar so, daß diese Strecke den Punkt P in sich enthält. Wenn

die Bewegung des Atoms im Augenblicke t stetig ist, so muß es möglich sein, zwei Augenblicke t_1 und t_2 zu finden, von denen der erstere früher, der letztere später ist als t und die so gelegen sind, daß während der ganzen Zeit, die zwischen t_1 und t_2 liegt (beide eingeschlossen), das Atom sich zwischen P_1 und P_2 befindet. Dies muß auch noch der Fall sein, wenn wir die Strecke $P_1 P_2$ so klein wählen, wie wir wollen. Unter solchen Umständen pflegt der Mathematiker zu sagen, die Bewegung des Atoms sei im Augenblicke t stetig. Ist die Bewegung in allen ihren Augenblicken stetig, so sagt er, die Bewegung im ganzen sei stetig. Es liegt auf der Hand, daß in dem Falle, daß unser Atom von P plötzlich auf Q überspringen würde, unsere Definition für alle die Strecken $P_1 P_2$ keine Geltung haben würde, die zu klein wären, um Q in sich einzuschließen. Unsere Definition der Stetigkeit der Bewegung zeichnet sich also dadurch aus, daß sie zwar Punkte und Augenblicke voraussetzt, unendlich kleine Raum- und Zeitstrecken aber leugnet.

Die Vertreter der Philosophie, die in ihrer Mehrzahl

die mathematische Bewegungstheorie nicht kennen, haben sich auf andere, meist kühnere Weise mit den Schwierigkeiten abgefunden, welche die Stetigkeit der Bewegung auf den ersten Blick darzubieten scheint. Ein typisches, der neueren Zeit angehöriges Beispiel für diese philosophischen Theorien der Bewegung ist die von Bergson aufgestellte, mit der ich mich an anderer Stelle kritisch auseinandergesetzt habe[1]).

Neben den vom Verstand gelieferten Einwänden gibt es aber auch eine Anzahl von Gründen mehr gefühlsmäßiger als logischer Natur, welche einer Annahme der mathematischen Bewegungstheorie entgegenstehen. Da ist vor allem die Tatsache, daß wir bei einem Körper, der sich nur einigermaßen schnell bewegt, die Bewegung gerade so gut *sehen* wie etwa seine Farbe. Von einer langsamen Bewegung, wie etwa der des Stundenzeigers an der Uhr, erfahren wir allerdings nur durch Anwendung der Methode, welche die Mathematiker uns empfehlen, nämlich indem wir eine nach einiger Zeit eingetretene Veränderung seiner Stellung beobachten; verfolgen wir aber die Bewegung des Sekundenzeigers, so sehen wir ihn keineswegs nur erst in einer und dann in einer andern Stellung, sondern wir sehen etwas in der Wahrnehmung genau so unmittelbar Gegebenes, wie etwa eine bestimmte Farbe. Worin besteht nun eigentlich dieses Etwas, das wir wahrnehmen und das wir als sichtbare Bewegung bezeichnen? Worin auch immer es bestehen mag, es besteht jedenfalls nicht in dem sukzessiven Einnehmen aufeinanderfolgender Stellungen,

[1]) Vgl. *Monist*, Juli 1912, pp. 337—341.

und wir brauchen etwas über die mathematische Theorie der Bewegung Hinausgehendes, um eine Erklärung dafür zu finden. Die Gegner der mathematischen Theorie heben diese Tatsache nachdrücklichst hervor. „Ihre Theorie", so sagen sie, „mag ja in logischer Hinsicht außerordentlich vollkommen sein und auf irgendeine andere Welt vorzüglich passen, aber auf die Bewegungen, die sich in unserer wirklichen Welt abspielen, paßt Ihre Theorie ganz und gar nicht, und um sie wirklich zu erklären, brauchen wir eine von der Ihrigen ganz verschiedene Theorie."

Ich hege gewiß nicht die Absicht, die Gewichtigkeit dieses Einwandes irgendwie herabzusetzen, nur glaube ich, daß ihm völlig Genüge getan werden könnte, ohne daß wir unseren philosophischen Ort und die Methoden aufzugeben brauchten, die uns zur Aufstellung der mathematischen Theorie der Bewegung geführt haben. Ehe ich aber den Nachweis für diese Behauptung antrete, wollen wir erst noch versuchen, uns vollkommen klar zu werden über das, was die Gegner mit ihrem Einwand meinen.

Wenn die mathematische Theorie zutreffend ist, so geschieht bei der Bewegung eines Körpers nichts, als daß er zu verschiedenen Zeiten sich an verschiedenen Stellen befindet. Aber in diesem Sinne sind der Stundenzeiger wie der Sekundenzeiger einer Uhr gleicherweise in Bewegung, und doch ist an der Bewegung des Sekundenzeigers etwas wahrnehmbar, was in der des Stundenzeigers nicht vorhanden ist. Wir können nämlich in jedem Augenblick sehen, daß der Sekundenzeiger tatsächlich in Bewegung ist. Das ist etwas ganz

anderes, als wenn ich nur sage, daß er im einen Augenblick an der einen und im andern Augenblick an der andern Stelle ist. Diese Tatsache scheint zu bedeuten, daß wir den Zeiger gleichzeitig an mehreren Stellen sehen und fernerhin, daß wir sehen: er ist an einigen dieser Stellen früher als an anderen. Wenn ich beispielsweise meine Hand schnell von links nach rechts bewege, so scheinen Sie die ganze Bewegung gleichzeitig zu sehen, trotzdem Sie wissen, daß sie links beginnt und rechts aufhört. Dieser Umstand ist es, so glaube ich, der Bergson und viele andere veranlaßt, eine Bewegung als ein in Wahrheit unteilbares Ganzes zu betrachten und nicht als eine Reihe von getrennten Zuständen, wie der Mathematiker sie sich vorstellt.

Auf diesen Einwand sind drei verschiedene, untereinander sich ergänzende Entgegnungen möglich. Von ihnen ist eine physiologischer, eine psychologischer und eine logischer Natur. Wir wollen sie nacheinander betrachten.

1. Die physiologische Antwort bringt zum Ausdruck, daß die physische Welt sehr wohl der Beschreibung der Mathematik entsprechen und trotzdem ihre sinnliche Erscheinungsform die uns allen bekannte sein kann. Die Absicht, von welcher diese Antwort diktiert ist, besteht also nur darin, zu zeigen, daß die mathematische Theorie auf die physische Welt anwendbar ist; es soll weder bewiesen werden, daß diese Theorie die einzig mögliche sei, noch daß eine psychologische Theorie ihr analog sein müßte.

Wenn irgendein Nerv gereizt wird, so daß eine Empfindung entsteht, so hört mit dem Ende des Reizes

nicht auch die Empfindung augenblicklich auf, sondern sie braucht, um abzuklingen, noch eine kurze Zeitspanne von endlicher Größe. Ein Blitzstrahl, so kurz er auch für unser Auge schon ist, ist noch kürzer als ein physisches Phänomen; wir sehen ihn noch während einiger Augenblicke, nachdem schon die Lichtstrahlen aufgehört haben, auf unser Auge einen Reiz auszuüben. Infolgedessen sehen wir bei der Bewegung eines Körpers, wenn sie nur schnell genug stattfindet, in einem einzigen Augenblick den in Bewegung befindlichen Körper tatsächlich in einem endlichen Teile seiner Bahn und nicht nur genau an der Stelle, wo er sich in dem betreffenden Augenblick gerade befindet. Im Abklingen befindliche Empfindungen werden aber allmählich schwächer, darum ist die Empfindung, die von einem soeben beendeten Reiz herrührt, nicht genau gleich der Empfindung, die von einem noch gegenwärtigen Reiz verursacht wird. Daraus folgt, daß wir beim Anblick einer schnellen Bewegung nicht nur den Körper an mehreren Stellen gleichzeitig, sondern ihn auch an verschiedenen Stellen mit verschiedener Lebhaftigkeit und Schärfe sehen: in der gegenwärtigen Stellung ist der Gesichtsausdruck des Körpers außerordentlich lebhaft, in anderen ist er blasser und blasser, bis zum Übergang in das unmittelbare Gedächtnisbild. Dieser Tatbestand macht es erklärlich, daß die Bewegung als solche tatsächlich unmittelbar wahrgenommen werden kann. Eine Bewegung wird wahrgenommen, nicht nur auf logischem Wege erschlossen, wenn sie so schnell vor sich geht, daß mehrere Stellungen des Körpers gleichzeitig wahrgenommen werden; ihre frü-

heren und späteren Teile unterscheiden sich dabei durch die größere oder geringere Lebhaftigkeit der Gesichtsempfindung.

Diese Antwort zeigt, daß unsere Wahrnehmung der Bewegung physiologisch erklärt werden kann. Die Physiologie spricht aber unbekümmert von Reizen, Sinnesorganen und einer vom unmittelbaren Wahrnehmungsgegenstand verschiedenen physischen Bewegung, und setzt somit die Richtigkeit der Naturwissenschaft voraus; es ist also nur bewiesen, daß die physiologische Erklärung möglich, aber nicht, daß sie *notwendig* ist. Wir gehen darum anschließend zu der psychologischen Antwort über.

2. Die psychologische Antwort ist ein Teil einer umfassenden Theorie, die noch nicht vollständig ausgearbeitet ist und augenblicklich nur erst in Umrissen angedeutet werden kann. Wir haben uns mit dieser Theorie schon in der dritten und vierten Vorlesung beschäftigt, und an dieser Stelle muß ich mich deshalb damit begnügen, noch einiges über ihre Anwendung auf das vorliegende Problem zu sagen. Die Welt der Naturwissenschaft, welche in der physiologischen Antwort vorausgesetzt wurde, ist allem Anschein nach aus dem, was uns in der Empfindung gegeben ist, auf logischem Wege erschlossen; trotzdem finden wir, sobald wir dieses in der Empfindung Gegebene genauer betrachten, daß es offenbar von der Welt der Naturwissenschaft sehr verschieden ist. Es drängt sich uns also gebieterisch die Frage auf: ist der Schluß vom sinnlich Gegebenen auf die Begriffe, mit denen die Naturwissenschaft arbeitet, logisch gerechtfertigt? Ich

glaube, daß diese Frage im bejahenden Sinne beantwortet werden kann und zwar aus Gründen, die ich in den beiden vorausgehenden Vorlesungen schon angedeutet habe, aber ich glaube auch, daß die Antwort ziemlich langatmig und schwierig ausfallen muß. Ihre Aufgabe wird es sein, zu zeigen, daß es — obwohl die Atome, Punkte und Zeitaugenblicke, mit denen die Naturwissenschaft arbeitet, nicht selbst durch die Erfahrung gegeben und höchstwahrscheinlich auch keine wirklich existierenden Dinge sind — trotzdem möglich ist, aus dem durch die Empfindung gelieferten Rohmaterial logische Begriffe zu konstruieren, welche die Eigenschaften besitzen, die die Naturwissenschaft ihren Atomen, Punkten und Augenblicken zuschreibt. Wenn dieser Nachweis geliefert ist, dann können alle Lehrsätze der Naturwissenschaft übersetzt werden in Sätze über die in der Empfindung gegebenen Gegenstände.

Wenden wir diese allgemeinen Betrachtungen auf die Bewegung an, so finden wir, daß es auch innerhalb der Sphäre der rohen Sinnesdaten notwendig ist oder doch jedenfalls besser den Tatsachen entspricht als irgendeine gleich einfache Annahme, wenn man momentane Zustände von Gegenständen annimmt und diese so betrachtet, als ob sie eine dichte Reihe bildeten. Stellen wir uns einmal einen Körper vor, der sich bewegt und zwar so schnell, daß seine Bewegung unmittelbar wahrgenommen werden kann, und der zugleich solange in Bewegung bleibt, daß seine Bewegung nicht in einer einzigen Empfindung enthalten sein kann. In diesem Falle ist, trotz der Tatsache, daß wir in jedem Augenblick eine endliche Teilstrecke der Bewegungs-

bahn sehen, die in einem bestimmten Augenblick wahrgenommene Strecke verschieden von derjenigen, die wir in einem andern Augenblick wahrnehmen. So kommen wir zuletzt auf die Vorstellung einer Reihe von Momentbildern des in Bewegung befindlichen Körpers, und diese Reihe ist dicht in demselben Sinne wie die Punktreihe, mit der die Naturwissenschaft arbeitet. Die Glieder der Reihe erscheinen zwar verschieden, der mathematische Charakter der Reihe ist aber tatsächlich unverändert, und die mathematische Theorie der Bewegung kann in ihrer ganzen Ausdehnung wörtlich auf sie angewendet werden.

Wenn wir die tatsächlich gegebenen Sinnesdaten in diesem Zusammenhang betrachten, so ist es unerläßlich, daß wir uns dabei über eine Grundtatsache der Psychophysik klar sind. Ich meine die Tatsache, daß zwei Sinnesdaten, zwischen denen wir keinen Unterschied wahrnehmen können, in Wirklichkeit doch voneinander verschieden sein können. Auf einen zwar nicht neuen, aber beweiskräftigen Grund für die Notwendigkeit dieser Annahme hat schon Poincaré mit Nachdruck hingewiesen[1]). In allen Fällen, wo es sich um Sinnesdaten handelt, die sich allmählich verändern können, läßt sich ein Sinnesdatum finden, das von einem andern nicht zu unterscheiden ist, ebensowenig wie dieses andere von einem dritten, während doch das erste und das dritte ganz leicht voneinander zu unterscheiden sind. Man stelle sich z. B. vor, daß eine Person bei geschlossenen Augen ein Gewicht in der Hand trägt,

[1]) „Le continu mathématique", *Revue de Métaphysique et de Morale,* Bd. I, p. 29.

und daß jemand geräuschlos ein weiteres kleines Gewicht hinzufügt. Wenn dieses hinzugefügte Gewicht klein genug ist, so wird sich in der Empfindung kein Unterschied bemerkbar machen. Es ist möglich, danach ein weiteres kleines Gewicht hinzuzufügen, ohne daß die Versuchsperson etwas davon merkt; hätte man aber beide Gewichte gleichzeitig hinzugefügt, so hätte sehr wohl der Fall eintreten können, daß die Gewichtsveränderung sofort wahrgenommen worden wäre. Dasselbe gilt auch von abgestuften Farbtönen. Es würde keinerlei Schwierigkeit bieten, drei Farbtöne von solcher Ähnlichkeit zu finden, daß weder zwischen dem ersten und zweiten, noch zwischen dem zweiten und dritten ein Unterschied wahrnehmbar wäre, während doch der erste und dritte leicht zu unterscheiden wären. In diesem Falle kann der zweite Farbton nicht gleich dem ersten sein (sonst müßte man ihn vom dritten unterscheiden können), noch kann er gleich dem dritten sein, weil er dann vom ersten zu unterscheiden sein müßte. Er muß also, obgleich er von keinem der beiden andern zu unterscheiden ist, doch tatsächlich einen Mittelwert zwischen beiden verkörpern.

Aus solchen und ähnlichen Beobachtungen folgt, daß trotz der Tatsache, daß wir Sinnesdaten nur voneinander unterscheiden können, wenn sie um einen bestimmten Minimalwert verschieden sind, wir genügenden Grund haben zu der Annahme, die Sinnesdaten einer bestimmten Art, wie etwa alle Gewichte oder alle Farben, bildeten unter sich tatsächlich eine dichte Reihe. Die Einwände, die vom psychologischen Standpunkt aus gegen die mathematische Theorie erhoben werden

könnten, richten sich daher gar nicht gegen diese Theorie selbst, sondern nur gegen die ganz unnötige Annahme, der momentane Wahrnehmungsgegenstand müsse von einfacher Natur sein. Von diesem momentanen Wahrnehmungsgegenstand könnte man im Falle einer sichtbaren Bewegung zwar sagen, er sei in jedem Augenblicke an allen den Stellen, an denen er in dem betreffenden Augenblick wahrgenommen wird; die Gesamtheit dieser Stellen ist aber in jedem Augenblick eine andere und kann mathematisch in genau derselben Weise behandelt werden, als ob sie ein bloßer Punkt wäre. Wenn wir von einer mathematischen Erklärung für bestimmte Naturerscheinungen sagen, sie sei richtig, so wollen wir damit zunächst weiter nichts behaupten, als daß etwas, das in der Sprache des unbearbeiteten Erscheinungsmaterials definiert werden kann, den mathematischen Formeln Genüge tut, und in diesem Sinne ist die mathematische Theorie der Bewegung auf die Sinnesdaten ebensogut anwendbar, wie auf die hypothetischen Atome der theoretischen Physik.

Bei der Frage nach der Anwendbarkeit des mathematischen Kontinuums auf die Tatsachen der Sinneswahrnehmung liegt eine Verwechslung verschiedener Teilprobleme nahe. Wir wollen daher, um uns ganz eindeutig auszudrücken, alles, was problematisch ist, in getrennten Fragen formulieren und beginnen dabei mit der Frage von größter Allgemeinheit:

a) Sind Reihen, welche die Eigenschaft mathematischer Stetigkeit besitzen, logisch möglich?

b) Ihre logische Möglichkeit vorausgesetzt, ist es nicht unmöglich, sie auf wirkliche Sinnesdaten

anzuwenden, weil es unter diesen letzteren keine solchen selbständigen, voneinander getrennten Glieder gibt wie etwa in der Reihe der echten Brüche?

c) Wird durch die Annahme von Punkten und Augenblicken nicht die ganze mathematische Theorie fiktiv?

d) Haben wir — vorausgesetzt, alle vorausgehenden Einwände seien zu widerlegen — genügenden Grund zu der Annahme, die Sinnenwelt sei stetig?

Auf diese Fragen wollen wir nun der Reihe nach näher eingehen.

a) Die Frage nach der logischen Möglichkeit des mathematischen Kontinuums wird teils erhoben auf Grund der elementaren Mißverständnisse, mit denen wir uns am Anfang dieser Vorlesung beschäftigt haben, teils auf Grund von Zweifeln an der Möglichkeit des mathematischen Unendlich, mit dem wir uns in den nächsten beiden Vorlesungen befassen werden, teils aber auch auf Grund von Bedenken gegen die logische Formulierung meiner Entgegnung auf den von Bergson gemachten Einwand, die ich soeben erst erwähnt habe. Ich kann daher an dieser Stelle auf nähere Ausführungen über diesen Punkt verzichten, zumal es mir wünschenswert erscheint, zunächst die psychologische Antwort zu Ende zu führen.

b) Die Frage, ob Sinnesdaten aus selbständigen, voneinander getrennten Einheiten zusammengesetzt sind, kann auf Grund von Erfahrungstatsachen nicht entschieden werden. Es wird zwar häufig behauptet, die unmittelbare Erfahrung zeige einen immerwähren-

den Fluß der Empfindungen ohne jeden Einschnitt, und dieser Strom des Erlebens werde gröblich gefälscht durch die künstlichen Einschnitte, die wir nachträglich trotzdem machen. Ich will gewiß nicht behaupten, daß diese Ansicht mit der unmittelbaren Erfahrung nicht vereinbar sei, aber ich möchte doch darauf hinweisen, daß es grundsätzlich unmöglich ist, sie aus der Natur der unmittelbaren Erfahrung heraus zu *beweisen*. Wie wir bereits gesehen haben, muß es zwischen Sinnesdaten Unterschiede geben, die zu geringfügig sind, um wahrnehmbar zu sein. Die Tatsache, daß bestimmte Sinnesdaten unmittelbar gegeben sind, bedeutet noch nicht, daß auch der Unterschied zwischen beiden unmittelbar gegeben sein *müßte* (obgleich er natürlich gegeben sein *kann*). Stellen wir uns z. B. eine farbige Fläche vor, deren Färbung nicht gleichmäßig ist, sondern sich allmählich verändert, und zwar so allmählich, daß der Unterschied der Farbtöne zweier ganz dicht benachbarter Stellen nicht wahrnehmbar ist, während der Unterschied zwischen weiter entfernten Stellen sehr wohl wahrgenommen werden kann. Der in einem solchen Falle hervorgebrachte Eindruck wird der einer wechselseitigen Durchdringung sein, eines Überganges, der bei diskreten Dingen nicht anzutreffen ist. Da es nun naheliegt, anzunehmen, daß die Farbtöne in ihrer Eigenschaft als unmittelbar gegebene Daten auch verschieden *erscheinen* müßten, wenn sie verschieden *sind*, so erscheint auch die weitere Annahme naheliegend, daß hier tatsächlich ein Fall von wechselseitiger Durchdringung vorliege. Diese Folgerung ist aber trotzdem falsch, denn man macht unbewußt dabei, als Prämisse

für eine reductio ad absurdum der analytischen Ansicht, die Annahme, wenn A und B unmittelbar gegebene Daten und ferner A und B verschieden sind, dann müßte auch die Tatsache ihrer Verschiedenheit ein unmittelbares Datum sein. Es ist nicht leicht zu sagen, wie diese Annahme entstanden ist, ich glaube aber, sie hängt irgendwie mit der Verwechslung von „Kenntnis" und „Wissen" zusammen. Kenntnis eines Gegenstandes, die wir auf Grund sinnlicher Erfahrung erwerben, schließt (wenigstens theoretisch) nicht das geringste Wissen von ihm ein, d. h. keinerlei Wissen von irgendeinem Satze über den Gegenstand, der uns auf Grund der Sinneserfahrung bekannt ist. Es ist ein Irrtum, zu glauben, es gäbe verschiedene Grade von Kenntnis, es gibt in Wahrheit nur ein Kennen und ein Nicht-Kennen. Wenn wir sagen, wir würden mit etwas besser bekannt (z. B. mit einer Person), so müssen wir damit unser Bekanntwerden mit weiteren Teilen eines Ganzen im Auge haben, denn die Kenntnis eines jeden Teiles ist entweder vollständig oder überhaupt nicht vorhanden. Darum ist es auch falsch, zu sagen, wenn wir einen Gegenstand bis ins Letzte kennen würden, so wüßten wir alles, was von ihm zu wissen ist. Das Wissen bezieht sich auf Urteile und ist nicht notwendig schon in der Kenntnis der einzelnen Glieder dieser Urteilssätze enthalten. Wenn wir wissen, daß zwei Farbtöne verschieden sind, so ist das ein Wissen von ihnen; meine bloße Bekanntheit mit ihnen, die Kenntnis, die ich von ihnen habe, braucht also nicht notwendig mit dem Wissen verbunden zu sein, daß sie verschieden sind.

Daraus folgt, daß es nicht möglich ist, aus der Natur der Sinnendaten heraus die Ansicht zu beweisen, sie seien nicht aus diskreten Elementen zusammengesetzt. Es mag auf der anderen Seite zugegeben werden, daß auch nichts in ihrem empirischen Charakter etwa das Gegenteil beweist. Die gegenteilige Ansicht, die besagt, die Sinnesdaten bestünden aus diskreten Elementen, kann nur aus logischen, nicht aber aus empirischen Gründen vertreten werden. Ich für meine Person bin allerdings der Ansicht, daß die logischen Gründe für diese Ansicht beweiskräftig sind. Sie beruhen letzten Endes auf der Unmöglichkeit, das Zusammengesetzte ohne die Annahme einzelner Teile zu erklären. Es ist über allen Zweifel erhaben, daß unser Gesichtsfeld z. B. zusammengesetzter Natur ist; und soweit ich sehen kann, sind alle Theorien, welche diese zusammengesetzte Natur zwar zugeben, aber zu leugnen versuchen, daß sie von einer Kombination diskreter Elemente herrührt, in sich selbst widerspruchsvoll. Ich kann aber diesen Gegenstand hier nicht weiter verfolgen, da wir uns damit allzu weit von unserem Thema entfernen würden.

c) Man kann gelegentlich die Meinung vertreten hören, die mathematische Theorie der Bewegung sei fiktiv infolge der in ihr enthaltenen Annahme von Punkten und Augenblicken. Hierbei sind aber zwei verschiedene Fragen streng auseinanderzuhalten. Die erste Frage ist, ob Raum und Zeit als absolut oder als relativ anzusehen sind, die zweite, ob das, was Raum und Zeit erfüllt, letzten Endes aus Elementen zusammengesetzt sein muß, die keinerlei räumliche Ausdehnung bzw. zeitliche Dauer besitzen. Jede dieser

beiden Fragen kann wiederum zwei Formen annehmen, nämlich: α) Ist die betr. Hypothese mit den Tatsachen und der Logik vereinbar? und β) ergibt sie sich mit Notwendigkeit aus den Tatsachen und der Logik? Nach meiner Meinung ist, um dies vorwegzunehmen, die erste Form einer jeden der beiden Fragen mit ja, die zweite Form dagegen mit nein zu beantworten. Auf jeden Fall aber ist die mathematische Definition der Bewegung nicht fiktiv, wenn nur die Ausdrücke „Punkt" und „Augenblick" richtig interpretiert werden. Einige Worte über jede der einzelnen Fragen werden dies zur Genüge klar machen.

Der Form nach huldigt die ältere Mathematik der absoluten Theorie von Raum und Zeit, d. h. sie nimmt an, neben den Dingen in Raum und Zeit gäbe es noch besondere Wesenheiten, welche ihrerseits von den Dingen eingenommen werden, eben unsere „Punkte" und „Augenblicke". Diese Theorie, obgleich sie von keinem Geringeren als Newton vertreten wurde, wurde aber von den Mathematikern lange Zeit als eine bloße konventionelle Fiktion angesprochen. Soviel ich sehen kann, war vor Einstein weder für noch gegen diese Theorie irgendwelches Beweismaterial zu finden. Sie war logisch möglich und mit den Tatsachen gut vereinbar.

Die Tatsachen sind aber ebensogut vereinbar mit der entgegengesetzten Theorie, welche die Existenz räumlicher und zeitlicher Wesenheiten neben den räumliche und zeitliche Beziehungen besitzenden Dingen ablehnt. Darum werden wir guttun, in Befolgung des Ockhamschen Grundsatzes die Existenz von Punkten und Augenblicken weder anzunehmen, noch sie zu

leugnen. Das bedeutet aber für die Praxis die Annahme der Theorie, welche nur die Dinge mit ihren räumlichen und zeitlichen Beziehungen anerkennt, denn vom praktischen Gesichtspunkt aus ist die Weigerung, Punkte und Augenblicke als metaphysische Wesenheiten anzuerkennen, gleichbedeutend mit ihrer Ablehnung als solcher. Theoretisch ist beides allerdings etwas vollkommen Verschiedenes, denn die theoretische Ablehnung enthält ein nicht verifizierbares dogmatisches Element, das in der bloßen Weigerung, sie ausdrücklich als metaphysische Wesenheiten anzuerkennen, nicht enthalten ist. Trotzdem wir also die Punkte und Augenblicke, die wir für unsere Zwecke brauchen, durch Ableitung von den Dingen selbst gewinnen, so lassen wir doch die Möglichkeit ihrer Existenz als letzter wesenhafter Elemente vollkommen offen.

Wir kommen nun zu der Frage, ob die Dinge in Raum und Zeit als aus Elementen ohne Ausdehnung oder Dauer, d. h. Elementen, die nur einen Punkt oder einen Augenblick einnehmen, bestehend anzusehen sind. Die Physik setzt bei ihren Differentialgleichungen voraus, daß die Dinge aus letzten Elementen bestünden, die in jedem Augenblick nur einen Punkt einnehmen, in der Zeit aber beständig sind. Aus Gründen, die ich schon in der vierten Vorlesung erörtert habe, ist nun aber die Beständigkeit der Dinge in der Zeit als das formale Ergebnis einer logischen Konstruktion anzusehen, nicht so, als ob sie irgendwelche wirkliche Beständigkeit bedeutete. Aus ähnlichen Gründen, wie man die Dinge in Raum-Atome aufteilt, sollte man sie wahrscheinlich eigentlich auch in Zeit-Atome aufteilen, so daß der

letzte *formale* Bestandteil der Materie in der Physik das Raum-Zeit-Atom sein würde. Diese Raum-Zeit-Atome sind uns aber ebensowenig wie die Atome der Physik als Daten gegeben. Dieselbe Vorsicht in der Aufstellung neuer Hypothesen, auf Grund deren wir lieber einen relativen, als einen absoluten Raum und lieber eine relative, als eine absolute Zeit annahmen, läßt uns für die Praxis auch die Annahme letzter materieller Elemente von endlicher Ausdehnung und Dauer vorziehen. Da, wie wir in der vierten Vorlesung gesehen haben, Punkte und Augenblicke als logische Funktionen solcher Elemente konstruiert werden können, so kann die mathematische Theorie der Bewegung, nach welcher ein Atom sich in stetiger Weise durch eine stetige Reihe von Punkten bewegt, auch in einer Form interpretiert werden, die nur solche Elemente annimmt, die mit unseren tatsächlichen Daten darin übereinstimmen, daß sie von endlicher Ausdehnung und Dauer sind. Soweit also die Verwendung von Punkten und Augenblicken in Frage kommt, kann die mathematische Theorie der Bewegung von dem Vorwurf, sie verwende fiktive Elemente, befreit werden.

d) Wir müssen uns nun aber auch noch die Frage vorlegen: Liefern uns die wirklichen empirischen Tatsachen genügenden Grund, die Sinnenwelt für ein Kontinuum zu halten? Die Antwort auf diese Frage muß meines Erachtens negativ ausfallen. Es kann zwar geltend gemacht werden, daß die Kontinuitätshypothese mit den empirischen Tatsachen und der Logik sehr wohl vereinbar und außerdem technisch einfacher ist als irgendeine andere haltbare Theorie, da aber

unser Unterscheidungsvermögen in bezug auf sehr ähnliche Wahrnehmungsgegenstände nicht sehr genau ist, so ist es vollkommen unmöglich, zwischen mehreren Theorien, die nur in bezug auf etwas unter der Schwelle des Wahrnehmungsvermögens Liegendes voneinander abweichen, irgendeine Entscheidung zu treffen. Wenn also auch z. B. eine farbige Fläche, die wir sehen, tatsächlich aus einer endlichen Zahl sehr kleiner Teilflächen besteht, oder eine von uns wahrgenommene Bewegung wie ein Filmstreifen sich aus einer großen, wenn auch endlichen, Zahl aufeinanderfolgender Stellungen zusammensetzt, so ist trotzdem auf empirischem Wege nichts zu entdecken, was beweisen könnte, daß die Wahrnehmungsgegenstände nicht stetiger Natur sind. In dem, was als unmittelbar durch die Erfahrung gegebene Stetigkeit ausgegeben wird, ist ein starkes negatives Moment enthalten; wir wissen nämlich nicht, inwieweit — wenn wir glauben, das Nicht-Vorhandensein eines Unterschiedes wahrzunehmen — nicht etwa in Wahrheit nur unsere Unfähigkeit, den tatsächlich vorhandenen Unterschied wahrzunehmen, daran schuld ist. Wenn wir z. B. die Farbe A nicht von der Farbe B, und diese letztere nicht von der Farbe C unterscheiden können, wohl aber A von C, so ist die Nichtunterscheidbarkeit in diesem Falle eine rein negative Tatsache, die weiter nichts besagt, als daß wir keinen Unterschied *wahrnehmen* können. Selbst in bezug auf unmittelbare Daten liegt infolge dieser Tatsache noch kein Grund vor, das Vorhandensein eines tatsächlichen Unterschiedes für unmöglich zu halten. Wenn wir eine Farbfläche sehen, deren Farbe sich allmählich verändert,

so ist ihre sinnliche Erscheinung (vorausgesetzt, daß die Veränderung stetig ist) nicht zu unterscheiden von der Erscheinung, die dieselbe Fläche darbieten würde, wenn die Veränderung ihrer Farbe in kleinen, endlich großen Sprüngen erfolgte. Wenn dies wahr ist, wie es mir tatsächlich der Fall zu sein scheint, so folgt daraus, daß es niemals einen empirischen Beweis dafür geben kann, daß die Sinnenwelt stetig ist und nicht eine Kombination aus einer sehr großen, aber endlichen Zahl von Elementen, von denen jedes sich von seinem Nachbarn in endlichem, obwohl sehr geringem Grade unterscheidet. Die Stetigkeit von Raum und Zeit, die unendliche Größe der Zahl aller im Spektrum vorhandenen Farbtöne usw., sie alle sind ihrer Natur nach nicht verifizierbare Hypothesen, die als Hypothesen logisch vollkommen möglich, vollkommen mit den bekannten Tatsachen vereinbar und jede in ihrem Falle technisch einfacher sein mögen als alle andern haltbaren Hypothesen, aber nicht die *einzig möglichen* sind, die allen logischen und Erfahrungsansprüchen Genüge leisten.

Wenn wir eine Theorie des Augenblicks konstruieren, nach welcher ein „Augenblick" definiert wird als eine Gruppe von Ereignissen, die alle miteinander gleichzeitig, nicht aber sämtlich auch gleichzeitig sind mit irgendeinem Ereignis außerhalb der Gruppe, so muß es — wenn die sich ergebende Zeitreihe dicht sein soll — möglich sein, in dem Falle, daß x einem y vollständig vorausgeht, ein Ereignis z zu finden, das seinerseits mit einem Teil von x gleichzeitig ist und vollständig einem Ereignis vorausgeht, das seinerseits y vollständig

vorausgeht. Dazu ist es aber notwendig, daß die Zahl der Ereignisse in jedem endlichen Zeitabschnitt unendlich groß ist. Wenn dies nun aber für die Welt zutreffen soll, die aus den Sinnesdaten eines einzigen Menschen konstruiert werden kann, und wenn jedes Sinnesdatum eine bestimmte zeitliche Ausdehnung von endlicher Größe haben soll, so müssen wir die Annahme machen, es sei uns gleichzeitig mit einem Sinnesdatum immer eine unendliche Zahl anderer Sinnesdaten gegeben. Machen wir die gleiche Betrachtung in bezug auf den Raum und nehmen wir an, die Sinnesdaten müßten mindestens eine bestimmte räumliche Ausdehnung haben, so ist es auch unumgänglich, anzunehmen, daß eine unendliche Zahl von Sinnesdaten sich mit einem gegebenen Datum räumlich überdeckte. Diese Hypothese ist möglich, wenn wir ein einzelnes, z. B. optisches Sinnesdatum als eine endliche Fläche ansehen, die andere Flächen einschließt, deren jede wiederum ein einzelnes Sinnesdatum ist. Eine solche Hypothese enthält aber Schwierigkeiten, und ich weiß nicht, ob diese vollkommen zu beseitigen wären. Sollte dies nicht der Fall sein, so haben wir nur zwei Möglichkeiten; wir können nämlich entweder annehmen, die Welt, die sich aus den Sinnesdaten eines einzigen Menschen aufbauen läßt, sei unstetig, oder aber die Annahme einer unteren Grenze für die Dauer bzw. Ausdehnung eines einzelnen Sinnesdatums ablehnen. Ich übersehe im Augenblick selbst noch nicht, was in bezug auf diese Alternative das Richtige wäre. Die logische Analyse, die wir durchgeführt haben, gibt uns also für die Untersuchung der verschiedenen Hypothesen zwar die wissenschaftlichen

Mittel an die Hand, die auf die Erfahrungstatsachen Rücksicht nehmende letzte Entscheidung aber ist nicht Sache der Logik, sondern der Psychologie.

3. Wir kommen nun endlich zur logischen Antwort auf die angeblichen Schwierigkeiten der mathematischen Theorie der Bewegung oder vielmehr auf die positive Theorie, welche die Gegenseite der mathematischen gegenübergestellt hat. Die Ansicht, zu der Bergson sich ausdrücklich bekennt, die aber implicite auch in den Lehren vieler anderer Philosophen enthalten ist, geht dahin, daß eine Bewegung etwas Unteilbares sei, etwas, das sich nicht in eine Folge von Zuständen auflösen lasse. Diese Ansicht ist zugleich ein integrierender Bestandteil einer viel allgemeineren Lehrmeinung, welche besagt, die zergliedernde Analysis bedeute stets eine Fälschung, da die Teile eines Ganzen in herausgelöstem Zustande nicht mehr dasselbe seien, wie im Zusammenhang des Ganzen. Es ist nicht leicht, diese Lehre auf eine Formel zu bringen, mit der sich eine klare und bestimmte Bedeutung verbindet. Um sie zu stützen, werden oftmals Gründe angeführt, die in gar keiner Beziehung zu ihr stehen. So wird z. B. behauptet, die Natur eines Mannes, der Vater wird, werde verändert durch die neue Beziehung, in die er damit tritt, so daß er nicht mehr genau identisch sei mit dem Manne von vorher, der noch nicht Vater war. Das mag richtig sein, auf jeden Fall aber ist es eine kausalpsychologische, keine logische Tatsache. Der erwähnten Lehrmeinung zufolge könnte ein Mann, der Vater ist, nicht genau identisch sein mit einem Manne, der Sohn ist, da der Begriff des Mannes im einen Falle

durch die Vaterschaft, im anderen durch die Sohnschaft modifiziert würde. Vielleicht ließe sich eine präzise Formulierung der von uns angefochtenen Lehre in der Form geben:

Es kann niemals zwei Tatsachen mit Bezug auf dasselbe Ding geben. Eine Tatsache mit Bezug auf ein Ding ist oder enthält stets eine Beziehung des Dinges zu einer oder mehreren Wesenheiten; zwei Tatsachen mit Bezug auf dasselbe Ding würden also zwei Beziehungen desselben Dinges enthalten. Die von Bergson und anderen verfochtene Lehre steht aber auf dem Standpunkt, daß ein Ding durch seine Beziehungen so modifiziert werde, daß es in der einen Beziehung nicht dasselbe sein könnte wie in der anderen. Wenn diese Lehre richtig ist, kann es also niemals mehr als eine einzige Tatsache mit Bezug auf ein und dasselbe Ding geben. Ich möchte bezweifeln, daß die betreffenden Philosophen sich klar gemacht haben, daß dies die genaue Formulierung der von ihnen vertretenen Meinung ist, denn in dieser Form widerspricht sie so offensichtlich allem, was wir für richtig halten müssen, daß sie kaum länger zu halten sein wird. Die Erörterung dieser Frage würde uns jedoch auf so zahlreiche logische Spitzfindigkeiten führen, daß ich hier darauf verzichten muß, den Gegenstand weiter zu verfolgen.

Ist die erwähnte Lehrmeinung einmal als falsch erkannt worden, so ist es ohne weiteres klar, daß eine Veränderung immer eine Aufeinanderfolge von Zuständen sein muß. Es kann keine Veränderung geben — und die Bewegung ist ja nichts anderes als ein Sonderfall der Veränderung — ohne daß zu verschiedenen Zeiten

etwas Verschiedenes vorhanden wäre. Der Begriff der Veränderung ist also etwas Komplexes, aus Beziehungen Bestehendes und bedarf deshalb der logischen Zergliederung. Wenn aber diese Zergliederung schon bei anderen, wenn auch kleineren, Veränderungen Halt macht, so ist sie nicht vollständig; vollständig ist sie erst, wenn ihre Endglieder nicht mehr Veränderungen, sondern durch die Beziehung „früher" und „später" verknüpfte Elemente sind. Handelt es sich um Veränderungen, die (wie die Bewegung) stetig erscheinen, so scheint es — solange wir es mit endlichen, wenn auch noch so kurzen Zeitstrecken zu zun haben — unmöglich, bei der Analyse auf etwas anderes zu kommen, als immer wieder Veränderungen. In diesem Falle zwingt uns die Logik zur Annahme von Augenblicken ohne Dauer, zum mindesten ohne eine Dauer, die selbst mit den feinsten Instrumenten zu messen wäre. Diese Annahme, von der allerdings leicht der Anschein erweckt wird, als hätte sie Schwierigkeiten im Gefolge, ist in Wahrheit näherliegend als irgendeine andere mit den Tatsachen im Einklang stehende Hypothese. Sie ist eine Art logischen Rahmens, in den jede haltbare Theorie hineinpassen muß — nicht notwendig selbst schon eine Beschreibung des rohen Tatsachenmaterials, sondern vielmehr die *Form*, welcher eine Beschreibung des Tatsächlichen genügen muß, wenn sie Anspruch auf Richtigkeit erheben will. Das rohe Tatsachenmaterial, das die physikalische Welt uns bei unmittelbarer Betrachtung darbietet, haben wir schon in einer früheren Vorlesung eingehend erörtert; Aufgabe der gegenwärtigen Vorlesung sollte es dagegen sein, zu zeigen, daß

nichts in diesem Material mit der mathematischen Theorie der Bewegung unvereinbar ist und ebenso nichts nach einem Stetigkeitsbegriff verlangt, der von wesentlich anderer Art wäre als der in dieser Theorie enthaltene.

Sechste Vorlesung

Die Geschichte des Unendlichkeitsproblems

Man wird sich vielleicht noch erinnern, daß von den verschiedenen Gründen, mit denen die Philosophie vielfach operiert hat, um die Irrealität der Sinnenwelt zu beweisen, der eine die angebliche Unmöglichkeit des Unendlichen und der Stetigkeit betraf. Aus unseren früheren Erörterungen über die Physik ging mit großer Wahrscheinlichkeit hervor, daß *entscheidende* empirische Beweise für das Unendliche oder die Stetigkeit in den Sinnesgegenständen und der Materie nicht zu finden sind. Dessenungeachtet bleibt vom wissenschaftlichen Standpunkt aus die Erklärung der Welt, die Unendliches und Stetigkeit annimmt, bei weitem die einfachste und natürlichste, und seitdem Georg Cantor die Hinfälligkeit der angeblich in diesen Begriffen enthaltenen Widersprüche nachgewiesen hat, besteht keinerlei Grund mehr, uns um eine endliche Erklärung der Welt zu bemühen.

Die angeblichen Schwierigkeiten im Begriffe der Stetigkeit hängen alle mit der Tatsache zusammen, daß eine stetige Reihe eine unendliche Zahl von Gliedern haben muß, und betreffen darum eigentlich den Begriff des Unendlichen. Wenn es uns also gelingen sollte, den Begriff des Unendlichen von allen Widersprüchen zu befreien, so würde damit zugleich die

logische Möglichkeit der Stetigkeit, wie sie von der Physik angenommen wird, nachgewiesen werden.

Die Art und Weise, in welcher der Begriff des Unendlichen dazu mißbraucht worden ist, um die Sinnenwelt zu diskreditieren, mag durch das Beispiel von Kants ersten beiden Antinomien illustriert werden. In der ersten dieser Antinomien besagt die Thesis: „Die Welt hat einen Anfang in der Zeit und ist dem Raum nach auch in Grenzen eingeschlossen", die Antithesis dagegen: „Die Welt hat keinen Anfang und keine Grenzen im Raume, sondern ist, sowohl in Ansehung des Raumes als der Zeit, unendlich." Kant behauptet, jede dieser entgegengesetzten Behauptungen beweisen zu können; wenn aber in dem, was wir über die moderne Logik gesagt haben, nur ein Körnchen Wahrheit steckt, so ist im Gegenteil keine von ihnen zu beweisen. Um die Sinnenwelt wieder in ihre Rechte einzusetzen, genügt es aber, zu zeigen, daß einer von Kants Beweisen nicht stichhaltig ist. In unserem Zusammenhang interessiert uns naturgemäß am meisten die Beweisführung für die Behauptung, die Welt sei endlich. Nun beruht aber Kants Beweis in bezug auf den Raum vollständig auf seinem Beweise in bezug auf die Zeit, sodaß es genügt, wenn wir den letzteren einer kritischen Prüfung unterziehen. Über diesen Punkt lauten nun die eigenen Worte Kants folgendermaßen: „Denn man nehme an, die Welt habe der Zeit nach keinen Anfang: so ist bis zu jedem gegebenen Zeitpunkte eine Ewigkeit abgelaufen, und mithin eine unendliche Reihe aufeinander folgender Zustände der Dinge in der Welt verflossen. Nun besteht aber eben

darin die Unendlichkeit einer Reihe: daß sie durch sukzessive Synthesis niemals vollendet sein kann. Also ist eine unendliche verflossene Weltreihe unmöglich, mithin ein Anfang der Welt eine notwendige Bedingung ihres Daseins, welches zuerst zu beweisen war."

An dieser Beweisführung wären ja nun zahlreiche Ausstellungen möglich, wir wollen uns aber bei der hier verfügbaren Zeit mit einem Minimum begnügen. Vor allem anderen ist es ein Irrtum, die Unendlichkeit einer Reihe zu definieren als „Unmöglichkeit der Vollendung durch sukzessive Synthesis". Der Begriff der Unendlichkeit ist, wie wir in der nächsten Vorlesung sehen werden, ursprünglich eine Eigenschaft von *Klassen* und als solche nur im übertragenen Sinne auf Reihen anwendbar. Eine Klasse ist aber durch das bestimmende Merkmal ihrer Glieder als Ganzes gegeben, so daß hier von „Vollendung" oder „sukzessiver Synthesis" gar keine Rede sein kann. Durch das Wort „Synthese" mit der darin enthaltenen Anspielung auf die Tätigkeit des Zusammenfassens im Geiste suggeriert Kant fernerhin mehr oder weniger bewußt auch dem Leser die Beziehung auf den menschlichen Geist, an der ja bekanntlich sein ganzes Philosophieren gekrankt hat. Zweitens: Kant sagt, eine unendliche Reihe könne „niemals" durch sukzessive Synthesis vollendet werden; alles, was zu behaupten er berechtigt gewesen wäre, ist aber, daß sie nicht *in einer endlichen Zeit* vollendet werden könne. Was Kant wirklich beweist, ist also höchstens die Tatsache, daß die Welt, wenn sie keinen zeitlichen Anfang hat, schon seit unendlich langer Zeit bestehen muß. Das wäre aber wohl in Kants eigenen

Augen ein recht dürftiges Ergebnis — ein Ergebnis, das tatsächlich auch für seine Zwecke in keiner Weise ausreichend ist.

Mit dieser Feststellung könnten wir nun eigentlich von der ersten Antinomie Abschied nehmen. Es ist jedoch der Mühe wert, zu sehen, wie Kant dazu kam, einem solchen elementaren Irrtum zu verfallen. Der zugrundeliegende Gedankengang ist offenbar folgender: Wenn wir von der Gegenwart aus in der Zeit zurückgehen, so haben wir, wenn die Welt keinen zeitlichen Anfang hat, eine unendliche Reihe von Ereignissen. Wie aus dem Worte „Synthesis" hervorgeht, dachte Kant dabei an einen Geist, der versuchte, diese Ereignisse nacheinander zu erfassen, und zwar in der umgekehrten Reihenfolge, als sie sich wirklich ereignet hatten, d. h. durch ein Zurückgehen von der Gegenwart in die Vergangenheit. Daß *diese* Reihe kein Ende haben kann, ist allerdings augenscheinlich. Aber die Reihe der tatsächlichen Ereignisse bis zur Gegenwart *hat* ein Ende, denn sie endet mit der Gegenwart. Infolge der eingefleischten Subjektivität all seines Denkens hat Kant wahrscheinlich völlig übersehen, daß er, indem er eine rückwärts gerichtete Synthese an die Stelle der vorwärts gerichteten Abfolge der wirklichen Ereignisse setzte, die Richtung der Reihe umkehrte. So kam er zu der Annahme, es sei notwendig, die ideelle Reihe, die kein Ende hat, mit der wirklichen Reihe, die ein Ende, aber keinen Anfang hat, gleichzusetzen. Dieser Irrtum war es meines Erachtens, der ihn, ohne daß er sich dessen auch nur bewußt geworden wäre, dazu verführte, einen

so offensichtlichen Trugschluß für beweiskräftig zu halten.

Die zweite von Kants Antinomien illustriert die Abhängigkeit des Stetigkeitsproblems von dem Problem der Unendlichkeit. Hier besagt die Thesis: „Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts als das Einfache, oder das, was aus diesem zusammengesetzt ist," die Antithesis dagegen: „Kein zusammengesetztes Ding in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts Einfaches in derselben." Auch hier ist sowohl der Beweis für die Thesis als auch der für die Antithesis anfechtbar; zur Rechtfertigung der Physik und der Sinnenwelt genügt es aber, daß wir in einem von beiden einen Trugschluß aufdecken. Wir wählen zu diesem Zwecke den Beweis für die Antithesis, der folgendermaßen beginnt: „Setzt: ein zusammengesetztes Ding (als Substanz) bestehe aus einfachen Teilen. Weil alles äußere Verhältnis, mithin auch alle Zusammensetzung aus Substanzen, nur im Raume möglich ist: so muß, aus soviel Teilen das Zusammengesetzte besteht, aus ebensoviel Teilen auch der Raum bestehen, den es einnimmt. Nun besteht der Raum nicht aus einfachen Teilen, sondern aus Räumen." Um den restlichen Teil des Beweises brauchen wir uns nicht zu kümmern, denn der Schwerpunkt des Ganzen liegt in dem Satze: „Nun besteht der Raum nicht aus einzelnen Teilen, sondern aus Räumen." Das mutet uns an wie Bergsons Einwurf gegen die in seinen Augen „absurde Behauptung, die Bewegung bestehe aus Zuständen der Ruhe". Kant führt keinerlei Grund

an für seine Behauptung, daß der Raum wiederum aus Räumen und nicht aus einzelnen Teilen bestehe. Die Geometrie betrachtet den Raum als aus Punkten bestehend, die ihrerseits einfach sind; und obwohl diese Ansicht, wie wir gesehen haben, weder vom Standpunkt der Physik, noch dem der Logik aus *notwendig* ist, so bleibt sie doch prima facie *möglich*, und ihre bloße Möglichkeit ist hinreichend, um Kants Beweisführung zu widerlegen. Denn, wenn sein Beweis für die Thesis der Antinomie zwingend wäre und die Antithesis nur durch die Annahme von Punkten umgangen werden könnte, dann würde die Antithesis selbst einen entscheidenden Beweisgrund zugunsten der Punkte abgeben. Es bleibt die Frage, warum wohl Kant es trotzdem für möglich gehalten haben mag, daß der Raum aus Punkten bestünde.

Ich persönlich glaube, daß ihn dabei zwei Erwägungen beeinflußt haben. Zunächst ist das Wesentliche am Raum die räumliche Ordnung, und das bloße Vorhandensein von Punkten kann an sich diese räumliche Ordnung nicht erklären. Offensichtlich nimmt Kant bei seiner Beweisführung einen absoluten Raum an; aber die räumlichen *Beziehungen* sind allein das, worauf es ankommt, und diese letzteren können nicht auf Punkte zurückgeführt werden. Soweit dies der Grund für Kants Ansichten ist, geht er also zurück auf seine Unkenntnis des logischen Begriffs der Ordnung und sein Hinundherschwanken zwischen absolutem und relativem Raum. Kant stützt sich aber noch auf einen andern Grund, der für unseren Gegenstand von größerer Bedeutung ist. Dieser Grund hängt mit der unendlichen Teil-

barkeit des Raumes zusammen. Ein Raum kann halbiert werden, die Teile wiederum halbiert usf. ad infinitum, und in jedem Stadium dieses Prozesses sind die sich ergebenden Teile immer wieder Räume und nicht Punkte. Um mit Hilfe der Teilung auf Punkte zu kommen, würde es notwendig sein, an das Ende eines niemals endenden Prozesses zu gelangen, was offenbar unmöglich ist. Aber ebenso, wie eine unendliche Klasse durch begriffliche Setzung auf einmal gegeben sein kann, obgleich sie durch sukzessive Aufzählung niemals erreicht wird, so kann auch eine unendliche Anzahl von Punkten in Gestalt einer Linie, einer Fläche oder eines Körpers gegeben sein, obwohl man auf dem Wege sukzessiver Teilung niemals auf Punkte stoßen wird. Die unendliche Teilbarkeit des Raumes liefert also keinerlei Grund gegen die Annahme, daß der Raum aus Punkten zusammengesetzt sei. Kant selbst verrät uns nichts über seine Gründe gegen diese Annahme, wir sind daher in dieser Richtung auf bloße Mutmaßungen angewiesen; wir werden aber kaum fehlgehen, wenn wir in den beiden angeführten Gründen, deren Haltlosigkeit wir erkannt haben, die wahre Grundlage für seine Ansicht vermuten. Wir sind also wohl zu dem Schlusse berechtigt, daß es Kant nicht gelungen sei, die Antithesis der zweiten seiner Antinomien zu beweisen.

In diese Erörterung über Kants Antinomien bin ich lediglich eingetreten, um darzutun, von wie überragender Bedeutung das Unendlichkeitsproblem für die Frage nach der Realität der Sinnesgegenstände ist. Im Verfolg der gegenwärtigen Vorlesung beabsichtige ich nun,

das Unendlichkeitsproblem genau zu bestimmen und zu erläutern — zu zeigen, wie es entstand und wie unzulänglich alle von philosophischer Seite vorgeschlagenen Lösungen waren. In der nächsten Vorlesung werde ich dann versuchen, die richtige Lösung des Problems zu skizzieren, die zwar von Mathematikern entdeckt wurde, nichtsdestoweniger aber ihrem Wesen nach in das Gebiet der Philosophie gehört. Diese Lösung ist endgültig in dem Sinne, daß sie jeden, der sie eines eingehenderen Studiums für wert erachtet, vollkommen befriedigt und überzeugt. Länger als zweitausend Jahre hat dieses Problem aller Anstrengungen des menschlichen Geistes gespottet; die zahlreichen Versuche, es zu lösen, und der endliche Erfolg lassen gerade diese Frage als besonders geeignet erscheinen, um an ihr die philosophische Methode darzutun.

Das Problem scheint etwa in folgender Weise entstanden zu sein[1]). Pythagoras und seine Nachfolger, die sich, wie später Descartes, besonders für das Problem der Anwendbarkeit der Zahlen auf die Geometrie interessierten, führten in die Geometrie mehr an arithmetischen Methoden ein, als in der uns vertrauten Euklidischen Geometrie zu finden ist. Sie oder die zeitgenössischen Atomisten waren offenbar der Ansicht, daß der Raum aus unteilbaren Punkten zusammen-

[1]) Was die ältesten griechischen Philosophen anbelangt, so verdanke ich mein diesbezügliches Wissen vornehmlich Burnets aufschlußreichem Werke „*Early Greek Philosophy*" (2. Aufl., London 1908). Verpflichtet bin ich ferner Herrn D. S. Robertson vom Trinity College, der meine mangelhafte Kenntnis des Griechischen in verschiedenen Punkten ergänzt und mir auch sonst wertvolle Hinweise gegeben hat.

gesetzt sei[1]). Diese Ansicht allein birgt in sich noch nicht die Schwierigkeiten, die dieser Schule später zu schaffen machten, aber sie war vermutlich verbunden mit einer andern Lehrmeinung, die besagt, die Zahl der Punkte in einer endlichen Fläche müsse, ebenso wie die Zahl der Augenblicke in einer endlichen Zeitstrecke, endlich sein. Ich möchte nicht annehmen, daß die Pythagoräer diese Ansicht mit vollem Bewußtsein vertraten, vielmehr glaube ich, daß sie eine andere Möglichkeit überhaupt nicht sahen. Nichtsdestoweniger brachte diese Ansicht sie sehr bald in Widerspruch zu Tatsachen, die von ihnen selbst entdeckt worden waren. Ehe ich jedoch berichte, wie dies geschah, halte ich es für notwendig, wenigstens ein paar Worte zur Erklärung der Bezeichnung „endliche Zahl" zu sagen. Die *genaue* Erklärung ist Gegenstand unserer nächsten Vorlesung, für jetzt muß es darum genügen zu sagen, daß ich mit dieser Bezeichnung 1 und 2 und 3 usf. meine, mit anderen Worten alle Zahlen, die man durch fortgesetztes Hinzufügen von 1 erhalten kann. Diese Benennung umfaßt also alle Zahlbegriffe, die mit Hilfe unserer gewöhnlichen Grundzahlen ausgedrückt werden können. Da diese Zahlen durch Addieren von Einheiten immer größer und größer gemacht werden können, ohne jemals ein unüberschreitbares Maximum zu erreichen, so liegt es nahe, anzunehmen, es gäbe überhaupt keine andern Zahlen. Diese Annahme, so natürlich sie auch sein mag, ist trotzdem falsch.

Ob die Pythagoräer selbst der Meinung waren, daß

[1]) Vgl. Aristoteles „*Metaphysik*", M. 6, 1080*b*, 18 ff. und 1083*b*, 8 ff.

Raum und Zeit aus unteilbaren Punkten und Augenblicken bestünden, ist eine Frage, über die sich streiten läßt[1]). Es scheint, als ob zwischen Raum und Materie noch nicht deutlich unterschieden worden wäre; bei der Beurteilung einer atomistischen Lehre ist es darum nicht leicht, zu entscheiden, ob Materienpartikel oder Raumpunkte gemeint sind. Aristoles' Physik[2]) enthält eine interessante Stelle[3]), die besagt:

„Daß es ein Leeres gäbe, behaupteten auch die Pythagoräer, und daß es in den Himmel komme aus dem unbegrenzten Atem, insofern als der Himmel

[1]) Soweit sich erkennen läßt, unterschieden die Pythagoräer zwischen unstetiger und stetiger Menge. G. J. Allman sagt in seinem Werke „*Greek Geometry from Thales to Euclid*", p. 23: „Die Pythagoräer teilten die Mathematik in zwei Teile ein, von denen sie den einen dem *Wieviele* (*τὸ πόσον*) zuwiesen, den anderen dem *Wieviel* (*τὸ πηλίκον*). Jeden dieser Teile gliederten sie wieder in zwei Unterabteilungen, denn sie sagten, die unstetige Menge, das *Wieviele*, bestehe entweder für sich oder müsse in ihrer Beziehung zu einer anderen Menge betrachtet werden; die stetige Menge aber, das *Wieviel*, sei entweder stabil oder in Bewegung. Daher behaupteten sie, die Arithmetik betrachte die unstetige Menge, die für sich besteht, die Musik dagegen die mit einer andern verknüpfte; und ferner, die Geometrie habe es zu tun mit der stetigen Menge, soweit sie unbeweglich, die Astronomie dagegen mit der stetigen Menge, soweit sie von selbstbewegender Natur sei. (Proklos, Ausg. v. Friedlein, p. 35. Über die Unterscheidung zwischen *τὸ πηλίκον* = stetige und *τὸ πόσον* = unstetige Menge vgl. Jambl., *in Nicomachi Geraseni Arithmeticam introductionem*, ed. Tennulius, p. 148)." Vgl. auch p. 48.

[2]) IV, 6. 213 b, 22; H. Ritter u. L. Preller, *Historia Philosophiae Graecae*, 8. Ausg., Gotha 1898, p. 75. (Dieses Werk wird im Folgenden als „R. P." zitiert werden.)

[3]) Angezogen von Burnet, *op. cit.*, p. 120.

auch das Leere einatme. Und das Leere sei es auch, welches die Naturen gegeneinander abgrenze, gleich als ob es eine Trennung des der Reihe nach Aufeinanderfolgenden wäre, und seine Bestimmung. Dies sei auch das erste in den Zahlen, denn das Leere grenze sie gegeneinander ab."

Darin scheint ausgesprochen, daß sie die Materie ansahen als aus Atomen bestehend, die durch den leeren Raum getrennt würden. Ist diese Interpretation richtig, so müssen sie der Meinung gewesen sein, man könne den Raum studieren, indem man nur auf die Atome achte, denn anders ist weder ihre Anwendung arithmetischer Methoden in der Geometrie, noch ihre Behauptung, die Dinge seien Zahlen, zu erklären.

Die Schwierigkeit, der sich die Pythagoräer bei ihren Versuchen über die Anwendbarkeit der Zahlen gegenübersahen, tauchte auf im Gefolge ihrer Entdeckung der Inkommensurabeln, die folgendermaßen zustande kam: Wie wir alle in unserer Jugend gelernt haben, entdeckte Pythagoras den Lehrsatz, daß die Summe der Quadrate über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks gleich dem Quadrat über der Hypotenuse ist. Nachdem Pythagoras diesen Satz entdeckt hatte, soll er einen Ochsen geopfert haben. Dieser Ochse ist, wenn die Legende auf Wahrheit beruht, der erste Märtyrer der Wissenschaft. In bezug auf den Lehrsatz aber, obgleich auf seiner Entdeckung der unsterbliche Ruhm des Pythagoras in erster Linie beruht, stellte sich bald genug heraus, daß er zu Konsequenzen führte, die seiner ganzen Philosophie gefährlich wurden. Stellen wir uns ein rechtwinkliges Dreieck vor, dessen beide

Seiten gleich sind, ein Dreieck, wie es von zwei Seiten eines Quadrates mit der Diagonale gebildet wird. In diesem Falle ist nach dem erwähnten Lehrsatz das Quadrat über der Hypothenuse doppelt so groß wie das Quadrat über einer der Seiten. Pythagoras oder seine unmittelbaren Nachfolger bewiesen jedoch ohne Mühe, daß das Quadrat einer ganzen Zahl nicht gleich dem Doppelten des Quadrats einer andern ganzen Zahl sein kann[1]). Die Länge der Seite und die der Diagonale sind also inkommensurabel, d. h. eine wie kleine Längeneinheit man auch nehmen mag: wenn ihr Verhältnis zur Seite durch eine ganze Zahl ausdrückbar ist, so ist dies gegenüber der Diagonale nicht möglich, und umgekehrt.

In manches andere philosophische System ließe diese Tatsache sich ohne große Schwierigkeiten eingliedern, für die Philosophie des Pythagoras war sie absolut verhängnisvoll. Denn Pythagoras lehrte, die Zahl gehöre zum Wesen aller Dinge; aber keine zwei Zahlen vermögen das Verhältnis zwischen Seite und Diagonale

[1]) Die Beweisführung der Pythagoräer ist ungefähr die folgende: Wenn möglich, lasse man das Verhältnis der Diagonale zur Seite des Quadrats gleich m : n sein, wobei m und n ganze Zahlen sind, die keinen gemeinsamen Faktor haben. Dann muß $m^2 = 2\,n^2$ sein. Nun ist aber das Quadrat einer ungeraden Zahl auch ungerade; aber m^2, da es gleich $2\,n^2$ ist, ist gerade. Daher muß auch m gerade sein. Nun läßt sich aber das Quadrat einer geraden Zahl durch 4 teilen, deshalb muß n^2, das gleich der Hälfte von m^2 ist, gerade sein. Infolgedessen muß auch n gerade sein. Anderseits muß n aber ungerade sein, da m gerade ist und m und n keinen gemeinsamen Faktor haben. n muß also sowohl gerade als auch ungerade sein, was aber unmöglich ist. Deshalb können Diagonale und Seite in keinem rationalen Verhältnis zueinander stehen.

eines Quadrates auszudrücken. Mir scheint, man kann diese Schwierigkeit, ganz im Sinne des Pythagoras, noch weiter ausführen, indem man annimmt, daß er die Länge einer Linie als durch die Anzahl der darin enthaltenen Atome bestimmt ansah: eine Linie von zwei Zoll Länge würde somit die doppelte Anzahl von Atomen enthalten wie eine einzöllige Linie, usw. Wäre dies richtig, so müßte aber zwischen je zwei endlichen Längen immer ein bestimmtes zahlenmäßiges Verhältnis bestehen, da man annahm, daß die Anzahl der in jeder von ihnen enthaltenen Atome, wie groß sie auch immer sein möge, so doch stets eine endliche Zahl sein müsse. Hier sah man sich einem unauflösbaren Widerspruch gegenüber. Die Pythagoräer, so wird berichtet, faßten den Entschluß, die Existenz von Inkommensurabeln streng geheim zu halten und sie nur einigen Auserwählten unter den obersten Häuptern der Sekte zu enthüllen. Von einem dieser letzteren, Hippasos von Metapontion, wurde sogar behauptet, er habe auf hoher See Schiffbruch erlitten zur Strafe dafür, daß er ruchlos genug war, den Gegnern der Sekte von der furchtbaren Entdeckung Mitteilung zu machen. Man darf nämlich nicht vergessen, daß Pythagoras nicht nur der Vertreter einer neuen Wissenschaft, sondern zugleich auch der Gründer einer neuen Religion war: Wenn sich gegen die Wissenschaft Zweifel erhoben, so konnten seine Schüler in Sünde verfallen und vielleicht sogar Bohnen essen, wobei sie nach Pythagoras befürchten mußten, ihre eigenen Vorfahren zu verspeisen.

Das Problem, das zuerst im Gefolge der Entdeckung

der Inkommensurabeln auftauchte, erwies sich im Laufe der Zeiten als eine der schwierigsten und zugleich bedeutungsvollsten Fragen, auf welche der menschliche Geist bei seinem Bemühen, zu einem Verständnis der Welt zu gelangen, gestoßen ist. Mit einem Schlage wurde es klar, daß zur zahlenmäßigen Messung von Längen, wenn diese genau ausgeführt werden sollte, eine vollkommenere und subtilere Arithmetik notwendig war, als die Alten sie besaßen. Man machte sich also daran, die Geometrie zu rekonstruieren auf einer Basis, die nicht mehr die Annahme enthielt, es sei möglich, alle Dinge zahlenmäßig zu messen. So entstand eine neue, mit ungewöhnlicher Geschicklichkeit und unerhörtem Scharfsinn ausgearbeitete Geometrie, als deren Hauptvertreter wir Euklid betrachten. In neuerer Zeit ist man, unter dem Einfluß der Cartesianischen Geometrie, auf die Annahme einer universalen Meßbarkeit durch Zahlen zurückgekommen, indem man — und zwar hauptsächlich zu diesem Zwecke — die Arithmetik so erweiterte, daß nunmehr auch die sogenannten „irrationalen" Zahlen, die das Verhältnis zwischen inkommensurabeln Längen wiedergeben, zu ihrem Bereich gehören. Obgleich man nun seitdem ohne jeden Skrupel mit irrationalen Zahlen gearbeitet hat, so ist es doch erst in den allerletzten Jahren gelungen, logisch befriedigende Definitionen für diese Zahlenkategorie zu finden. Mit Hilfe dieser Definitionen konnte die früheste, augenfälligste Form der den Pythagoräern so verhängnisvollen Schwierigkeit gelöst werden, andere Formen desselben Problems aber harren noch der Bearbeitung, und diese letzteren sind es auch,

die uns auf das Problem des Unendlichen in seiner reinen Gestalt führen.

Wenn man annimmt, eine Länge bestehe aus Punkten, so beweist — wie wir gesehen haben — das Vorhandensein von Inkommensurabeln, daß in jeder endlichen Länge eine unendlich große Zahl von Punkten enthalten sein muß. Mit anderen Worten: wenn man die Punkte einen nach dem andern fortnehmen wollte, so würde man niemals, wie lange Zeit man den Prozeß auch fortsetzen wollte, alle Punkte hinwegnehmen können. Die Anzahl der Punkte kann also nicht *gezählt* werden, denn das Zählen besteht in einem Prozeß, der die Dinge einzeln aufzählt. Die Unmöglichkeit, gezählt zu werden, ist ein den unendlichen Klassen eigentümliches Merkmal und zugleich die letzte Ursache von vielen ihrer seltsamen Eigenschaften. So paradox muten diese Eigenschaften unendlicher Klassen in der Tat an, daß sich bis auf unsere Tage die Ansicht halten konnte, sie führten zu logischen Widersprüchen. Eine lange Reihe von Philosophen von Zenon dem Eleaten[1]) bis zu Bergson haben ihre Metaphysik in der Hauptsache auf die angebliche Unmöglichkeit unendlicher Klassen gegründet. Cum grano salis kann man sagen, daß das Problem schon von Zenon erkannt und formuliert wurde, und daß es keine nennenswerte Bereicherung mehr erfuhr, bis wir zu Bolzanos *Paradoxien des Unendlichen* kommen, einem kleinen, in den Jahren 1847—1848 entstandenen und 1851 posthum

[1]) In bezug auf Zenon und die Pythagoräer verdanke ich Herrn P. E. G. Jourdain zahlreiche wertvolle Informationen und Richtigstellungen.

veröffentlichten Werke. Alle in der Zwischenzeit unternommenen Versuche zur Behandlung des Problems sind als vollkommen gescheitert anzusehen und können daher von uns vernachlässigt werden. Die endgültige Lösung verdanken wir nicht Bolzano, sondern Georg Cantor, dessen Werk über diesen Gegenstand zuerst im Jahre 1882 erschien.

Um Zenon zu verstehen und zu erkennen, wie wenig Neues in der Tat die orthodoxe Metaphysik der Leistung der Griechen hinzuzufügen vermocht hat, müssen wir uns zunächst einen Augenblick mit seinem Lehrer Parmenides befassen, in dessen Interesse er seine Paradoxien erdachte[1]). Parmenides legte seine Ansichten in einem Gedichte dar, dessen beide Teile er überschrieb „Der Weg der Wahrheit" und „Der Weg der Meinung" — ähnlich Bradleys „Erscheinung" und „Wirklichkeit", nur daß Parmenides zuerst von der Wirklichkeit und dann von der Erscheinung spricht. „Der Weg der Meinung" ist für ihn nichts anderes als die Philosophie der Pythagoräer, und er beginnt diesen zweiten Teil seines Gedichtes mit der Warnung: „Hier bin ich zu Ende mit dem, was ich über die Wahrheit Zuverlässiges zu sagen habe. Von nun an vernehmt die Meinung der Sterblichen und leiht euer Ohr meinen trügerischen Worten!" Was vorhergeht, ist ihm von einer Göttin offenbart worden, die ihm erzählte, was in Wahrheit *ist*. Die Wirklichkeit — so sagt sie — ist nicht erschaffen, und sie ist unzerstörbar, unveränderlich und unteilbar,

[1]) So läßt wenigstens Plato im *Parmenides* den Zenon von seiner ganzen Philosophie sagen, und alle äußere und innere Wahrscheinlichkeit spricht ebenso für diese Ansicht.

„unbeweglich im Banne mächtiger Ketten, ohne Anfang und ohne Ende, denn Entstehen und Vergehen sind vertrieben worden, und der richtige Glaube hat sie verworfen." Das Grundprinzip seiner Untersuchung kommt zum Ausdruck in einem Satze, der recht gut auch bei Hegel[1]) stehen könnte und folgendermaßen lautet: „Du kannst nicht wissen, was nicht ist — das ist unmöglich — noch kannst du es aussprechen, denn es ist dasselbe Ding, das gedacht werden kann und zugleich sein." Und weiterhin: „Es muß so sein, daß, was gedacht und ausgesprochen werden kann, auch ist, denn für dieses ist es möglich, zu sein, aber dem, was nicht ist, ist es nicht möglich, zu sein." Die Unmöglichkeit der Veränderung folgt aus diesem Prinzip, denn von dem Vergangenen kann gesprochen werden, und darum ist es — nach dem genannten Prinzip — noch immer.

Diese großartige Konzeption einer Wirklichkeit hinter den vergänglichen Illusionen der Sinne, einer Wirklichkeit, die einzig, unteilbar und unveränderlich ist, wurde so durch Parmenides in die westliche Philosophie eingeführt, nicht — soviel man erkennen kann — aus mystisch-religiösen Gründen, sondern als Schlußfolgerung aus logischen Reflexionen über die Unmöglichkeit des Nicht-Seins. Alle großen metaphysischen Systeme — besonders die Platos, Spinozas und Hegels — sind aufgebaut auf dieser Grundidee. Es ist nicht so einfach, Wahrheit und Irrtum in dieser Ansicht auseinanderzuhalten. Die Behauptung zwar, die Zeit sei unwirk-

[1]) „Mit Parmenides", so sagt Hegel einmal, „hat das eigentliche Philosophieren angefangen." *Werke* Bd. XIII, Berlin, 1833[1]: pp. 296 f., 1840[2]: p. 274.

lich und die ganze Sinnenwelt illusorisch, beruht meines Erachtens auf einem Trugschluß. Trotzdem ist es richtig, daß die Zeit in einem gewissen Sinne, der leichter zu erfühlen als zu definieren ist, nur ein nebensächliches und äußerliches Merkmal der Wirklichkeit darstellt. Vergangenheit und Zukunft müssen als ebenso wirklich anerkannt werden, wie die Gegenwart, und eine gewisse Befreiung von der Überschätzung des zeitlichen Moments ist wesentlich für das philosophische Denken. Die Wichtigkeit der Zeit ist mehr praktisch, als theoretisch, sie besteht mehr für unsere Wünsche als für die Wahrheit. Ich meine, wir erhalten ein getreueres Abbild von der Welt, wenn wir uns die Dinge vorstellen als von einer ewigen, jenseitigen Welt her in den Strom der Zeit eintauchend, als wenn wir in der Zeit den Tyrannen sehen, der alles Seiende verschlingt. Sowohl für den denkenden, wie für den fühlenden Menschen bedeutet die Erkenntnis von der Unwichtigkeit der Zeit die goldene Pforte, die ins Reich der Weisheit führt. Aber Unwichtigkeit ist nicht gleichbedeutend mit Unwirklichkeit, und aus diesem Grunde wird, was wir über die Argumente des Zenon zugunsten seines Lehrers Parmenides zu sagen haben werden, in der Hauptsache eine Kritik derselben darstellen müssen.

Die Beziehungen des Zenon zu Parmenides schildert Plato in einem Dialog[1]), der berichtet, wie Sokrates als junger Mann beim Anhören ihrer dialektischen Zwiegespräche lernt, mit logischer Schärfe zu denken und mit philosophischer Sachlichkeit zu urteilen[2]):

[1]) *Parmenides*, 128 A—D.

[2]) *Sämtliche Dialoge* herausg. von O. Apelt, Bd. IV, Leipzig (F. Meiner) 1923, pp. 53—54.

„Ich merke wohl, habe da Sokrates zum Parmenides gesagt, daß unseres Zenon an sich schon so innige Freundschaft zu dir auch noch durch diese Schrift verstärkt werden soll. Denn er hat darin gewissermaßen dasselbe behauptet wie du, doch indem er der Sache eine andere Wendung gibt, versucht er uns zu täuschen, als sagte er damit etwas anderes. Du nämlich behauptest in deinem Gedicht, das All sei Eins, und bringst dafür schöne und treffende Beweise bei. Dieser aber sagt, das Viele sei nicht, und bringt auch seinerseits dafür eine Fülle kräftiger Beweise bei. Wenn nun der eine das Sein des Einen, der andere das Nichtsein des Vielen behauptet, und wenn jeder von beiden sich so ausdrückt, daß ihr bei aller tatsächlichen Übereinstimmung des eigentlichen Sinnes doch durchaus nicht dasselbe zu sagen scheint, so habt ihr, scheint es, Dinge gesagt, für deren Verständnis uns anderen die rechte Fassungskraft fehlt."

„Nun ja, mein Sokrates, habe Zenon geantwortet. Indes hast du das wahre Absehen der Schrift doch nicht völlig erfaßt, magst du auch wie ein lakonischer Jagdhund der Spur gut folgen und dem Gesagten beizukommen suchen. Aber vor allem täuschst du dich in folgender Beziehung: meine Schrift will gar nicht so hoch hinaus, daß sie ihren eigentlichen Zweck, den du richtig bezeichnet hast, vor der Welt verbergen und sich als wer weiß was Großartiges darstellen möchte. Nein, diese seine Deutung beruht nur auf einem beiläufigen Eindruck; in Wahrheit will die Schrift nichts anderes als dem Satze des Parmenides zu Hilfe kommen gegen diejenigen, welche ihn lächerlich zu machen suchen, durch den Hinweis nämlich auf die angeblichen

Ungereimtheiten und Widersprüche, in die sich der Satz von dem *einen* Seienden verwickelt. Es wendet sich also diese meine Schrift gegen diejenigen, welche das Sein des Vielen behaupten, und gibt ihnen ihre Einwürfe sogar in verstärktem Maße zurück durch den Nachweis, daß ihre Voraussetzung der Existenz des Vielen zu noch weit größeren Ungereimtheiten führt als die Voraussetzung des Seins des Eins, wenn man der Sache nur scharf zu Leibe geht."

Zenons vier Beweise gegen die Bewegung sollten also die Widersprüche aufdecken, zu denen seiner Meinung nach die Annahme, es gäbe so etwas wie Veränderung, notwendig führen mußte. Auf diese Weise sollten sie die Lehre des Parmenides unterstützen, der behauptet hatte, die Wirklichkeit sei unveränderlich[1]). Unglücklicherweise kennen wir sie nur durch die Vermittlung des Aristoteles[2]), der sie nur anführt, um sie zu widerlegen. Wer von den heutigen Philosophen je das zweifelhafte Glück gehabt hat, seinen eigenen Lehren in der Formulierung eines Gegners wieder zu begegnen, wird mir recht geben, wenn ich sage, daß eine objektive und richtige Darstellung von Zenons Standpunkt durch Aristoteles schlechterdings nicht zu erwarten ist. Trotzdem scheint es bei Verwendung größter Sorgfalt auf die Interpretation noch möglich, diese sog. „Sophismen",

[1]) Diese Auffassung wird allerdings bekämpft von Milhaud, *Les philosophes-géomètres de la Grèce*, p. 140, Anm., seine Gründe scheinen mir aber nicht überzeugend. Ebenso ist über alle die im Folgenden zum Ausdruck gebrachten Auffassungen und Auslegungen die Diskussion noch nicht abgeschlossen, in allen Fällen kann ich mich aber auf das Zeugnis namhafter Autoritäten stützen.

[2]) *Physika*, VI. 9. 239 (R. P. 136—139).

die seit Aristoteles von jedem Anfänger „widerlegt" werden, zu rekonstruieren.

In den Beweisen des Zenon scheinen wir eine Beweisführung ad hominem vor uns zu haben, d. h. er geht in ihnen von denselben Voraussetzungen aus wie seine Gegner, aber nur zum Schein und um zu zeigen, daß aus diesen Voraussetzungen sich logische Folgerungen ergeben, die seine Gegner ablehnen müssen, wenn sie nicht ihr ganzes System gefährden wollen. Um zu entscheiden, ob es sich dabei um gültige Beweise oder um „Sophismen" handelt, müssen wir versuchen, die stillschweigend gemachten Voraussetzungen zu erraten und in jedem einzelnen Falle zu bestimmen, wer der „homo" war, an den Zenon gedacht hat. Einige Forscher vertreten die Ansicht, er habe die Pythagoräer[1]) im Auge gehabt, während andere der Meinung sind, daß er die Atomisten[2]) hätte widerlegen wollen. Evellin[3]) will im Gegensatz dazu eine Widerlegung der unendlichen Teilbarkeit darin sehen, während der Hegelianer G. Noel[4]) glaubt, die ersten beiden Argumente sollten

[1]) Vgl. Gaston Milhaud, *Les philosophes-géomètres de la Grèce*, p. 140, Anm.; Paul Tannery, *Pour l'histoire de la science hellène*, p. 249; Burnet, *op. cit.*, p. 362.

[2]) Vgl. R. K. Gaye, On Aristotle, *Physics*, Z IX. *Journal of Philology*, Bd. XXXI, bes. p. 111. Auch Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, erste Ausg. 1880, Bd. 1, p. 168, der jedoch später (*Vorlesungen etc.*, dritte Ausg., Bd. 1, p. 200) der Ansicht Paul Tannerys beitrat.

[3]) „Le mouvement et les partisans des indivisibles", *Revue de Métaphysique et de Morale*, Bd. 1, pp. 382—395.

[4]) „Le mouvement et les arguments de Zénon d'Élée", *Revue de Métaphysique et de Morale*, Bd. 1, pp. 107—125.

die unendliche Teilbarkeit widerlegen, das dritte und vierte dagegen die Unteilbaren. Über ungenügende Auswahl können wir uns angesichts einer solchen Fülle verschiedener Auslegungen wohl kaum beklagen.

Die historischen Fragen, die in den zitierten Abhandlungen angeschnitten werden, sind zum größeren Teile höchstwahrscheinlich überhaupt nicht zu lösen, da das verfügbare historische Material über den Gegenstand außerordentlich dürftig ist. Als über jeden Zweifel so ziemlich erhaben lassen sich nur die folgenden beiden Tatsachen aus dem Ganzen herausschälen: 1. daß — trotz Gaston Milhaud und Paul Tannery — Zenon beweisen will, daß die Bewegung in Wirklichkeit unmöglich ist, und daß er diesen Beweis erbringen will, weil er mit Parmenides die Vielheit leugnet[1]); 2. daß der dritte und vierte Satz auf der Hypothese von den Unteilbaren beruhen, einer Hypothese, die — ob sie nun wirklich von den Pythagoräern vertreten wurde oder nicht — auf jeden Fall außerordentlich weit verbreitet war, wie aus der dem Aristoteles zugeschriebenen Abhandlung *Über unteilbare Linien* zur Genüge hervorgeht. Was die ersten beiden Argumente anbelangt, so scheinen sie beweiskräftig auf Grund der Hypothese von den Unteilbaren, und sie würden es auch wohl ohne diese Hypothese sein, wenn die überlieferten Widersprüche im Begriff der unendlichen Zahlen unlösbar wären, was sie aber in Wirklichkeit nicht sind.

Wir gehen also wohl nicht fehl in der Annahme, Zenon wende sich gegen die Lehre, Raum und Zeit bestün-

[1]) Vgl. M. Brochard, „Les prétendus sophismes de Zénon d'Élée", *Revue de Métaphysique et de Morale*, Bd. 1, pp. 209—215.

den aus Punkten und Augenblicken. Richtig scheint mir ferner, daß seine Sätze, wenn man sie auffaßt als eine Polemik gegen die Ansicht, eine endliche Raum- oder Zeitstrecke bestehe aus einer endlichen Anzahl von Punkten bzw. Augenblicken, durchaus keine Sophismen sind, sondern im Gegenteil volle Beweiskraft besitzen.

Die Schlußfolgerung, die Zenon nahelegen möchte, ist, daß die Vielheit auf einer Sinnestäuschung beruhe und Raum und Zeit in Wirklichkeit unteilbar seien. Die andere Schlußfolgerung, die möglich ist, daß nämlich die Anzahl der Punkte und Augenblicke unendlich sei, war nicht haltbar, solange der Begriff des Unendlichen mit Widersprüchen behaftet war. In einer neben den berühmten vier Beweisen gegen die Bewegung überlieferten fragmentarischen Schrift sagt Zenon:

„Wenn die Dinge viele sind, so müssen sie gerade so viele sein, wie sie sind, und weder mehr noch weniger. Wenn sie aber gerade so viele sind, wie sie sind, so ist ihre Zahl endlich."

„Wenn die Dinge viele sind, so ist ihre Zahl unendlich, denn zwischen ihnen gibt es immer andere Dinge, und zwischen diesen wiederum andere. So sind also die Dinge ihrer Zahl nach unendlich[1])."

Mit diesen Sätzen sucht er zu beweisen, daß, wenn es viele Dinge gäbe, ihre Zahl sowohl endlich wie auch unendlich sein müßte, was unmöglich ist; daraus müßte man schließen, daß es nur ein Ding gäbe. Der Beweis hat aber eine schwache Stelle in dem Satze: „Wenn sie aber gerade so viele sind, wie sie sind, so ist ihre Zahl endlich." Dieser Satz ist zwar nicht völlig klar,

[1]) Simplicius, *Phys.*, 140, 28 D. (R. P. 133); Burnet, *op. cit.*, pp. 364—365.

zweifellos aber liegt ihm die Annahme von der Unmöglichkeit bestimmter unendlicher Zahlen zugrunde. Ohne diese Annahme, von der wir heute wissen, daß sie falsch ist, sind die Argumente des Zenon wohl hinreichend, um (auf der Basis einiger begründeter Voraussetzungen) die Hypothese von den endlichen Unteilbaren zu zerstören, nicht aber, um damit die Unmöglichkeit von Bewegung, Veränderung und Vielheit nachzuweisen. Trotzdem sind wir auf keinen Fall berechtigt, sie als bloße Sophistereien abzutun; sie sind völlig ernstzunehmende Beweise und werfen Fragen auf, deren Beantwortung erst zweitausend Jahre später gelang und die auch heute noch den meisten Philosophen ernstliche Schwierigkeiten bereiten.

Der erste von Zenons Beweisen ist das Beispiel von der Rennbahn, das von Burnet[1]) folgendermaßen frei wiedergegeben wird:

„Es ist unmöglich, ans Ende einer Rennbahn zu gelangen, denn man kann nicht eine unendliche Zahl von Punkten in einer endlichen Zeit durchlaufen. Ehe man irgendeine gegebene Entfernung durcheilen kann, muß man zunächst die Hälfte derselben durchlaufen, von dieser wieder zuerst die Hälfte. Das geht *ad infinitum* so fort, so daß es in jeder gegebenen Entfernung eine unendliche Zahl von Punkten gibt, und man kann eine unendliche Anzahl nicht nacheinander in einer endlichen Zeitstrecke berühren[2])."

[1]) *op. cit.*, p. 367.

[2]) Die Worte des Aristoteles sind folgende: „Der erste handelt über das Nichtsein der Bewegung auf Grund des Umstandes, daß das sich Bewegende stets zuerst den mittleren Punkt erreichen muß, ehe es an das Ende kommen kann, worüber wir schon in den vorausgehenden Betrachtungen unsere Ansicht dargelegt haben." *Phys.*,

Zenon beruft sich hier in erster Linie auf die Tatsache, daß jede noch so kleine Entfernung halbiert werden kann. Daraus folgt natürlich, daß eine unendliche Zahl von Punkten in einer Linie enthalten sein muß. Aber, so fährt er nach der Darstellung des Aristoteles fort, man kann in einer endlichen Zeitstrecke nicht eine unendliche Zahl von Punkten *einen nach dem andern* berühren. Die Worte „einen nach dem andern" sind wichtig. 1. Wenn man *alle* Punkte, die berührt werden, im Auge hat, so kann man, selbst wenn die Strecke in stetiger Bewegung durchlaufen wird, nicht sagen, man berührte die Punkte „einen nach dem andern." Denn, nachdem man einen

VI. 9. 239 B (R. P. 136). Aristoteles scheint hier anzuspielen auf *Phys.*, VI. 2. 223 AB (R. P. 136 A): „Alle Ausdehnung ist stetig, denn dieselben Teilungen gelten für die Zeit und für die Ausdehnung. . . . Darum ist auch an dem, was Zenon sagt, etwas Unwahres: daß es nicht möglich sei, das Unbegrenzte zu durchgehen oder es im Einzelnen zu berühren in begrenzter Zeit. Zwiefach nämlich heißt sowohl die Länge als auch die Zeit ‚unbegrenzt', und überhaupt alles Stetige: entweder nach dem, was durch Teilung sich ergibt, oder nach dem Äußersten. Von demjenigen nun, was dem Äußersten nach unbegrenzt ist, findet keine Berührung statt in begrenzter Zeit; von dem aber, was der Teilung nach unbegrenzt ist, findet sie statt, denn auch die Zeit selbst ist in diesem Sinne unbegrenzt. So geschieht es, daß in der unbegrenzten Zeit, und nicht in der begrenzten, das Unbegrenzte durchgangen, und berührt wird das Unbegrenzte mittels eines Unbegrenzten, und nicht mittels eines Begrenzten." Philoponus, ein im sechsten Jahrhundert lebender Kommentator (R. P. 136 A, *Exc. Paris Philop. in Arist. Phys.*, 803, 2. Vit.), gibt dazu die folgende Erklärung: „Denn wenn ein Ding in einer Stunde um eine Elle fortbewegt würde, so müßte es notwendig alle die unendlich vielen auf jeder Strecke vorhandenen Punkte berühren, es müßte also in einer begrenzten Zeit eine unbegrenzte Zahl von Punkten durchlaufen, was aber unmöglich ist."

Punkt berührt hat, ist kein Punkt da, den man als nächsten berühren könnte: keine zwei Punkte können sich je gegenseitig die nächsten sein, sondern zwischen je zweien von ihnen befindet sich stets noch eine unendliche Zahl anderer Punkte, die man nicht einen nach dem andern aufzählen kann. 2. Wenn man dagegen nur an die bei fortgesetzter Halbierung sich ergebenden Mittelpunkte denkt, dann werden allerdings diese Punkte einer nach dem andern erreicht, ja — trotzdem ihre Zahl unendlich ist — sogar tatsächlich alle innerhalb einer endlichen Zeitstrecke. Zenon stützt sich bei seinem Beweis für das Gegenteil vermutlich auf die Meinung, eine endliche Zeitstrecke müsse aus einer endlichen Zahl von Augenblicken bestehen, in welchem Falle allerdings sein Beweis vollkommen richtig wäre, unter der Voraussetzung, daß die Möglichkeit einer fortgesetzten Halbierung nicht zu leugnen ist. Fassen wir Zenons Beweis dagegen als eine Polemik gegen die Verfechter der unendlichen Teilbarkeit auf, so müssen wir seinen Gedankengang ungefähr folgendermaßen interpretieren[1]): „Die Mittelpunkte, die sich ergeben, wenn man den jeweils noch zu durchlaufenden Rest der Strecke immer weiter halbiert, sind ihrer Zahl nach unendlich und werden nacheinander erreicht, und zwar jeder von ihnen eine endliche Zeit später als der vor ihm liegende Punkt. Aber die Summe einer unendlichen Zahl von endlichen Zeitabschnitten ist unendlich groß, und der Vorgang kann deshalb niemals vollendet werden." Es ist leicht möglich, daß dies die historisch richtige Auffassung ist,

[1]) Vgl. C. D. Broad, „Note on Achilles and the Tortoise", *Mind*, N. S., Bd. XXII, pp. 318—319.

aber in dieser Form ist der Beweis ungültig. Wenn die Hälfte der Bewegung eine halbe Minute beansprucht, und das nächste Viertel eine viertel Minute usf., so dauert die ganze Bewegung eine Minute. Die scheinbare Beweiskraft des Gedankenganges liegt bei der zuletzt angeführten Auslegung allein in der irrtümlichen Voraussetzung, jenseits einer unendlichen Reihe könne es nichts mehr geben — eine Voraussetzung, deren Unrichtigkeit man sofort einsieht, wenn man daran denkt, daß z. B. die Zahl 1 jenseits der unendlichen Reihe: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{16}$ . . . liegt.

Der zweite von den Beweisen des Zenon ist der von Achilles und der Schildkröte, der zu größerer Berühmtheit gelangt ist, als die andern und von Burnet[1]) folgendermaßen umschrieben wird:

„Achilles kann die Schildkröte niemals überholen. Er muß zuerst den Platz erreichen, an dem die Schildkröte den Wettlauf beginnt. Während dieser Zeit ist die Schildkröte ein Stückchen vorwärts gekommen. Wenn Achilles bei diesem Punkte anlangt, so hat die Schildkröte inzwischen wiederum einen kleinen Vorsprung gewonnen. Er kommt ihr zwar immer näher, kann sie aber niemals völlig einholen[2])."

Der Gedankengang ist bei diesem Beweise im wesentlichen derselbe wie beim vorigen. Es wird gezeigt, daß

[1]) *op. cit.*

[2]) Die Worte des Aristoteles lauten: „Der zweite ist der sogen. Achilles. Er besteht darin, daß der Langsamere im Laufen nie eingeholt werden wird von dem Schnelleren. Denn der Verfolgende muß stets erst zu dem Punkte kommen, den der Fliehende gerade verlassen hat, so daß der Langsamere stets mehr oder weniger voraus sein muß." *Phys.*, VI. 9. 239 B (R. P. 137).

Achilles — wenn er die Schildkröte überhaupt einholt — dies nur nach Ablauf einer unendlichen Zahl von Augenblicken tun kann. Das ist tatsächlich richtig; nicht richtig ist aber die Meinung des Zenon, eine unendliche Zahl von Augenblicken müßte eine unendlich lange Zeitstrecke ausmachen. Die Schlußfolgerung, Achilles könne die Schildkröte niemals einholen, besteht demnach nicht zu recht.

Sehr interessant ist der dritte Beweis[1]), der das Beispiel mit dem Pfeil enthält. Der Text dieses Beweises ist umstritten. Burnet übernimmt die von Zeller vorgeschlagenen Konjekturen und gibt folgende Darstellung:

„Der fliegende Pfeil ist in Ruhe. Denn, wenn etwas in Ruhe ist, solange es einen Raum einnimmt, der ihm gleich ist, und etwas, das zu einer gegebenen Zeit sich im Fluge befindet, stets einen Raum einnimmt, der ihm gleich ist, so kann es sich nicht bewegen."

Die wörtliche Übersetzung des unveränderten Textes der Formulierung des Beweises durch Aristoteles muß jedoch nach Prantl folgendermaßen lauten: „Wenn alles, das sich in gleichförmiger Weise verhält, entweder in beständiger Ruhe oder beständiger Bewegung, alles sich Bewegende aber stets im *Jetzt* ist, so ist der fliegende Pfeil ohne Bewegung." Diese Form des Satzes bringt die ihm innewohnende Beweiskraft klarer zum Ausdruck als Burnets Erläuterung.

Wenn nicht in den zwei ersten Beweisen, so erscheint hier die Ansicht vorherrschend, eine endliche Zeit-

[1]) *Phys.*, VI. 9. 239 B (R. P. 138).

strecke bestehe aus einer endlichen Reihe aufeinanderfolgender Augenblicke. Auf jeden Fall steht und fällt die Überzeugungskraft dieses dritten Beweises mit der Voraussetzung, es gäbe aufeinanderfolgende Augenblicke. Während der Dauer eines Augenblicks, so wird behauptet, ist ein in Bewegung befindlicher Körper, wo er ist. Er kann sich während des Augenblicks nicht bewegen, denn dazu müßte der Augenblick Teile haben. Stellen wir uns also einen Zeitraum vor, der aus tausend Augenblicken besteht, und nehmen wir an, der Pfeil sei während dieses Zeitraumes in Bewegung. In jedem der tausend Augenblicke ist der Pfeil, wo er ist, obgleich er im nächsten Augenblick anderswo ist. Er bewegt sich niemals, sondern die Ortsveränderung muß durch irgendein Wunder *zwischen* den Augenblicken vor sich gehen, mit anderen Worten: überhaupt zu keiner Zeit. Hier haben wir das, was Bergson als kinematographische Wiedergabe der Wirklichkeit bezeichnet. Je länger und angestrengter man über diese Schwierigkeit nachdenkt, um so größer wird sie. Die Lösung liegt in der Theorie der stetigen Reihe: es fällt uns schwer, die Vorstellung auszuschalten, daß es für den fliegenden Pfeil eine *nächste* Stellung geben müsse, die er im *nächsten* Augenblick einnähme, aber in Wahrheit gibt es keine nächste Stellung und keinen nächsten Augenblick, und wenn man sich das einmal unerbittlich klargemacht hat, so sieht man, daß die Schwierigkeit verschwindet.

Der vierte und letzte von den Beweisen des Zenon gegen die Bewegung[1]) ist der Stadium-Beweis, der von Burnet folgendermaßen dargestellt wird:

[1]) *Phys.*, VI. 9. 239 B (R. P. 139).

Erste Stellung.	Zweite Stellung.
A	A . . . .
B	B . . . .
C	C . . . .

„Die halbe Zeit kann gleich der doppelten Zeit sein. Nehmen wir drei Reihen von Körpern an, von denen eine (A) sich in Ruhe befindet, während die beiden anderen (B, C) sich mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung bewegen. Nach einiger Zeit (solange sich noch Körper der Reihen B und C gegenüberstehen) hat B zweimal soviele Körper von C als von A passiert. Die Zeit, welche B braucht, um A zu passieren, ist also gleich dem Doppelten der zum Passieren von C notwendigen Zeit. Die Zeit, welche B und C brauchen würden, um die Stellung von A wieder zu erreichen, ist aber die gleiche. Folglich ist die doppelte Zeit gleich der halben Zeit."

Gaye widmet der Auslegung dieses Beweises einen interessanten Aufsatz[1]), in dem er die Darstellung des Aristoteles folgendermaßen übersetzt:

„Der vierte Beweis ist der von den zwei Reihen von Körpern, die aus der gleichen Zahl von Körpern gleicher Größe bestehen und mit gleicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung, in einer Rennbahn aneinander vorbeilaufen, wobei die eine ursprünglich den Raum zwischen Ziel und Mitte der Rennstrecke, die andere den Raum zwischen Mitte und Rennpfosten einnimmt. Daraus folgt nach Zenon, daß die halbe Zeit gleich der doppelten Zeit ist. Der Fehl-

[1]) *Loc. cit.*

schluß liegt in der Annahme, ein Körper brauche die gleiche Zeit, um mit gleicher Geschwindigkeit einen Körper zu passieren, der sich in Bewegung befindet, und einen ruhenden Körper von gleicher Größe. Diese Annahme ist aber falsch. Zum Beispiel (so lautet der Beweis) seien AA... die stehenden, gleichgroßen Körper, BB... die AA... an Zahl und Größe gleichen Körper, welche ursprünglich die zwischen den Rennpfosten und der Mitte der AA... eingeschlossene Hälfte der Bahn einnehmen, und CC... die an Zahl, Größe und Geschwindigkeit den BB... gleichen Körper, die zu Beginn die andere Hälfte der Bahn, vom Ziele bis zur Mitte der AA..., einnehmen. Daraus ergibt sich dreierlei: Erstens erreicht beim gegenseitigen Passieren der BB... und CC... das erste B das letzte C im gleichen Augenblick, wo das erste C das letzte B erreicht. Zweitens hat in diesem Augenblick das erste C alle AA... passiert, während das erste B nur die Hälfte der AA... passiert und folglich nur halb soviel Zeit gebraucht hat wie das erste C, da jedes von ihnen die gleiche Zeit braucht, um alle AA... zu passieren. Drittens haben im gleichen Augenblicke alle BB... alle CC... passiert, denn das erste C und das erste B werden gleichzeitig die entgegengesetzten Enden der Bahn erreichen, da (wie Zenon sagt) die von dem ersten C zum Passieren aller BB... gebrauchte Zeit gleich der Zeit ist, die es braucht, um alle AA... zu passieren; denn das erste B und das erste C brauchen beide die gleiche Zeit, um alle AA... zu passieren. Dies ist der Beweis. Es ergibt sich aber aus dem vorhin Gesagten, warum er falsch ist."

Es ist nicht ganz leicht, diesem Beweise zu folgen, Beweiskraft aber kommt ihm nur zu gegen die Annahme, eine endliche Zeitstrecke bestehe aus einer endlichen Zahl von Augenblicken. Wir wollen den Beweis mit etwas anderen Worten wiederholen: Stellen wir uns drei Exerziermeister vor: A, A′ und A″, die in einer Reihe stehen, während zwei Reihen von Soldaten in entgegengesetzter Richtung an ihnen vorbeimarschieren. Im ersten Augenblicke sollen die drei Soldaten B B′B″ der einen Reihe ebenso wie die drei Soldaten C C′C″ der anderen Reihe je einem der Exerziermeister gegenüberstehen. Schon im nächsten Augenblick haben sich beide Reihen fortbewegt; nun stehen B und C″ dem A′, und somit auch B und C″ einander gegenüber. Die Frage, auf die es ankommt, ist nun: Wann kamen B und C′ aneinander vorüber? Das muß irgendwann *zwischen* den beiden Augenblicken geschehen sein, die wir als unmittelbar aufeinanderfolgend angenommen hatten. In Wirklichkeit können also diese beiden Augenblicke nicht unmittelbar benachbart sein. Es folgt daraus, daß es zwischen je zwei gegebenen Augenblicken noch andere Augenblicke geben muß, und weiter, daß jedes gegebene Zeitintervall eine unendliche Zahl von Augenblicken enthält.

Daß B an C′ zu einem Zeitpunkt vorbeigekommen sein muß, der noch zwischen zwei unmittelbar benachbarten Augenblicken liegt, bedeutet in der Tat eine ernste Schwierigkeit, die aber nicht vollkommen mit derjenigen identisch ist, auf welche Zenon hinweisen wollte. Zenon will beweisen, daß „die Hälfte einer gegebenen Zeit gleich dem Doppelten dieser Zeit ist".

Die am leichtesten verständliche von allen mir bekannten Erklärungen dieses Beweises ist die von Gaye[1]). Da sie aber in wenigen Worten schwer wiederzugeben ist, so will ich statt dessen lieber noch einmal anführen, was mir an dem Beweise des Zenon in logischer Hinsicht wichtig zu sein scheint. Wenn wir annehmen, die Zeit bestehe aus einer Reihe dicht aufeinanderfolgender Augenblicke und die Bewegung sei das Durchlaufen einer solchen Reihe eng benachbarter Punkte, dann ist die schnellste Bewegung diejenige, bei welcher der sich bewegende Körper in jedem Augenblick in einem Punkte ist, der auf den Punkt, bei dem er im vorausgehenden Augenblick war, unmittelbar folgt. Bei jeder langsameren Bewegung muß es Augenblicke der Ruhe geben, und bei jeder schnelleren Bewegung müssen einige Punkte übersprungen werden. Alles das geht klar hervor aus dem Umstande, daß wir für jeden Augenblick nicht mehr als ein Ereignis haben können. Bei dem oben angeführten Beispiele mit den Exerziermeistern findet sich B in jedem neuen Augenblick einem neuen A gegenüber, die Anzahl der passierten Exerziermeister ist also gleich der Anzahl der seit dem Beginn der Bewegung verflossenen Augenblicke. Während derselben Bewegung hat B aber doppelt soviele C passiert und kann doch nicht mehr als je einen in jedem Augenblick passiert haben. Die Zahl der seit dem Beginn der Bewegung verflossenen Augenblicke ist daher doppelt so groß wie die Zahl der passierten A, obwohl wir vorhin festgestellt haben, sie sei gleich dieser Zahl. Aus dieser Tatsache ergibt sich der Zenonsche Schluß.

[1]) *Loc. cit.*, p. 105.

Zenons Beweise haben in irgendeiner Form die Grundlagen für fast alle Theorien von Raum, Zeit und Unendlichkeit geliefert, die seit den Tagen der Alten bis auf unsere Zeit aufgestellt worden sind. Wir haben gesehen, daß alle seine Beweise, sobald man ihm gewisse, gut begründete Hypothesen zugibt, triftig sind auf Grund der Annahme, endliche Räume und Zeiten bestünden aus einer endlichen Zahl von Punkten und Augenblicken. Ferner sahen wir, daß man als fast gewiß annehmen darf, der dritte und vierte Beweis seien auf dieser Voraussetzung aufgebaut, während der erste und zweite vielleicht das Gegenteil widerlegen sollten, in diesem Falle aber nicht überzeugend sind. Wir können also Zenons Paradoxien entweder dadurch entgehen, daß wir annehmen, obwohl Raum und Zeit aus Punkten und Augenblicken bestünden, sei deren Zahl in jedem endlichen Raum- oder Zeitteil unendlich groß, oder aber dadurch, daß wir die Zuasmmensetzung von Raum und Zeit aus Punkten und Augenblicken leugnen, oder endlich dadurch, daß wir die Realität von Raum und Zeit überhaupt in Abrede stellen. Zenon als ein Anhänger des Parmenides, scheint die letzte von diesen drei möglichen Konsequenzen gezogen zu haben, auf jeden Fall tat er es in bezug auf die Zeit. Darin sind ihm eine große Anzahl von Philosophen gefolgt; andere, wie Bergson, haben es vorgezogen, die Zusammensetzung von Raum und Zeit aus Punkten und Augenblicken zu leugnen. Jede dieser Lösungen beseitigt die Schwierigkeit in ihrer durch Zenon akut gewordenen Form. Wie wir bereits gesehen haben, kann man dieser Schwierigkeit auch dadurch Herr wer-

den, daß man die Existenz unendlicher Zahlen annimmt. Diese letztere, ebenso wie die Existenz von Reihen, bei denen keine zwei Glieder unmittelbar aufeinanderfolgen, muß aber schon aus Gründen, die mit Raum und Zeit nicht das Geringste zu tun haben, unbedingt angenommen werden. Man nehme z. B. alle echten Brüche und ordne sie ihrer Größe nach. Zwischen je zweien von ihnen gibt es immer noch andere, z. B. das arithmetische Mittel aus beiden. Es gibt also keine zwei Brüche, die unmittelbar aufeinanderfolgten, und die Gesamtzahl aller Brüche ist unendlich groß. Es ist leicht einzusehen, daß vieles von dem, was Zenon über die Punktreihe auf einer Linie sagt, ebenso gut auf die Reihe der echten Brüche Anwendung finden kann. Da wir die Existenz von Brüchen aber nicht leugnen können, sind uns zwei von den oben angeführten Auswegen verschlossen. Wenn wir also alle Schwierigkeiten, die von derselben Art wie die des Zenon und durch Analogie von ihr abzuleiten sind, generell lösen wollen, so kann dies nur geschehen auf dem Wege über die Entdeckung einer haltbaren Theorie der unendlichen Zahl. Es verlohnt sich daher der Mühe, einen Blick auf die Gründe zu werfen, welche zu allen Zeiten, ausgenommen die letzten dreißig Jahre, die Philosophen bestimmt haben, unendliche Zahlen für unmöglich zu halten.

Die im Begriff des Unendlichen enthaltenen Schwierigkeiten sind von zweierlei Art. Die der ersten Art werden wir bald als Täuschung erkennen, während die der zweiten Art zu ihrer Lösung allerdings eine neue und nicht ganz leicht zu erlernende Denkmethode erfordern.

Die nur scheinbaren Schwierigkeiten sind erstens durch die Etymologie suggerierte, zweitens durch Begriffsverwechslung entstandene, wobei ich die Verwechslung des mathematischen Unendlich mit dem von der Philosophie in anmaßender Weise als das „wahre" Unendlich bezeichneten im Auge habe. Etymologisch bedeutet der Ausdruck „unendlich", daß etwas „kein Ende hat". In Wahrheit liegt aber die Sache so, daß einige von den unendlichen Reihen ein Ende haben, andere nicht, während es auf der anderen Seite Klassen gibt, die unendlich sind, ohne die Form einer Reihe zu haben, und daher im eigentlichen Sinne des Wortes weder als „endlos", noch als „ein Ende habend" angesehen werden können. Die Reihe der Augenblicke von irgendeinem früheren bis zu irgendeinem späteren Zeitpunkt (unter Einschluß beider) ist unendlich, hat aber zwei Enden; die Reihe der Augenblicke vom Anfang aller Zeiten bis zur Gegenwart hat ein Ende, ist aber unendlich. Kant scheint in seiner ersten Antinomie die Ansicht zu vertreten, daß es die Vergangenheit schwerer habe, unendlich zu sein, als die Zukunft, da ja die erstere vollendet sei und nichts Unendliches vollendet sein könne. Es ist schwer zu sehen, wie Kant mit dieser Bemerkung einen vernünftigen Sinn hat verbinden können, es ist aber höchst wahrscheinlich, daß er dabei an das Unendliche als das „Unbeendete" gedacht hat. Merkwürdigerweise sieht er nicht, daß auch die Zukunft ein Ende hat — nämlich in der Gegenwart — und darin mit der Vergangenheit ganz auf einer Stufe steht. Die Tatsache, daß er beide als in dieser Hinsicht verschieden ansieht, ist ein Beispiel für jene

Überschätzung der Bedeutung der Zeit, die — wie wir schon festgestellt haben, als wir über Parmenides sprachen — der echte Philosoph zu überwinden lernen muß.

Die Verwirrung, die durch das sogenannte „wahre" Unendlich in den Köpfen vieler Philosophen angerichtet wurde, ist ganz erstaunlich. Sie sehen wohl, daß dieser Begriff nicht dasselbe ist wie das mathematische Unendlich, aber sie halten es für den Begriff, zu dem ihrer Meinung nach die Mathematiker vergeblich zu kommen suchten. Den letzteren wird darum höflich, aber bestimmt bedeutet, das Unendlich, mit dem sie arbeiten, sei „falsch", da offenkundig das „wahre" Unendlich etwas ganz anderes sei. Die Antwort auf diese Zumutung lautet, daß der Begriff, den gewisse Philosophen als das „wahre" Unendlich bezeichnen, für das Problem des mathematischen Unendlich ohne jede Bedeutung ist und zu ihm nur scheinbar in noch dazu ganz äußerlicher Beziehung steht. So äußerlich ist diese Beziehung, daß ich davon absehen kann, die Frage noch komplizierter zu gestalten, indem ich auch nur erwähne, was man unter dem „wahren" Unendlich verstanden wissen will. Uns beschäftigt hier allein das „falsche" Unendlich, und unsere Aufgabe wird es sein, zu zeigen, daß es die Bezeichnung „falsch" nicht verdient.

Daneben gibt es allerdings auch einige wirkliche Schwierigkeiten, die sich dem Verständnis des Unendlichen entgegenstellen: gewisse Denkgewohnheiten, die wir bei der Betrachtung der endlichen Zahlen gewonnen haben und — unter dem Zwange der irrtümlichen Vor-

stellung, sie seien logisch notwendig — allzuschnell auch auf die unendlichen Zahlen ausdehnen. Z. B. hat jede der uns vertrauten Zahlen außer 0 eine andere Zahl unmittelbar vor sich, aus der sie durch Addition von 1 hervorgeht. Die erste unendliche Zahl besitzt diese Eigenschaft aber keineswegs. Die Zahlen vor ihr bilden eine unendliche Reihe, die alle gewöhnlichen endlichen Zahlen enthält und kein Maximum besitzt, d. h. keine letzte endliche Zahl, von der aus wir mit einem Schritt in das Reich des Unendlichen gelangen könnten. Wenn man annimmt, die erste unendliche Zahl sei durch eine Reihe kleiner Schritte zu erreichen, so ist allerdings ihre logische Unmöglichkeit unschwer nachzuweisen. Die erste unendliche Zahl liegt aber in Wahrheit jenseits der ganzen endlosen Reihe der endlichen Zahlen. „Aber, so wird man vielleicht einwenden, jenseits einer endlosen Reihe kann es überhaupt nichts mehr geben!“ Dies ist, wie wir sogleich sehen werden, das Prinzip, auf das sich auch Zenon in seinem Beispiel von der Rennbahn und in dem sog. Achilles stützt. Nehmen wir das erstere: Da ist der Augenblick, wo der Läufer noch die Hälfte der Entfernung zurückzulegen hat, dann der Augenblick, wo es noch ein Viertel ist, dann ein Achtel usf., in einer Reihe, die absolut kein Ende hat. Jenseits dieser ganzen Reihe liegt der Augenblick, in dem der Läufer das Ziel erreicht. Es gibt also tatsächlich noch etwas jenseits einer ganzen unendlichen Reihe. Es bleibt uns aber noch übrig, zu zeigen, daß eben diese Tatsache und nichts anderes zu erwarten war.

Wie die meisten der mehr undeutlich empfundenen, als klar erkannten Schwierigkeiten im Begriff des mathematischen Unendlich, so hängt meines Erachtens auch diese damit zusammen, daß — uns mehr oder weniger unbewußt — auch hier die Vorstellung des *Zählens* hereinspielt. Wenn man sich vornimmt, die Glieder einer unendlichen Klasse zu zählen, so wird man mit dieser Aufgabe allerdings niemals fertig werden. Wenn, mit anderen Worten, im Falle des Läufers die Hälfte, drei Viertel, sieben Achtel usw. der zu durchlaufenden Strecke markiert wären und der Läufer keine dieser Markierungen passieren dürfte, ehe der Schiedsrichter ihm das Zeichen dazu gegeben hätte, dann allerdings würde die Schlußfolgerung Zenons sich auch in der Praxis als richtig erweisen und der Läufer das Ziel niemals erreichen.

Es ist aber für die Existenz einer Klasse, ja sogar für unsere Einsicht in deren Wesen, ohne jede Bedeutung, ob wir imstande sind, ihre Glieder eines nach dem anderen herzunehmen. Das wird schon am Beispiel der endlichen Klasse klar: wir sprechen von der „Menschheit" oder der „menschlichen Rasse", obgleich viele der Individuen in dieser Klasse uns nicht persönlich bekannt sind. Wir sind dazu berechtigt, weil wir gewisse Merkmale kennen, die alle dieser Klasse angehörenden Individuen, und zwar nur diese, besitzen. Genau dasselbe ist der Fall bei den unendlichen Klassen: sie können uns durch die gemeinsamen Eigenschaften ihrer einzelnen Glieder bekannt sein, obwohl wir diese selbst nicht aufzuzählen vermöchten. In diesem Sinne ist es sehr wohl möglich, daß eine Reihe zwar endlos

ist, aber doch ein Ganzes bildet, und daß es jenseits dieses Ganzen noch weitere Glieder gibt.

Einige rein arithmetische Besonderheiten der unendlichen Zahlen haben ebenfalls Verwirrung angestiftet. Z. B. wird eine unendliche Zahl durch Hinzufügen von 1 oder durch Verdoppelung nicht vergrößert. Derartige Besonderheiten scheinen manchem in Widerspruch zur Logik zu stehen, in Wirklichkeit aber widersprechen sie nur unseren eingewurzelten Denkgewohnheiten. Die ganze mit diesem Gegenstand verbundene Schwierigkeit liegt in der Notwendigkeit, ungewohnte Denkoperationen zu vollziehen und uns klarzumachen, daß Eigenschaften, die wir bisher für wesentliche Merkmale aller Zahlen gehalten hatten, tatsächlich nur den endlichen Zahlen zukommen. Wer sich diese wichtige Tatsache stets vor Augen hält, dem wird die positive Theorie der Unendlichkeit, die uns in der nächsten Vorlesung beschäftigen soll, nicht so schwierig erscheinen wie jenen, die nicht von den Vorurteilen lassen können, welche der in früher Jugend genossene arithmetische Unterricht in ihnen großgezogen hat.

Siebente Vorlesung

Die positive Theorie des Unendlichen

Die positive Theorie des Unendlichen und die allgemeine Zahlentheorie, zu deren Aufstellung sie die Veranlassung gegeben hat, gehören zu den stolzesten Triumphen, welche die wissenschaftliche Methode in der Philosophie bisher errungen hat, und sind besonders gut geeignet, den logisch-analytischen Charakter dieser Methode zu exemplifizieren. Die bahnbrechende Arbeit über diesen Gegenstand ist von Mathematikern geleistet worden, und die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich in mathematischen Symbolen zum Ausdruck bringen. Warum also, so werden Sie versucht sein zu fragen, soll dieser Problemkomplex der Philosophie statt der Mathematik zugezählt werden? Das ist in der Tat eine schwierige Frage, deren Beantwortung teilweise allerdings nur den Sprachgebrauch betrifft, teilweise aber von vitaler Bedeutung für das rechte Verständnis der Philosophie und ihres Aufgabenkreises ist. *Jeder* Gegenstand, so scheint es, kann vom philosophischen ebensogut wie vom einzelwissenschaftlichen Standpunkt aus behandelt werden; der Unterschied zwischen diesen beiden Behandlungsarten ist ein Unterschied der Richtung, welche die Untersuchung in jedem Falle zu nehmen hat, und ebenso ein Unterschied in bezug auf die Art der Einsichten, zu denen zu gelangen jede von

ihnen hoffen kann. In den Einzelwissenschaften, wenigstens soweit diese schon zu einer Wissenschaft ausgebildet sind, ist die Untersuchung nach vorwärts gerichtet und synthetisch, vom Einfacheren zum Komplizierteren fortschreitend; in der Philosophie schlagen wir dagegen die entgegengesetzte Richtung ein: vom Zusammengesetzten und relativ Konkreten schreiten wir auf dem Wege der logischen Zergliederung weiter zum Einfachen und Abstrakten, indem wir versuchen, die Besonderheit des unserer Betrachtung zugrunde liegenden konkreten Falles zu eliminieren und unsere Aufmerksamkeit einzig und allein der logischen Form zuzuwenden.

Philosophie und reine Mathematik haben eine gewisse Verwandtschaft miteinander, welche vor allem in der Tatsache beruht, daß beide allgemein und apriorisch sind. Keine von ihnen stellt Behauptungen auf, welche — wie die der Geschichte und Geographie — von der konkreten Wirklichkeit in ihrer Besonderheit abhängig wären. Wir können diese allen philosophischen und mathematischen Sätzen gemeinsame Eigenschaft am besten illustrieren, indem wir an Leibniz' Vorstellung von den vielen *möglichen* Welten denken, von denen nur eine einzige *wirklich* ist. In allen den vielen möglichen Welten sind Philosophie und Mathematik dieselben; Unterschiede bestehen nur in bezug auf die Einzeltatsachen, die durch die beschreibenden Wissenschaften registriert werden. Jene Eigenschaften also, durch welche sich unsere wirkliche Welt von den vielen im abstrakten Sinne möglichen Welten unterscheidet, müssen von der Philosophie und der Mathematik glei-

cherweise vernachlässigt werden. Mathematik und Philosophie unterscheiden sich jedoch in der Art und Weise, wie sie die allgemeinen, allen möglichen Welten zukommenden Eigenschaften behandeln; denn während die Mathematik, von verhältnismäßig einfachen Sätzen ausgehend, durch Anwendung der deduktiven Synthesis zu mehr und mehr komplexen Ergebnissen zu gelangen sucht, besteht das Verfahren der Philosophie im Gegenteil darin, daß sie ausgeht von den Daten des naiven Bewußtseins und versucht, diese durch Reinigung und Verallgemeinerung auf die einfachste und abstrakteste Form zurückzuführen, die mit Hilfe der logischen Zergliederung erreichbar ist.

Diesen Unterschied zwischen Mathematik und Philosophie kann man sich an dem von uns behandelten Problem, das die Natur des Zahlbegriffs zum Gegenstand hat, besonders gut klarmachen. Beide gehen aus von bestimmten augenscheinlichen und durch eine Nachprüfung zu erhärtenden Tatsachen in bezug auf die Zahlen. Die Mathematik aber benützt diese Tatsachen dazu, um von ihnen immer kompliziertere Sätze abzuleiten, während die Philosophie im Gegensatz dazu versucht, auf analytischem Wege von den gegebenen Tatsachen auf andere, noch einfachere und fundamentalere, zurückzuschließen, die ihrem Wesen nach besser geeignet sind, die Grundlage der Arithmetik abzugeben. Mit Bezug auf unseren Gegenstand lautet die Frage, die den Philosophen interessiert: „Was ist eine Zahl?“ Der Mathematiker als solcher braucht diese Frage überhaupt nicht zu stellen, wenn er nur über die praktischen Eigenschaften der Zahlen soviel weiß, wie er braucht, um

seine Sätze abzuleiten. Da wir uns hier mit einem Gegenstand aus dem Gebiete der Philosophie beschäftigen, so müssen wir wohl oder übel versuchen, auf die Frage des Philosophen eine Antwort zu finden, um so mehr, als, wie wir sehen werden, die Antwort auf die Frage: was ist eine Zahl?, die wir in dieser Vorlesung zu finden versuchen wollen, zugleich mit den im Begriff des Unendlichen noch liegenden Schwierigkeiten, mit denen wir uns früher beschäftigt haben, endgültig aufräumt.

Die Frage: was ist eine Zahl? wurde bis auf die jüngste Zeit niemals auf dem Wege in Angriff genommen, der allein zu einer klaren Antwort führen kann. Die Philosophen beruhigten sich meist bei so unbestimmten Aussagen wie etwa „Die Zahl ist die Einheit in der Vielheit". Eine typische Definition dieser Art ist die folgende, Sigwarts *Logik* (§ 66, Abschnitt 3) entnommene, die lautet: „Jede Zahl ist nicht bloß Vielheit, sondern eine Vielheit als zusammengefaßt und abgeschlossen, und insofern als Einheit gedacht." Nun enthalten alle solche Definitionen einen ganz elementaren Irrtum, einen Irrtum, wie ich ihn z. B. begehen würde, wenn ich sagte: „Gelb ist eine Blume", weil einige Blumen gelb sind. Denken wir uns z. B. die Zahl 3. Eine Sammlung von drei Dingen könnte mit Recht beschrieben werden als „eine Vielheit als zusammengefaßt und abgeschlossen und insofern als Einheit gedacht"; aber eine Sammlung von drei Dingen ist nicht identisch mit der Zahl 3. Die Zahl 3 ist vielmehr etwas allen aus drei Dingen bestehenden Sammlungen Gemeinsames, aber sie ist nicht selbst eine Sammlung von drei Dingen. Die angeführte Definition er-

reicht also, abgesehen von anderen Mängeln, nicht den notwendigen Grad von Abstraktheit: die Zahl 3 ist etwas weit Abstrakteres, als irgendeine Sammlung von drei Dingen sein könnte.

Solche unbestimmten philosophischen Definitionen konnten jedoch gerade wegen ihrer Unbestimmtheit keinen großen Schaden anrichten. Was im Geiste der meisten Menschen, wenn sie an die Zahl denken, wirksam ist, ist die Vorstellung, Zahlen seien ein Ergebnis des *Zählens*. „Auf der Bewußtheit des dem Zählen zugrundeliegenden Gesetzes", so sagt Sigwart am Beginne seiner Erörterung über den Zahlbegriff, „beruht die Möglichkeit, die Reihe der Zahlen willkürlich ad infinitum zu verlängern". Diese Vorstellung, als würde die Zahl durch die Operation des Zählens hervorgebracht, ist psychologisch das Haupthindernis, das einem richtigen Verständnis der unendlichen Zahl im Wege steht. Die Operation des Zählens wird, da sie uns seit langem vertraut ist, fälschlicherweise für einfach gehalten, während sie in Wahrheit außerordentlich kompliziert ist und nur dann überhaupt einen Sinn hat, wenn den Zahlen schon irgendeine, vom Vorgang des Zählens unabhängige, Bedeutung innewohnt. Die unendlichen Zahlen aber können durch Zählen überhaupt nicht erreicht werden. Der Irrtum ist von derselben Art, als wenn wir die Kuh definieren wollten als das, was man beim Viehhändler kaufen kann. Wer verschiedene Viehhändler kennen würde, ohne jedoch jemals eine Kuh gesehen zu haben, könnte versucht sein, dies für eine ausgezeichnete Definition zu halten, wenn er aber in die Lage käme, auf der Reise einmal einer Herde wildlebender

Kühe zu begegnen, so würde er vielleicht behaupten, dies könnten keine Kühe sein, weil sie nicht beim Viehhändler zu kaufen wären. Genau so ist von den unendlichen Zahlen behauptet worden, sie seien überhaupt keine Zahlen, weil sie nicht durch Zählen erreicht werden könnten.

Es ist der Mühe wert, einen Augenblick darüber nachzudenken, worin das Zählen eigentlich besteht. Wir zählen eine Reihe von Gegenständen, indem wir unsere Aufmerksamkeit nacheinander auf jeden einzelnen dieser Gegenstände richten und dabei jedesmal eine Zahl hersagen. Die letzte Zahl, die wir bei diesem Vorgang vor uns hinsagen, ist die Zahl der Gegenstände, und das Zählen ist eine Methode, um die Zahl der Gegenstände herauszufinden. Diese so einfach scheinende Operation ist aber in Wirklichkeit außerordentlich kompliziert, und wer da meint, sie sei die logische Grundlage der Zahlen, gibt damit zu erkennen, daß er nicht imstande ist, eine logische Zergliederung vorzunehmen. Zunächst kann nicht behauptet werden, daß wir, indem wir beim Zählen „eins, zwei, drei, ... " vor uns hinsagen, die Zahl der Gegenstände entdecken, wenn wir nicht mit den Worten „eins, zwei, drei, ... " schon eine bestimmte Bedeutung verknüpfen. Ein Kind kann lernen, die Zahlen wie die Buchstaben des Alphabets in der richtigen Reihenfolge herzusagen, ohne irgendwelchen Sinn damit zu verknüpfen. Ein solches Kind kann zwar vom Standpunkte des Erwachsenen aus richtig zählen, ohne eine Vorstellung mit den Zahlen zu verbinden, aber vernünftig kann nur zählen, wer schon einen Begriff mit jeder Zahl verbindet, die er vor sich hinsagt.

Daraus ergibt sich, daß das Zählen nicht die logische Grundlage für den Zahlbegriff abzugeben vermag.

Ferner: wie können wir wissen, daß die letzte Zahl, die wir beim Zählen hersagen, die Zahl der gezählten Gegenstände ist? Dies ist wiederum eine von den Tatsachen, die uns allzu vertraut sind, als daß wir uns über ihre Bedeutung schon klar geworden wären. Wer aber für einen Logiker gelten will, muß sich daran gewöhnen, gerade über solche Tatsachen nachzudenken. In der in Rede stehenden Tatsache nun sind zwei Urteile enthalten: erstens, daß die Zahl der Zahlen von 1 bis zu einer gegebenen Zahl eben diese Zahl ist (die Zahl der Zahlen von 1 bis 100 z. B. gleich hundert); zweitens, daß — wenn eine Reihe von Zahlen zur Bezeichnung einer Reihe von Gegenständen verwendet werden kann, wobei jede Zahl nur einmal vorkommt — dann die Zahl der die Gegenstände bezeichenden Zahlen dieselbe ist, wie die Zahl der Gegenstände. Der erste dieser Sätze ist einem einfachen arithmetischen Beweise zugänglich, solange es sich um endliche Zahlen handelt, aber nach der ersten unendlichen Zahl hört er auf, richtig zu sein. Der zweite Satz bleibt richtig und ergibt sich tatsächlich, wie wir noch sehen werden, unmittelbar aus der Definition der Zahl. Weil aber der erste Satz nicht zutrifft, wo unendliche Zahlen in Frage kommen, so ist das Zählen, selbst wenn es in allen Fällen praktisch möglich wäre, nicht die richtige Methode, um die Zahl der Glieder in einer Sammlung festzustellen, und würde verschiedene Ergebnisse zeitigen, je nach der Art, wie es ausgeführt würde.

Die bekannten unendlichen Zahlen unterscheiden sich

von den endlichen in doppelter Hinsicht: erstens besitzen sie im Gegensatz zu den endlichen eine Eigenschaft, die ich als *Reflexivität* bezeichnen will; zweitens eignet den endlichen Zahlen im Gegensatz zu den unendlichen das, was ich mit dem Ausdruck *Induktivität* kennzeichnen möchte. Wir wollen diese beiden Eigenschaften nacheinander einer Betrachtung unterziehen.

1. *Reflexivität.* — Wir sagen von einer Zahl, sie sei *reflexiv*, wenn sie durch Hinzufügung von 1 nicht vergrößert wird. Daraus ergibt sich unmittelbar, daß einer reflexiven Zahl jede endliche Zahl hinzugefügt werden kann, ohne daß sie dadurch größer würde. Diese Eigenschaft der unendlichen Zahlen wurde bis auf die jüngste Zeit für widerspruchsvoll erklärt; seit dem Bekanntwerden der Arbeiten von Georg Cantor hat man jedoch eingesehen, daß sie zwar auf den ersten Blick erstaunlich, aber keinesfalls in höherem Grade widerspruchsvoll ist als die Tatsache, daß unsere Antipoden nicht von der Erde herunterfallen. Auf Grund dieser Eigenschaft kann man eine gegebene unendliche Sammlung von Gegenständen um jede beliebige endliche Zahl von Gegenständen vermehren oder vermindern, ohne daß die Zahl der Sammlung dadurch größer oder kleiner würde. Unter bestimmten Umständen kann man sogar eine unendliche Zahl von Gegenständen hinzufügen oder fortnehmen, ohne die Gesamtzahl zu verändern. Diese Tatsache wollen wir uns zunächst an der Hand von anschaulichen Beispielen klarmachen.

Man schreibe sämtliche Grundzahlen 0, 1, 2, 3, ... in einer Reihe auf und unmittelbar darunter die Zahlen

1, 2, 3, 4, ..., so daß 1 unter 0, 2 unter 1, usw. zu stehen kommt; also

0, 1, 2, 3, ... n . . .
1, 2, 3, 4, ... n + 1 . . .

Dann hat jede Zahl der oberen Reihe je eine Zahl der unteren Reihe unmittelbar unter sich stehen, und in keiner der beiden Reihen kommt eine Zahl zweimal vor. Es ergibt sich, daß die Zahl der Zahlen in beiden Reihen die gleiche sein muß. Andrerseits kommen alle Zahlen, die in der unteren Reihe stehen, auch in der oberen Reihe vor und außerdem noch eine mehr, nämlich 0, so daß man die Zahl der Glieder in der oberen Reihe erhält, indem man 1 zu der Zahl der Glieder in der unteren addiert. Solange man also der Meinung war, eine Zahl müsse durch Hinzufügen von 1 vergrößert werden, enthielt dieser Sachverhalt tatsächlich einen Widerspruch, weshalb man auf den Ausweg verfiel, anzunehmen, es gäbe überhaupt keine unendlichen Zahlen.

Das folgende Beispiel ist noch überraschender. Man schreibe die Grundzahlen 1, 2, 3, 4, ... in die obere Reihe und die geraden Zahlen 2, 4, 6, 8, ... darunter, so daß unter jede Zahl der oberen Reihe das Doppelte davon zu stehen kommt. Dann muß, wie vorher, die Zahl der Zahlen in beiden Reihen dieselbe sein, und doch kann man die zweite Reihe dadurch erhalten, daß man alle ungeraden Zahlen (also eine unendliche Sammlung) aus der oberen Reihe eliminiert. Dieses Beispiel wird von Leibniz angeführt zum Beweise, daß es keine unendlichen Zahlen geben könne. Leibniz glaubte an die Existenz unendlicher Sammlungen; da er aber der Meinung war, eine Zahl müsse unter allen

Umständen durch Hinzufügen größer und durch Fortnehmen kleiner werden, so verfiel er auf die Annahme, unendliche Sammlungen hätten keine Zahl. „Die Zahl aller Zahlen", so sagt er, „enthält einen Widerspruch, den ich folgendermaßen sichtbar machen kann: Zu jeder Zahl gehört eine andere Zahl, die gleich dem Doppelten der ersten ist. Daher ist die Zahl aller Zahlen nicht größer als die Zahl der geraden Zahlen, oder, mit anderen Worten, das Ganze ist nicht größer als der Teil[1])." In diesem Beweise müssen wir den Ausdruck „die Zahl aller Zahlen" ersetzen durch „die Zahl aller endlichen Zahlen", dann haben wir genau die Vorstellung unserer zwei Reihen, von denen die erste alle endlichen Zahlen, die zweite nur die geraden endlichen Zahlen enthält. Wie man sieht, hielt Leibniz die Ansicht, das Ganze sei nicht größer als ein Teil davon, für widersprechend. Der Ausdruck „größer" kann nun aber die verschiedensten Bedeutungen haben; im vorliegenden Falle müssen wir den eindeutigen Ausdruck „eine größere Zahl von Gliedern enthaltend" dafür einsetzen. In diesem Sinne kann das Ganze gleich dem Teil sein, ohne daß ein Widerspruch vorhanden wäre: das ist die Tatsache, deren Erkenntnis die moderne Theorie des Unendlichen erst möglich gemacht hat.

Eine fesselnde Auseinandersetzung über die Reflexivität unendlicher Ganzheiten findet sich in dem ersten von Galileis Dialogen über die Bewegung[2]). Die Per-

[1]) *Phil. Werke*, Ausg. v. Gerhardt, Bd. 1, p. 338.

[2]) *Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend* von

sonen des Dialoges sind Salviati, Sagredo und Simplicio, die miteinander folgende Unterhaltung führen:

„*Simpl.* Hier wird sofort ein wie mir scheint unwiderlegbares Bedenken wachgerufen; da wir nämlich sicherlich Linien ungleicher Länge haben können, die unendlich viel Punkte enthalten sollen, so müssen wir bekennen, daß wir in derselben Gattung Dinge finden können, die größer sind, als ein Unendliches; denn die Unendlichkeit der Punkte der größeren Linien wird doch größer sein als die Unendlichkeit der Punkte der kleineren. Also ein Unendliches größer als das Unendliche, das scheint mir in keiner Weise begreifbar.

„*Salv.* Das sind die Schwierigkeiten, die dadurch entstehen, daß wir mit unserem endlichen Intellekt das Unendliche diskutieren, indem wir letzterem die Eigenschaften zusprechen, die wir an dem Endlichen, Begrenzten kennen, das geht aber nicht an, denn die Attribute des Großseins, der Kleinheit und Gleichheit kommen dem Unendlichen nicht zu, daher man nicht von größeren, kleineren oder gleichen Unendlichen sprechen kann. Ein Beispiel fällt mir ein, das ich in Fragen Herrn Simplicio vorlegen werde, da er die Diskussion angeregt hat.

„Ich setze voraus, Ihr wisset, welche Zahlen Quadratzahlen sind, und welche nicht.

„*Simpl.* Mir ist sehr wohl bekannt, daß eine Quadratzahl aus der Multiplikation einer beliebigen Zahl mit sich selbst entsteht, so sind 4, 9 Quadratzahlen, die aus 2 und 3 gebildet sind.

Galileo Galilei Arcetri, 6. März 1638. Übersetzt und herausgegeben von Arthur von Oettingen, Leipzig 1890—1891, 1. Bd., pp. 30—31.

„*Salv.* Vortrefflich; Ihr erinnert Euch auch, daß ebenso wie die Produkte Quadrate heißen, die Produzenten, d. h. diejenigen Zahlen, welche mit sich selbst multipliziert werden, Seiten oder Wurzeln genannt werden; die anderen Zahlen, welche nicht aus zwei gleichen Faktoren bestehen, sind nicht Quadrate. Wenn ich nun sage, alle Zahlen, Quadrat- und Nichtquadratzahlen zusammen, sind mehr, als die Quadratzahlen allein, so ist das doch eine durchaus richtige Behauptung; nicht?

„*Simpl.* Dem kann man nicht widersprechen.

„*Salv.* Frage ich nun, wieviel Quadratzahlen es gibt, so kann man in Wahrheit antworten, ebensoviel als es Wurzeln gibt, denn jedes Quadrat hat eine Wurzel, jede Wurzel hat ihr Quadrat, kein Quadrat hat mehr als eine Wurzel, keine Wurzel mehr als ein Quadrat.

„*Simpl.* Vollkommen richtig.

„*Salv.* Wenn ich nun aber frage, wieviel Wurzeln gibt es, so kann man nicht leugnen, daß sie ebenso zahlreich seien, wie die gesamte Zahlenreihe, denn es gibt keine Zahl, die nicht Wurzel eines Quadrates wäre. Steht dieses fest, so muß man sagen, daß es ebensoviel Quadrate als Wurzeln gäbe, da sie an Zahl ebenso groß als ihre Wurzeln sind, und alle Zahlen sind Wurzeln; und doch sagten wir anfangs, alle Zahlen seien mehr als alle Quadrate, da der größere Teil derselben Nichtquadrate sind. Und wirklich nimmt die Zahl der Quadrate immer mehr ab, je größer die Zahlen werden; denn bis 100 gibt es 10 Quadrate, d. h. der zehnte Teil ist quadratisch; bis 10 000 ist der hundertste Teil bloß quadratisch, bis 1 000 000 nur der tausendste

Teil; und bis zu einer unendlich großen Zahl, wenn wir sie erfassen könnten, müßten wir sagen, gibt es soviel Quadrate, wie alle Zahlen zusammen.

„*Sagr.* Was ist denn zu tun, um einen Abschluß zu gewinnen?

„*Salv.* Ich sehe keinen anderen Ausweg als zu sagen, unendlich ist die Anzahl aller Zahlen, unendlich die der Quadrate, unendlich die der Wurzeln; weder ist die Menge der Quadrate kleiner als die der Zahlen, noch ist die Menge der letzteren größer; und schließlich haben die Attribute des Gleichen, des Größeren und des Kleineren nicht statt bei Unendlichem, sondern sie gelten nur bei endlichen Größen."

Die Art, in welcher das Problem in dieser Unterhaltung erläutert wird, ist eines Galilei würdig, aber die von ihm vorgeschlagene Lösung ist nicht die richtige. Es trifft tatsächlich zu, daß die Zahl der (endlichen) Quadratzahlen gleich der Zahl der (endlichen) Zahlen ist. Die Tatsache, daß, solange wir uns auf Zahlen beschränken, die kleiner sind als eine gegebene endliche Zahl, der Anteil der Quadratzahlen beim Größerwerden der gegebenen Zahl nach 0 hin tendiert, steht nicht im Widerspruch zu der andern Tatsache, daß die Zahl aller endlichen Quadratzahlen dieselbe ist wie die Zahl aller endlichen Zahlen. Wir haben hierin nur ein Beispiel für die dem Mathematiker jetzt ganz geläufige Tatsache, daß der *Grenzwert* einer Funktion während der *Annäherung* der Variabeln an einen gegebenen Punkt nicht gleich dem *Werte* zu sein braucht, den die Funktion in dem Augenblick annimmt, wo die Variable diesen Punkt tatsächlich *erreicht*. Aber wenn-

gleich die unendlichen Zahlen, die Galilei diskutiert, gleich sind, so ist es Cantor gleichwohl gelungen, zu zeigen, daß, was Simplicius nicht begreifen konnte, wahr ist: daß es nämlich eine unendliche Zahl verschiedener unendlicher Zahlen gibt und daß die Begriffe „größer" und „kleiner" sehr wohl auch auf diese angewendet werden können. Alle Schwierigkeiten des Simplicius kommen ganz offensichtlich nur aus seiner Meinung, daß, wenn *größer* und *kleiner* anwendbar sind, ein Teil einer unendlichen Sammlung weniger Glieder haben müsse als die ganze Sammlung. Sobald man diese Annahme verwirft, verschwinden alle Widersprüche von selbst. Bei dem mit der größeren oder kleineren Länge von Linien zusammenhängenden Problem, von dem die oben angeführte Unterhaltung ihren Ausgang nahm, handelt es sich um eine Bedeutung von *größer* und *kleiner*, die nicht die arithmetische ist. Die Zahl der Punkte ist dieselbe in einer längeren oder kürzeren Linie, denn sie muß ja sogar in beiden Linien dieselbe sein wie in der Gesamtheit des Raumes. Das *größer* und *kleiner* der messenden Geometrie enthält den neuen Maßbegriff der *Kongruenz*, der nicht mit rein arithmetischen Mitteln zu entwickeln ist. Diese Frage besitzt aber vom philosophischen Gesichtspunkte aus auch nicht die grundlegende Bedeutung, die der arithmetischen Theorie des Unendlichen zukommt.

2. *Nicht-Induktivität.* — Die zweite Eigenschaft, durch welche die unendlichen Zahlen sich von den endlichen unterscheiden, ist die Eigenschaft der *Nichtinduktivität*. Diese Eigenschaft mache ich am besten klar, indem ich zunächst die positive Eigenschaft der *Induktivität*

definiere, welche die endlichen Zahlen kennzeichnet und benannt ist nach der als „vollständige Induktion" bekannten Beweismethode.

Wir wollen uns zunächst darüber klar werden, was wir meinen, wenn wir von einer Eigenschaft sagen, sie sei in einer gegebenen Reihe „erblich". Man denke z. B. an die Eigenschaft, die darin besteht, daß jemand Müller heißt. Wenn ein Mann Müller heißt, so trägt sein Sohn denselben Namen; wir nennen darum die Eigenschaft, Müller zu heißen, erblich, mit Rücksicht auf die Beziehung von Vater und Sohn. Heißt ein Mann Müller, so heißen alle seine Nachkommen in der direkten männlichen Linie ebenfalls Müller; das folgt aus der Tatsache, daß diese Eigenschaft erblich ist. Nun denke man, statt an die Beziehung von Vater und Sohn, an die Beziehung einer endlichen Zahl zu der unmittelbar darauffolgenden Zahl, d. h. die Beziehung, die zwischen 0 und 1, zwischen 1 und 2, zwischen 2 und 3, usw. besteht. Wenn nun eine Eigenschaft in bezug auf diese Beziehung erblich ist, so muß sie, vorausgesetzt, daß sie zu der Zahl (sagen wir) 100 gehört, ebenso zu allen endlichen Zahlen gehören, die größer sind als 100; denn als erbliche Eigenschaft gehört sie zu 101, weil sie zu 100 gehört, und ebenso zu 102, weil sie zu 101 gehört, usf., wobei wir früher oder später auf jede endliche, 100 übersteigende Zahl kommen müssen. In diesem Sinne ist z. B. die Eigenschaft, größer zu sein als 99, erblich in der Reihe der endlichen Zahlen, und ganz allgemein ist eine Eigenschaft in der Reihe der Zahlen erblich, wenn, vorausgesetzt, daß eine gegebene Zahl diese Eigenschaft

besitzt, immer die nächste Zahl sie ebenfalls besitzen muß.

Wir werden sehen, daß eine erbliche Eigenschaft zwar allen endlichen Zahlen eignen muß, die größer sind als die gegebene Zahl, aber nicht unbedingt auch allen kleineren Zahlen. Die erbliche Eigenschaft, größer zu sein als 99, eignet z. B. 100 und allen größeren Zahlen, nicht aber irgendeiner kleineren Zahl. Ebenso zeichnet die Eigenschaft, Müller zu heißen, alle Nachkommen (in der geraden männlichen Linie) derer aus, die selbst im Besitze dieser Eigenschaft sind, nicht aber alle ihre Vorfahren, weil man, wenn man die Ahnenreihe zurückverfolgt, einmal auf einen frühesten Müller kommt, dessen Vorfahren noch keinen Familiennamen führten. Offenbar aber muß jede erbliche Eigenschaft, die schon Adam besaß, allen Menschen zukommen und gleicherweise alle erblichen Eigenschaften von 0 allen endlichen Zahlen. Dies ist das Prinzip der sogenannten „vollständigen Induktion". Der Fall ist nicht selten, daß man, um zu beweisen, daß alle endlichen Zahlen eine bestimmte Eigenschaft besitzen, zunächst den Nachweis erbringen muß, daß 0 im Besitze der fraglichen Eigenschaft ist, und weiter, daß diese Eigenschaft erblich ist, d. h. daß sie, wenn einer gegebenen Zahl, so auch der nächsten Zahl zukommt. Auf Grund der Tatsache, daß diese Art von Beweisen als „induktiv" bezeichnet wird, will ich die Eigenschaften, deren Vorhandensein mit Hilfe eines solchen Beweises nachgewiesen werden können, „induktive" Eigenschaften nennen. In diesem Sinne ist eine induktive Eigenschaft aller Zahlen eine erbliche Eigenschaft der Zahl 0.

Nehmen wir irgendeine Grundzahl, sagen wir: 29, so ist leicht einzusehen, daß diese Zahl alle induktiven Eigenschaften der Zahlen besitzen muß. Denn, da diese der Zahl 0 zukommen und außerdem erblich sind, so kommen sie ebenso der Zahl 1 zu, deshalb infolge ihrer Erblichkeit auch der Zahl 2, usf. Durch 29-fache Wiederholung dieses Beweises läßt sich zeigen, daß die fraglichen Eigenschaften auch der Zahl 29 zukommen. Wir können nun die „induktiven" Zahlen *definieren* als *„alle Zahlen, die im Besitze aller induktiven Eigenschaften sind"*. Es wird sich zeigen, daß diese Zahlen identisch sind mit den sogenannten Grundzahlen, d. h. den gewöhnlichen endlichen, ganzen Zahlen. Auf alle diese Zahlen kann der Beweis durch mathematische Induktion ausgedehnt werden; sie sind, so können wir auch kurz sagen, alle jene Zahlen, zu denen man von 0 aus durch fortwährendes Hinzufügen von 1 kommen kann, m. a. W.: alle Zahlen, die durch Zählen erreicht werden können.

Aber jenseits aller dieser Zahlen gibt es die unendlichen Zahlen, die nicht alle induktiven Eigenschaften besitzen und darum als „nicht-induktiv" bezeichnet werden. Alle auf induktivem Wege zu beweisenden Eigenschaften der Zahlen können verschwinden, sobald wir zu den unendlichen Zahlen kommen. Die erste der unendlichen Zahlen hat keine unmittelbare Vorgängerin, weil es keine größte endliche Zahl gibt; durch schrittweises Fortschreiten von einer Zahl zur nächsten kann man also niemals von einer endlichen zu einer unendlichen Zahl gelangen, und die induktive Beweismethode muß deshalb hier versagen. Hierin haben wir einen

weiteren Grund für die angeblichen Widersprüche im Begriff der unendlichen Zahl. Viele der uns vertrauten Eigenschaften, die wir an den Zahlen bemerken, mit denen wir zu rechnen gewohnt sind, und die wir darum als logisch notwendig zu betrachten uns angewöhnt hatten, sind nur durch die induktive Methode zu beweisen und treffen daher auf die unendlichen Zahlen nicht zu. Sobald wir uns aber über die Notwendigkeit, solche Eigenschaften auf induktivem Wege zu beweisen, und ebenso über den beschränkten Geltungsumfang dieser Beweismethode einmal klar geworden sind, stellt sich auch bald heraus, daß die angeblichen Widersprüche gar nicht Widersprüche gegen die Logik, sondern nur gegen unsere Denkgewohnheiten und Vorurteile sind.

Die Eigenschaft, durch Hinzufügen von 1 vergrößert zu werden, — d. h. die Eigenschaft der Nichtreflexivität — ist geeignet, die Begrenztheit der vollständigen Induktion zu illustrieren. Es ist leicht zu beweisen, daß 0 durch Hinzufügen von 1 vergrößert wird und daß, wenn eine gegebene Zahl durch Hinzufügen von 1 vergrößert wird, dies auch für die nächste, d. h. die durch Hinzufügen von 1 entstehende Zahl, zutrifft. Dies folgt allgemein aus dem allgemeinen Beweise und folgt zugleich für jeden Einzelfall durch eine genügend häufige Wiederholung des Beweises. Wir beweisen zunächst, daß 0 nicht gleich 1 ist; daraus folgt, da die Eigenschaft, durch Hinzufügen von 1 vergrößert zu werden, erblich ist, daß 1 nicht gleich 2 ist, woraus sich wiederum ergibt, daß 2 nicht gleich 3 sein kann, usf. Wenn wir beweisen wollen, daß 30 000 nicht gleich

30 001 ist, so können wir dies tun, indem wir die obige Überlegung 30 000 mal wiederholen; wir können auf diesem Wege aber nicht generell beweisen, daß *alle* Zahlen durch Hinzufügen von 1 vergrößert würden, sondern nur, daß dies für alle Zahlen zutrifft, die von 0 aus durch fortgesetztes Hinzufügen von 1 erreicht werden können. Die reflexiven Zahlen, die jenseits aller auf diesem Wege erreichbaren Zahlen liegen, werden durch Hinzufügen von 1 nicht vergrößert.

Es ist bis jetzt nicht gelungen, zu beweisen, daß die beiden Eigenschaften der Reflexivität und der Nicht-Induktivität, die wir als unterscheidende Merkmale der unendlichen Zahlen erkannt haben, stets zusammen vorkommen müßten. Wir wissen zwar, daß alle reflexiven Zahlen nicht-induktiv sind, es ist aber nicht bekannt, ob alle nicht-induktiven Zahlen auch reflexiv sind. Nicht zutreffende Beweise dafür sind zwar verschiedentlich veröffentlicht worden (auch ich selbst glaubte einmal in einer Publikation über den Gegenstand den Beweis gefunden zu haben), ein richtiger und zwingender Beweis ist aber bis heute nicht gefunden worden. Die uns bekannten unendlichen Zahlen sind nichtsdestoweniger alle reflexiv und nicht-induktiv zugleich, so daß, wo nicht theoretisch, so doch in der mathematischen Praxis, beide Eigenschaften immer zusammen auftreten. Da also alle uns bekannten Zahlen entweder reflexiv oder induktiv sind, so kann die bloße Möglichkeit, daß es nicht-induktive, nicht-reflexive Zahlen geben könnte, für unsere Zwecke außer Betracht gelassen werden.

Wenn man sich den unendlichen Zahlen zum ersten

Male gegenübersieht, so ist man versucht, ihnen die Bezeichnung als Zahlen überhaupt zu verweigern, da ihr Verhalten von dem der endlichen Zahlen so außerordentlich verschieden ist, daß es tatsächlich fast wie willkürlicher Mißbrauch dieser Bezeichnung anmuten könnte, sie überhaupt Zahlen zu nennen. Um über diese gefühlsmäßige Ablehnung hinwegzukommen, wenden wir uns nunmehr der logischen Grundlage der Mathematik zu und betrachten die logische Definition des Zahlbegriffs.

Diese Definition, obgleich sie eine wesentliche Stütze der Theorie der unendlichen Zahl zu sein scheint, wurde trotzdem unabhängig von dieser und durch einen andern Forscher entdeckt. Die Theorie der unendlichen Zahl — genauer: der arithmetische (nicht der logische) Teil dieser Theorie — wurde von Georg Cantor entdeckt und von ihm in den Jahren 1882—1883 veröffentlicht[1]). Die Definition des Zahlbegriffs aber wurde etwa um dieselbe Zeit von einem Manne entdeckt, dessen großem Genie nicht die verdiente Anerkennung zuteil geworden ist — ich meine Gottlob Frege in Jena. Sein erstes Werk, „*Begriffsschrift*", im Jahre 1879 veröffentlicht, enthielt die außerordentlich wichtige Theorie der in einer Reihe erblichen Eigenschaften, deren ich bei der Erörterung der Induktivität Erwähnung getan habe. Seine Definition des Zahlbegriffs ist jedoch enthalten in seinem zweiten Werke, das im Jahre 1884 erschien und den Titel trägt „*Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff*

[1]) In den „*Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*" und verschiedenen Aufsätzen in den „*Acta Mathematica*", Bd. 2.

der Zahl[1]).“ Dieses Werk hat den Grund zu einer logischen Theorie der Arithmetik gelegt, so daß es sich lohnen wird, dem Grundgedanken Freges etwas eingehender zu folgen.

Frege beginnt sein Werk mit dem Hinweis auf das zunehmende Bedürfnis nach logischer Genauigkeit bei mathematischen Beweisen, das den heutigen Mathematiker gegenüber seinen Vorgängern auszeichne und seiner Meinung nach zu einer logisch-kritischen Zergliederung des Zahlbegriffs führen müsse. Er weist sodann die Unzulänglichkeit früherer philosophischer Theorien nach, besonders der „synthetisch-apriorischen“ Theorie Kants und der empirischen Theorie Mills. Der Widerspruch gegen die genannten Philosophen führt ihn zu der Frage: Welcher Art von Gegenständen kann eine Zahl rechtmäßig zugeschrieben werden? Er weist darauf hin, daß die Dinge der physischen Welt ebensowohl als Einheiten als auch als Vielheiten angesprochen werden können: Wenn z. B. ein Baum tausend Blätter habe, so könnten diese in ihrer Gesamtheit als sein Laub bezeichnet und damit als Einheit, statt als tausend Dinge, angesehen werden. Ebenso sei *ein* Paar Schuhe objektiv dasselbe wie *zwei* Schuhe. Daraus folge, daß wir überhaupt nicht berechtigt seien, den Dingen der Körperwelt eine Zahl zuzuschreiben, denn dafür wäre Be-

[1]) Die in diesem Werke zum erstenmal veröffentlichte und in „*Grundgesetze der Arithmetik*“ (Bd. 1: 1893, Bd. 2: 1903) weiter ausgearbeitete Definition des Zahlbegriffes wurde von mir in Unkenntnis der Arbeiten Freges noch einmal entdeckt. Die Entdeckung Freges ging der meinen also um nicht weniger als 18 Jahre voraus, was ich, da diese Tatsache vielfach übersehen wird, hier mit allem Nachdruck betonen möchte.

dingung, daß diese Zahl sich *eindeutig* ergäbe. Damit kommt Frege auch auf die weitverbreitete Ansicht zu sprechen, die besagt, die Zahl sei in Wirklichkeit etwas Psychologisches und Subjektives — eine Ansicht, der er mit allem Nachdruck entgegentritt. „Die Zahl", so sagt er, „ist so wenig ein Gegenstand der Psychologie oder ein Ergebnis psychischer Vorgänge, wie es etwa die Nordsee ist . . . Der Botaniker will etwas ebenso Tatsächliches sagen, wenn er die Anzahl der Blumenblätter einer Blume, wie wenn er ihre Farbe angibt. Das eine hängt so wenig wie das andere von unserer Willkür ab. Eine gewisse Ähnlichkeit der Anzahl und der Farbe ist also dabei; aber diese besteht nicht darin, daß beide an äußeren Dingen sinnlich wahrnehmbar, sondern darin, daß beide objektiv sind." (p. 34.)

„Ich unterscheide das Objektive", so fährt er fort, „von dem Handgreiflichen, Räumlichen, Wirklichen. Die Erdachse, der Massenmittelpunkt des Sonnensystems sind objektiv, aber ich möchte sie nicht wirklich nennen, wie die Erde selbst." (p. 35.) Daraus schließt er, die Zahl könne weder räumlich-physisch, noch subjektiv sein, sie sei vielmehr nicht sinnlich wahrnehmbar und objektiv. Diese Schlußfolgerung ist von Bedeutung, da sie auf den gesamten Gegenstand von Mathematik und Logik Anwendung finden kann. Die meisten Philosophen waren der Ansicht, Körperliches und Geistiges machten zusammen die Welt des Seins aus. Dabei argumentierten einige von ihnen, die Gegenstände der Mathematik wären offensichtlich nicht subjektiv, deshalb müßten sie physisch und empirisch sein;

andere folgerten dagegen, sie seien augenscheinlich nicht körperlicher, weshalb sie geistiger und subjektiver Natur sein müßten. Beide Parteien hatten Recht in dem, was sie in Abrede stellten, und Unrecht in dem, was sie behaupteten. Frege gebührt das Verdienst, daß er beiden Parteien nach der negativen Seite hin zustimmte, positiv aber eine dritte Möglichkeit in der Welt der Logik erkannte, die weder geistiger noch körperlicher Natur ist.

Tatsächlich kann, wie Frege zuerst gesehen hat, keine Zahl, nicht einmal 1, auf körperliche Gegenstände angewendet werden, sondern nur auf allgemeine oder Gattungsbegriffe wie etwa „Mensch", „Satellit der Erde", „Satellit der Venus". Der Allgemeinbegriff „Mensch" z. B. ist seinerseits auf eine bestimmte Anzahl von Gegenständen anwendbar: es gibt soundsoviele Menschen in der Welt. Die eindeutige Einheit, deren Vorhandensein nach dem ganz richtigen Gefühl zahlreicher Philosophen Vorbedingung für die Zuschreibung einer Zahl ist, hat Frege im Allgemeinbegriff gefunden; dieser ist daher das eigentliche Objekt, auf das Zahlen zur Anwendung kommen können. Dabei ist es vollkommen gleichgültig, ob es einen oder auch keinen Gegenstand gibt, der unter den Allgemeinbegriff fällt. Unter den Begriff „Satellit der Erde" fällt z. B. nur ein einziger Gegenstand: der Mond. Die Einzigkeit ist aber keine Eigentümlichkeit des Mondes selbst, den wir ja ebenso gut als viele Moleküle ansehen könnten, sie ist vielmehr ein Merkmal des Allgemeinbegriffes „Satellit der Erde". In derselben Weise kommt die Zahl 0 dem Allgemeinbegriff „Satellit der Venus" zu, da die Venus keinen

Satelliten hat. Hier haben wir nun endlich auch eine verständliche Theorie der Zahl 0. Eine solche war unmöglich, solange man Zahlen auf körperliche Gegenstände anwenden wollte; denn offensichtlich kann kein körperlicher Gegenstand die Zahl 0 haben. Mit unserem Versuch, die Zahl zu definieren, sind wir bis jetzt also bis zu der Einsicht gekommen, daß die Zahlen Eigentümlichkeiten von Allgemein- oder Gattungsbegriffen, nicht aber von körperlichen Dingen oder geistigen Vorgängen sind.

Anstatt eine Zahl auf einen Allgemeinbegriff, wie etwa „Mensch", anzuwenden, können wir sie ohne wesentlichen Unterschied auch der Klasse oder Menge von Gegenständen zusprechen, welcher der in Frage stehende Allgemeinbegriff angehört — im Falle des Beispiels mit „Mensch" also „Menschheit". Für zwei Allgemeinbegriffe, die (wie „Mensch" und „federloser Zweifüßler") zur Bezeichnung derselben Menge von Gegenständen dienen können, ist die Zahl der vorhandenen Beispiele offenbar die gleiche; die Zahl ist also abhängig von der Klasse, nicht von dem Umstande, welchen von den möglichen Allgemeinbegriffen man auswählt, in dem Falle, daß mehrere Allgemeinbegriffe auf die Klasse anwendbar sind. Irgendein Allgemeinbegriff ist aber notwendig zur Bezeichnung der Klasse. Selbst in dem Falle, daß die Glieder einer Klasse keinerlei gemeinsame Eigenschaften haben, außer daß sie zusammen aufgezählt werden, etwa in der Form „dieses, jenes und noch ein anderes", wird die Menge durch die gemeinsame Eigenschaft der Dinge, entweder „dieses", oder „jenes", oder „noch ein anderes" zu sein,

konstituiert und erhält erst durch sie die Einheitlichkeit, die uns berechtigt, von ihr als *einer* Menge zu sprechen. Im Falle einer unendlichen Klasse ist eine Aufzählung unmöglich, so daß die einzig mögliche Art der Beschreibung die durch ein allgemeines Merkmal ist, das allen Gliedern der Klasse, und zwar nur diesen, zukommt. Die Zahlentheorie, zu welcher Frege auf Grund rein logischer Erwägungen kam, erweist sich also weiterhin als nützlich, indem sie eine Möglichkeit enthält, den Zahlbegriff auch auf unendliche, d. h. keiner Aufzählung fähige, Klassen auszudehnen.

So kommt Frege nun noch zu der Frage: Wann haben zwei Mengen die gleiche Zahl von Gliedern? Im täglichen Leben entscheiden wir diese Frage durch Abzählen. Eine Zählung kommt aber, wie wir bereits gesehen haben, für unendliche Mengen nicht in Frage und ist nicht einmal für endliche Mengen logisch grundlegend. Wir brauchen daher eine andere Methode, um unsere Frage zu beantworten. Ein praktisches Beispiel mag uns helfen, die Methode, mit der dies möglich ist, klarzumachen. Ich weiß z. B. nicht, wieviele verheiratete Männer es in England gibt, aber ich weiß, daß ihre Zahl gleich der der verheirateten Frauen ist. Dies weiß ich nämlich auf Grund der Überlegung, daß die Beziehung zwischen Ehemann und Ehefrau immer zwischen je einem Manne und einer Frau, und ebenso zwischen je einer Frau und einem Manne besteht. Eine Beziehung dieser Art wird eine eins-eins-Beziehung genannt. Die Beziehung des Vaters zum Sohne ist dagegen eine eins-viele-Beziehung, da ein Mann

nur einen Vater, aber viele Söhne haben kann. Umgekehrt ist die Beziehung des Sohnes zum Vater eine viele-eins-Beziehung. Aber die Beziehung zwischen Mann und Frau ist (wenigstens in Ländern christlicher Religion) immer eine eins-eins-Beziehung, denn ein Mann kann nicht mehr als eine Frau haben und umgekehrt. Wenn nun jedes einzelne Glied einer Menge mit je einem Gliede einer anderen Menge durch eine eins-eins-Beziehung verknüpft ist, und zwar so, daß sich zusammen ebensoviele Paare ergeben, wie jede der Sammlungen Glieder enthält, wie in dem Beispiel der englischen Ehemänner und Ehefrauen, so ist die Zahl der Glieder in der einen Menge gleich der Zahl der Glieder in der anderen Menge; besteht dagegen keine solche Beziehung, so ist die Zahl der Glieder in beiden Mengen verschieden. Dies ist unsere Antwort auf die Frage: Wann haben zwei Mengen die gleiche Zahl von Gliedern?

Nun können wir endlich auch eine Antwort geben auf die Frage: Was ist unter der Zahl der Glieder in einer gegebenen Menge zu verstehen? Wenn zwischen allen Gliedern einer Menge einerseits und allen Gliedern einer anderen Menge anderseits eine derartige eins-eins-Beziehung besteht, wie in dem vorhin angeführten Beispiel, so werden wir sagen, beide Mengen seien „gleich". Soeben haben wir gesehen, daß zwei gleiche Mengen die gleiche Zahl von Gliedern haben, es liegt daher nahe, die Zahl der Glieder in einer gegebenen Menge zu definieren als die Klasse aller Mengen, die der gegebenen gleich sind, und in diesem Sinne folgende Definition aufzustellen:

„Die Zahl der Glieder in einer gegebenen Klasse" wird definiert als „die Klasse aller Klassen, die der gegebenen Klasse gleich sind".

Diese Definition liefert, wie Frege (der mit etwas andern Worten sachlich dasselbe sagt) nachgewiesen hat, die gewöhnlichen arithmetischen Eigenschaften der Zahlen. Sie paßt in gleicher Weise auf endliche wie auf unendliche Zahlen und enthebt uns dadurch der Notwendigkeit, neue metaphysische Annahmen zu machen. Sie beweist, daß nicht auf körperliche Gegenstände, sondern nur auf Klassen bezw. die Allgemeinbegriffe, durch die Klassen definiert werden, Zahlen überhaupt zur Anwendung kommen können; sie paßt ferner gleichzeitig auf 0 und 1 und beseitigt damit eine Schwierigkeit, um deren Lösung die bisherigen Zahlentheorien sich vergeblich bemüht haben.

Ich bin sicher, daß die Definition Freges auf den ersten Blick ein Gefühl des Befremdens, vielleicht sogar der Enttäuschung, hervorruft. Durch diese Definition wird die Zahl 2 bestimmt als die Klasse aller Klassen mit zwei Gliedern, die Zahl 3 als die Klasse aller Klassen mit drei Gliedern. Das scheint nicht dasselbe zu sein, was wir bisher meinten, wenn wir von 2 und 3 sprachen, obwohl es uns schwer fallen würde, zu sagen, *was* wir eigentlich damit gemeint haben. Die Antwort auf ein Gefühl kann nun zwar nicht in einem logischen Argument bestehen, nichtsdestoweniger ist die logische Antwort in diesem Falle bedeutsam genug, um sie zu erwähnen. Erstens wird man finden, daß, wenn eine als unanalysiertes Ganzes bekannte Vorstellung zum ersten Male gewissenhaft in ihre wirklichen Bestandteile zer-

legt wird, (was geschieht, sobald wir den Versuch machen, sie zu definieren), dabei fast stets ein Gefühl des Ungewohnten entsteht, das geeignet ist, unsern Widerspruch gegen die Definition herauszufordern. Zweitens ist allerdings zuzugeben, daß die erwähnte Definition, wie alle Definitionen, bis zu einem gewissen Grade willkürlich ist. Solange es sich um die kleinen endlichen Zahlen, wie 2 und 3 handelt, ließen sich Definitionen aufstellen, die sich weniger weit von dem gefühlsmäßig Gemeinten entfernen würden; aber solche Definitionen mit beschränktem Geltungsbereich würden in methodischer Hinsicht der Einheitlichkeit entbehren und früher oder später versagen — spätestens, sobald unendliche Zahlen zur Behandlung stehen.

Drittens verlangen wir ja von einer Definition wie der der Zahl gar nicht, daß sie ein möglichst getreues Abbild der Vorstellungen jener sei, die zu träge sind, um die zur Aufstellung einer Definition notwendige geistige Arbeit zu leisten; das einzige, was wir von ihr verlangen müssen, ist vielmehr, daß sie uns Begriffe liefere, die im Besitze der geforderten Eigenschaften sind. Da die Zahlen aber nur den arithmetischen Formeln genügen sollen, so sind wir berechtigt, jede Begriffsreihe, welche dieses Erfordernis in zuverlässiger Weise erfüllt, als Zahlen anzusprechen. Die durch die Definition Freges eingeführte ist bis jetzt die einfachste Reihe, von der wir wissen, daß sie den Anforderungen entspricht. In Vergleich zu diesem Vorzug ist die Frage, ob die von ihr gelieferten Begriffe den unklaren zahlenmäßigen Vorstellungen derjenigen entsprechen, die nicht imstande sind, überhaupt eine Definition zu geben, von sehr unter-

geordneter Bedeutung. Freges Definition genügt allen Anforderungen der Praxis, und das zuerst unvermeidliche Gefühl des Befremdens verliert sich schnell, sobald man sich näher mit ihr vertraut macht.

Es gibt jedoch auf dem Gebiete der Logik eine Lehre, von der man annehmen könnte, sie enthalte einen Einwand gegen die Definition, die die Zahlen als Klassen von Klassen bestimmt — ich meine die Lehre, die besagt, es gebe überhaupt nicht so etwas wie eine Klasse. Man könnte meinen, diese Lehre müßte verhängnisvoll sein für eine Theorie, welche die Zahlen auf Klassen zurückführt, ebenso wie für viele andere, im Verlaufe unserer Erörterung verwendete Theorien, bei denen wir von dem Begriff der Klasse Gebrauch gemacht haben. Diese Meinung wäre jedoch ein vollkommener Irrtum: keine von allen diesen Theorien erleidet durch die Lehre, Klassen seien Fiktionen, irgendwelchen Schaden. Was es nun mit dieser Lehre auf sich hat, und warum sie auf unsere Zahlentheorie keinen Einfluß haben kann, das will ich zum Schlusse noch kurz darzustellen versuchen.

Auf Grund gewisser, ziemlich komplizierter Vorstellungen, die sich zu ganz bestimmten Widersprüchen verdichteten, bin ich zu der Ansicht gekommen, daß nichts, was in sinnvoller Weise von Einzeldingen ausgesagt werden kann, zugleich auch in sinnvoller Weise (d. h. in einem richtigen oder falschen Urteil) von Klassen von Dingen ausgesagt werden könne. Das heißt mit andern Worten: Wenn man in einem Satze, in dem ein Ding erwähnt wird, für dieses Ding eine Klasse einsetzt, so bleibt kein sinnvoller Satz bestehen: der Satz ist dann

nicht mehr richtig oder falsch, sondern bloß noch eine sinnlose Folge von Worten. Beispiele, die auf den ersten Blick das Gegenteil zu beweisen scheinen, können leicht widerlegt werden. In dem Satze: „Adam ißt gern Äpfel" kann man das andere Subjekt „Menschheit" für „Adam" einsetzen und sagen: „Die Menschheit ißt gern Äpfel." Augenscheinlich ist aber, daß man nicht behaupten will, es gäbe ein Individuum mit dem Namen „Menschheit", das Äpfel ißt, sondern vielmehr, daß die verschiedenen Individuen, welche die Menschheit ausmachen, jedes für sich gerne Äpfel ißt.

Wenn nun nichts, was in sinnvoller Weise von einem Dinge ausgesagt werden kann, zugleich auch in sinnvoller Weise einer Klasse von Dingen zugeschrieben werden kann, so folgt daraus, daß Klassen von Dingen nicht dieselbe Art von Wirklichkeit besitzen können, wie die Dinge selbst, denn wenn dies der Fall wäre, so könnte man eine Klasse für ein Ding einsetzen als Subjekt eines Satzes, der dem Dinge seine Art von Wirklichkeit zuschreibt, die dann also in unserm Falle dem Dinge und der Klasse gemeinsam sein müßte. Meine Ansicht entspricht übrigens auch dem gesunden Menschenverstand. Im dritten oder vierten Jahrhundert v. Chr. lebte in China ein Philosoph namens Hui Tzu, der behauptete, ein braunes Pferd und eine braune Kuh seien zusammen drei, denn einzeln genommen seien sie zwei und zusammengenommen eins, im ganzen also drei[1]). Der Autor, von dem ich diese Angaben entlehne, berichtet weiter von Hui Tzu, er sei ein besonderer

[1]) Giles, *The Civilisation of China* (Home University Library), p. 147.

Freund jener Spielereien mit Worten gewesen, die auch den Sophisten und Irrlehrern des alten Griechenland so viele Freude bereitet hätten. Dieses Urteil ist ohne Zweifel identisch mit der Ansicht, die das natürliche Volksempfinden von solchen „Beweisen" hegt. Wenn aber Sammlungen von Dingen wirklich ebenfalls Dinge wären, so könnte die Behauptung des Hui Tzu nicht widerlegt werden. Nur weil das braune Pferd und die braune Kuh zusammen nicht ein neues Ding ausmachen, brauchen wir die Schlußfolgerung des chinesischen Philosophen, der drei Dinge ausrechnet, wo immer zwei vorhanden sind, nicht mitzumachen.

Sind wir uns darüber einig geworden, daß Klassen keine Dinge sind, so entsteht die weitere Frage: Was meinen wir mit Aussagen, die wir nominell von Klassen machen? Man denke an einen Satz wie: „Die Klasse der Menschen, die Interesse für mathematische Logik haben, ist nicht sehr zahlreich." Diese Feststellung läßt sich zurückführen auf die andere: „Nicht sehr viele Menschen haben Interesse für mathematische Logik." Der größeren Bestimmtheit wegen wollen wir für „sehr viele" eine bestimmte Zahl 3 einsetzen; dann lautet unser Satz: „Nicht drei Menschen haben Interesse für mathematische Logik." Das können wir aber wiederum in der Form ausdrücken: „Wenn x und y und z gleicherweise für mathematische Logik Interesse haben, so muß x mit y oder mit z, oder aber y muß mit z identisch sein." Hier kommt der Begriff der Klasse überhaupt nicht mehr vor, und in analoger Weise kann jede Aussage, die nominell über eine Klasse gemacht wird, zurückgeführt werden auf eine Aussage über die lo-

gischen Folgen der Annahme, irgend etwas sei im Besitze der bestimmenden Eigenschaften einer Klasse. Um nachzuweisen, daß wir berechtigt sind, von Klassen zu sprechen, brauchen wir also nichts weiter als eine einheitliche Methode zur Umbildung von Sätzen, in denen das Wort „Klasse" vorkommt, in solche, wo dies nicht der Fall ist. Die Auffindung einer solchen Methode ist ein technisches Problem, mit dem Dr. Whitehead und ich uns an anderer Stelle [1]) befaßt haben, so daß sich ein näheres Eingehen auf dasselbe an dieser Stelle erübrigt.

Aus der Theorie, welche die Klasse als bloßes Symbol betrachtet, ergibt sich ohne weiteres, daß auch die Zahlen keine wirklichen Wesenheiten sind und daß einer Zahl, wo sie in einem Satze vorkommt, niemals ein realer Bestandteil des Satzes, sondern stets nur eine bestimmte logische Form des Satzes (die nicht als Bestandteil des Satzes angesehen werden kann) entspricht. Dasselbe gilt aber auch von allen anderen Begriffen, mit denen die Logik und Mathematik sich befassen. Worte wie *oder*, *nicht*, *wenn*, *es gibt*, *Gleichheit*, *größer*, *plus*, *nichts*, *alles*, *Funktion* usw. sind nicht bezeichnend für ein bestimmtes Gegenständliches, wie *Fritz* oder *Müller*, sondern Worte, die nur im Zusammenhang einen Sinn haben. Sie alle sind *formaler* Natur, d. h. sie stehen im Zusammenhang des Satzes, um eine bestimmte logische Form auszudrücken, nicht für einen bestimmten Satzteil, wie die anderen Worte. Kurz: die „logischen Konstanten" sind keine Wesenheiten,

[1]) Vgl. *Principia Mathematica*, § 20 und Einleitung, Kap. 3.

die sie vertretenden Worte sind keine Namen und können in einem sinnvollen Satze nicht logisches Subjekt sein, außer, wenn über das Wort selbst, nicht über seine Bedeutung, etwas ausgesagt werden soll[1]). Diese Tatsache ist von weitesttragender Bedeutung für die gesamte Logik und Philosophie, denn sie enthält einen wertvollen Hinweis auf das Merkmal, durch das Logik und Philosophie sich von den Einzelwissenschaften in grundlegender Weise unterscheiden. Der damit berührte Fragenkomplex ist aber derartig umfangreich und schwierig, daß es im Zusammenhang dieser Vortragsreihe unmöglich ist, auf Einzelheiten einzugehen.

[1]) Bei diesen Ausführungen habe ich Gebrauch gemacht von bisher unveröffentlichten Arbeiten meines Freundes Ludwig Wittgenstein (seitdem veröffentlicht in seinem Buche „*Tractatus Logico-Philosophicus*").

Achte Vorlesung

Über den Ursachbegriff und seine Anwendung auf das Problem des freien Willens

Die Natur der philosophischen Analyse, die wir in den vorausgehenden Vorlesungen durch Beispiele erläutert haben, können wir nun auch noch begrifflich bestimmen. Wir gehen bei ihr aus von dem Komplex ungeprüfter Ansichten, den wir in uns vorfinden und der unsere Daten ausmacht. Bei näherer Untersuchung stellt sich heraus, daß diese Daten komplex und ziemlich unbestimmt, außerdem aber eng miteinander verflochten sind. Auf dem Wege logischer Zergliederung führen wir sie auf möglichst einfache und bestimmte Sätze zurück und ordnen sie zu deduktiven Reihen, wobei eine Anzahl von den Anfang der Reihen bildenden Sätzen axiomatischer Natur die logische Gewähr für alle übrigen Sätze bietet. Diese am Anfang stehenden Sätze sind die logischen Grundlagen für den ganzen in uns vorgefundenen Komplex ungeprüfter Meinungen. Sie sind von unseren Daten außerordentlich verschieden: einfacher, bestimmter und befreit von allem, was vom Standpunkte des Logikers als unnötiges Beiwerk zu bewerten ist. War die logische Zergliederung eine vollständige, so enthalten diese Sätze also nichts Entbehrliches, sind völlig bestimmt und so einfach, wie es mit ihrer Eigenschaft als logische Grundlage unseres ge-

samten Datenkomplexes nur vereinbar ist. Die Auffindung dieser logischen Grundlage ist Sache der Philosophie, aber die deduktive Ableitung unserer Daten aus den Axiomen ist vielmehr Aufgabe der Mathematik, vorausgesetzt, daß man dieses Wort in etwas weiterem Sinne als gewöhnlich interpretiert.

Neben der logischen Zergliederung unserer Daten besteht die Aufgabe der Philosophie in der Feststellung des ihnen zukommenden Grades von Gewißheit. Die Untersuchung der axiomatischen Grundlagen kann ergeben, daß einige von ihnen zweifelhaft sind; dieser Zweifel erstreckt sich dann automatisch auch auf diejenigen unter unseren Daten, die auf diesen zweifelhaften Prämissen beruhen. In der dritten Vorlesung haben wir z. B. gesehen, daß jener Teil der Physik, der auf dem Zeugnis anderer Menschen, und damit auf der Voraussetzung beruht, daß außer uns noch andere geistige Wesen existierten, uns nicht so gewiß erscheint wie der Teil, der ausschließlich auf unseren eigenen Sinnesdaten und den Gesetzen der Logik beruht. Ebenso fühlt man, daß die Teile der Geometrie, die logisch auf das Parallelenaxiom gegründet sind, weniger gewiß sind als die von diesem Axiom unabhängigen Teile. Im allgemeinen können wir sagen, daß durchaus nicht alles, was wir gemeinhin als unser Wissen bezeichnen, den gleichen Gewißheitsgrad besitzt und daß der Grad von Gewißheit, der irgendeiner Folgerung aus mehreren Prämissen zukommt, abhängig ist von der mehr oder minder großen Gewißheit der zweifelhaftesten unter diesen Prämissen. So dient die Zerlegung in die logisch grundlegenden Sätze nicht nur

den Zwecken der Logik, sondern macht zugleich eine Bestimmung des Gewißheitsgrades möglich, der dieser oder jener abgeleiteten Ansicht zukommt. In Anbetracht der Tatsache, daß wir in unseren Ansichten nicht unfehlbar sind, erscheint mir dies mindestens ebenso wichtig wie die Dienste, die die Analyse auf rein logischem Gebiete zu leisten vermag.

Um Ihnen nun zum Schlusse dieser Vortragsreihe noch ein praktisches Beispiel für die Auswirkung der analytischen Methode zu geben, möchte ich in der gegenwärtigen Vorlesung Ihnen diese Methode vorführen in der Anwendung auf den Begriff der Ursache, um in einem Exkurse noch kurz hinzuweisen auf die Folgerungen, die sich aus der Analyse dieses Begriffes für das Problem der menschlichen Willensfreiheit ergeben. Im Verlaufe dieser Erörterung werden wir folgende Einzelfragen zu erörtern haben: I. Was ist unter einem Kausalgesetz zu verstehen? II. Welche Wahrscheinlichkeit hat die Annahme, das vergangene Geschehen sei von Kausalgesetzen beherrscht worden, für sich? III. Welche Wahrscheinlichkeit hat die Annahme, das künftige Geschehen werde nach Kausalgesetzen vor sich gehen, für sich? IV. Worin unterscheidet sich der wissenschaftliche Ursachbegriff von dem des volkstümlichen Empfindens und der herkömmlichen Philosophie? V. Wirft unsere Untersuchung über den Ursachbegriff irgendwelches neue Licht auf das Problem der Willensfreiheit?

I. Unter einem „Kausalgesetz" verstehe ich jeden allgemeinen Satz, der es ermöglicht, von der Existenz eines Dinges oder Vorgangs (bzw. einer Anzahl von

Dingen oder Vorgängen) auf die Existenz eines anderen Dinges oder Vorgangs zu schließen. Wenn wir es donnern hören, ohne einen Blitzstrahl gesehen zu haben, so nehmen wir trotzdem an, es habe vorher geblitzt, und zwar tun wir dies auf Grund des allgemeinen Satzes: „Jedem Donnerschlag geht ein Blitzstrahl voraus". Wenn Robinson Crusoe eine Fußspur sieht, so schließt er daraus auf die Anwesenheit eines menschlichen Wesens und er könnte seine Schlußfolgerung auch rechtfertigen durch den allgemeinen Satz: „Alle Spuren, welche die Form eines menschlichen Fußes haben, rühren davon her, daß ein Mensch an der betreffenden Stelle gestanden hat". Sehen wir abends die Sonne untergehen, so erwarten wir als selbstverständlich, daß sie am nächsten Morgen wieder aufgehe. Hören wir jemanden sprechen, so schließen wir daraus, daß er bestimmte Gedanken habe, usf. Alle diese Schlußfolgerungen machen wir auf Grund von kausalen Gesetzen.

Ein Kausalgesetz, so sagten wir, läßt einen Schluß zu von der Existenz eines oder mehrerer Dinge (bzw. Vorgänge) auf ein anderes Ding (einen andern Vorgang). Das Wort „Ding", wie ich es hier verwende, soll sich aber nur auf etwas Besonderes und Konkretes beziehen, d. h. nicht auf solche logischen Gegenstände wie Zahlen oder Klassen oder abstrakte Eigenschaften, sondern nur auf Sinnesdaten und alles, was logisch von derselben Art wie unsere Sinnesdaten ist[1]). Insoweit

[1]) Wir verwenden das Wort „Ding" hier also nicht, wie in der dritten Vorlesung, für eine Klasse von wechselseitig aufeinander bezogenen „Aspekten", sondern jeder Aspekt muß besonders ge-

ein Kausalgesetz unmittelbar verifizierbar ist, müssen sowohl das gegebene wie auch das erschlossene Ding Daten sein, obwohl sie nicht zur gleichen Zeit Daten zu sein brauchen. Ein Kausalgesetz, das unser Wissen über das Sein erweitern soll, muß auch anwendbar sein auf etwas, das im Augenblick kein Datum ist; denn gerade darin besteht die praktische Brauchbarkeit des Kausalgesetzes. Für unsere gegenwärtigen Zwecke ist jedoch entscheidend, daß das auf logischem Wege Erschlossene ein „Ding" sei, ein Besonderes und Konkretes, ein Gegenstand mit derselben Art von Wirklichkeit, die den Sinnesgegenstand auszeichnet — nicht ein Gegenstand von abstrakter Natur, wie etwa „Tugend" oder „Quadratwurzel von 2".

Ein Besonderes und Konkretes können wir aber nur kennen, wenn es als wirklich gegeben ist. Deshalb kann das Besondere und Konkrete, das auf Grund eines Kausalgesetzes erschlossen wird, nur mehr oder minder genau *beschrieben*, nicht aber *benannt* werden, solange die Schlußfolgerung nicht verifiziert worden ist. Da das Kausalgesetz *allgemein* und auf viele Fälle anwendbar ist, so muß der Schluß sich gründen auf eine allgemeine Eigenschaft des gegebenen Besonderen, nicht darauf, daß es gerade dieses Besondere ist. Das trifft auch offensichtlich bei allen schon früher erwähnten Beispielen zu: wir erschließen den nicht wahrgenommenen Blitzstrahl aus dem Donner und zwar auf Grund der Ähnlichkeit des Donners mit früher gehörten Donnerschlägen. Ein Kausalgesetz muß also feststellen,

zählt werden, wenn es sich um die Aufstellung kausaler Gesetze handelt.

daß die Existenz eines Dinges von bestimmter Art (oder einer Anzahl von Dingen, deren jedes seiner Art nach bestimmt ist) die Existenz eines andern Dinges einschließt, das zu dem ersten Dinge in einem Verhältnis steht, das unveränderlich bleibt, solange das erste Ding sich nicht verändert.

Man sieht also, daß die in einem Kausalgesetz auftretende Konstante weder der gegebene Gegenstand (die gegebenen Gegenstände) noch der erschlossene Gegenstand ist, die ja beide innerhalb weiter Grenzen sich verändern können, sondern vielmehr das *Verhältnis* zwischen gegebenem und erschlossenem Gegenstand. Der Grundsatz „gleiche Ursache, gleiche Wirkung", der manchmal für das Kausalprinzip ausgegeben wird, hat einen viel beschränkteren Geltungsumfang als das in der Wissenschaft angewendete Prinzip; ja, wenn er richtig interpretiert wird, so hat er eigentlich überhaupt keinen Geltungsbereich, da die „gleiche" Ursache im strengen Sinne des Wortes niemals wiederkehren kann. Wir werden auf diesen Punkt noch an einer späteren Stelle unserer Erörterung zurückkommen müssen.

Der besondere Gegenstand, der erschlossen wird, kann durch das Kausalgesetz entweder eindeutig bestimmt, oder auch nur in so allgemeinen Ausdrücken beschrieben werden, daß viele verschiedene besondere Fälle dieser Beschreibung genügen würden. Das hängt im Einzelfalle davon ab, ob das konstante Verhältnis, das Gegenstand des Kausalgesetzes ist, von der Art ist, daß nur ein einziges Glied zu dem gegebenen Datum in dem betreffenden Verhältnis stehen kann, oder aber, ob

mehrere Glieder dieser Bedingung genügen. Wenn viele Glieder zu dem gegebenen Datum in dem betreffenden Verhältnis stehen können, so kann die Wissenschaft sich nicht zufrieden geben, ehe sie ein engeres Gesetz gefunden hat, auf Grund dessen die zu erschließenden Dinge sich eindeutig bestimmen lassen.

Da alle uns bekannten Dinge in der Zeit sind, so muß ein Kausalgesetz auf zeitliche Beziehungen Rücksicht nehmen. Zu einem Kausalgesetz gehört also die Feststellung einer Beziehung der Sukzession oder Koexistenz zwischen dem gegebenen und dem erschlossenen Dinge. Wenn wir es donnern hören und daraus auf den Blitz zurückschließen, so ist nach dem betreffenden Gesetz das erschlossene früher als das gegebene Ding. Umgekehrt: wenn wir den Blitz sehen und deshalb erwarten, daß es donnern werde, so ist nach dem Gesetz das gegebene Ding früher als das erschlossene. Wenn wir aus den Worten eines Menschen auf seine Gedanken schließen, so sind in diesem Falle Gedanken und Worte nach dem betreffenden Gesetz wenigstens annähernd gleichzeitig.

Soll ein Kausalgesetz die Bestimmtheit und Genauigkeit erreichen, nach der alle Wissenschaft unablässig streben muß, so dürfen wir nicht mit einem unbestimmten *früher* oder *später* zufrieden sein, sondern müssen genauer feststellen, *wieviel* früher oder später. Das heißt m. a. W.: Das zeitliche Verhältnis zwischen dem gegebenen und dem erschlossenen Dinge muß so genau wie möglich bestimmt werden, denn tatsächlich ergibt sich ganz Verschiedenes je nach Länge und Richtung des zeitlichen Intervalls zwischen beiden. Ein Satz wie

„Vor einer Viertelstunde lebte dieser Mensch noch, in einer Stunde ist er schon kalt" enthält zwei Kausalgesetze, deren eines aus einem Datum etwas folgert, das vor einer Viertelstunde existierte, während das andere aus demselben Datum einen Schluß zieht auf etwas, das eine Stunde später als das Datum vorhanden sein wird.

Oft enthält ein Kausalgesetz nicht ein Datum, sondern deren viele, die nicht notwendig alle gleichzeitig zu sein brauchen, wenn auch ihre zeitlichen Beziehungen gegeben sein müssen. Das allgemeine Schema eines Kausalgesetzes ist das folgende:

„In allen Fällen, wo Dinge in bestimmtem Verhältnis zueinander vorkommen (wobei auch ihr zeitliches Verhältnis berücksichtigt werden muß), kommt ein Ding, das zu den gegebenen Dingen ebenfalls in festem Verhältnis steht, zu einer Zeit vor, die eine Funktion der Zeiten ist, zu welchen die andern Dinge vorkommen."

Die gegebenen Dinge werden im praktischen Leben keine Dinge sein, die nur für die Dauer eines Augenblicks existieren; denn solche Dinge, wenn es überhaupt welche von der Art gibt, können niemals Daten sein. Die gegebenen Dinge werden also stets eine endliche Zeit in Anspruch nehmen. Sie müssen auch nicht notwendig statisch, sondern können Vorgänge (besonders Bewegungen) sein. Wir haben schon in einer früheren Vorlesung erörtert, in welchem Sinne eine Bewegung ein Datum sein kann, so daß wir an dieser Stelle darüber nichts mehr zu sagen brauchen.

Es ist für das Kausalgesetz nicht wesentlich, daß der erschlossene Gegenstand später sei als eines der Daten

oder alle Daten; er kann ebensowohl früher als sie oder gleichzeitig mit ihnen sein. Das Einzige, worauf es ankommt, ist, daß das Gesetz uns in den Stand setzt, auf die Existenz eines Gegenstandes zu schließen, der mit Hilfe der Daten mehr oder minder genau bestimmt werden kann.

II. Damit kommen wir zu der zweiten Frage, die lautet: Welche Wahrscheinlichkeit kommt der Annahme zu, die besagt, das vergangene Geschehen, wenigstens soweit wir es beobachtet haben, sei von kausalen Gesetzen beherrscht worden? Diese Frage ist nicht zu verwechseln mit der anderen Frage: Berechtigt uns diese Wahrscheinlichkeit, die Geltung der Kausalgesetze auch für die Zukunft und für die Teile der Vergangenheit anzunehmen, die nicht beobachtet worden sind? Für den Augenblick fragen wir uns also nur, welche Gründe wir haben, Kausalgesetzen überhaupt Glauben zu schenken, nicht aber, ob diese Gründe zugleich den Glauben an eine *universale* Verursachung rechtfertigen können.

Der erste Schritt ist die Entdeckung annähernder, unanalysierter Gleichförmigkeiten der Sukzession oder Koexistenz. Dem Blitz folgt meist ein Donnerschlag; nachdem mich jemand geschlagen hat, habe ich Schmerzen; wenn ich mich einem Feuer nähere, so dauert es nicht lange, und ich empfinde seine Wärme. Anderseits gibt es Gleichförmigkeiten der Koexistenz, so zwischen Tast- und Gesichtsempfindungen, zwischen bestimmten Empfindungen in der Kehle und dem Klange der eigenen Stimme usw. Nachdem eine solche Gleichförmigkeit der Sukzession oder der Koexistenz eine bestimmte

Anzahl von Malen beobachtet worden ist, wird sie gefolgt von der Erwartung, sie werde sich auch bei künftigen Gelegenheiten wiederholen, d. h. wo immer eines der wechselseitig verknüpften Ereignisse gefunden werde, müsse auch das andere zu finden sein. Die Verbindung von in der Vergangenheit beobachteten Gleichförmigkeiten mit Erwartungen für die Zukunft ist selbst eine jener Gleichförmigkeiten der Sukzession, die bisher beobachtet worden sind. Dieser Umstand liefert uns zugleich die psychologische Erklärung für das, was wir den animalischen Glauben an eine universale Verursachung nennen könnten, da dieser Glaube auch an Hunden und Pferden beobachtet werden kann und in der Tat eher die Bedeutuug eines gewohnheitsmäßigen Handels als die einer wirklichen Überzeugung hat.

Bis hierher haben wir lediglich wiederholt, was über den Gegenstand schon von Hume gesagt wurde, der die Diskussion über den Kausalbegriff bis zu diesem Punkte geführt hat, aber nicht bemerkt zu haben scheint, wieviel darüber noch zu sagen übrig blieb.

Gibt es nun tatsächlich eine Eigenschaft, die wir als Ursächlichkeit oder Gleichförmigkeit bezeichnen könnten und von der sich feststellen ließe, daß sie ein Merkmal der ganzen Vergangenheit (soweit diese beobachtet wurde) wäre? Und, wenn dies der Fall sein sollte, wie wäre diese Eigenschaft zu definieren?

Von den besonderen Gleichförmigkeiten, deren wir schon Erwähnung getan haben, wie z. B. der Tatsache, daß auf den Blitz ein Donnerschlag folgt, stellt sich bald genug heraus, daß sie nicht ausnahmslos zutreffen.

Manchmal sehen wir einen Blitz, ohne es donnern zu hören, und wenn wir uns in einem solche Falle auch durch die Annahme helfen, wir hätten den Donner gehört, wenn wir dem Blitz näher gewesen wären, so kann dem kritisch Urteilenden doch kaum entgehen, daß diese Annahme selbst auf der Theorie beruht und daher kaum imstande sein dürfte, ihrerseits die Theorie zu stützen. Was die wissenschaftlich ausgewertete Erfahrung aber zu beweisen scheint, ist, daß — wo immer eine früher beobachtete Gleichförmigkeit uns im Stiche läßt — wir eine allgemeinere Gleichförmigkeit entdecken können, die eine größere Zahl von Umständen berücksichtigt und sowohl die Fälle umfaßt, wo die erste Gleichförmigkeit zutrifft, wie jene Fälle, wo sie versagt. Nicht unterstützte Körper in der Luft fallen — wenn sie nicht Luftschiffe oder Flugzeuge sind; aber die Prinzipien der Mechanik liefern uns Gleichförmigkeiten, die sich auf Luftschiffe und Flugzeuge genau so gut erstrecken wie auf fallende Körper. Diese von der Mechanik behaupteten Gleichförmigkeiten enthalten zwar viel Hypothetisches und Gekünsteltes, weil man dabei, wenn sie anders nicht zur Anwendung gebracht werden können, seine Zuflucht zu unbeobachteten Körpern nimmt, um die beobachteten Eigentümlichkeiten zu erklären. Trotzdem ist es eine Erfahrungstatsache, daß es möglich ist, die Gesetze durch Annahme unbeobachteter Körper zu retten, und daß unbeobachtete Körper unter Umständen, wo ihre Beobachtung möglich sein müßte, nicht angenommen werden dürfen. Die empirische Bestätigung der Gesetze der Mechanik kann also zugegeben werden, ob-

gleich sie sicherlich nicht ganz so vollständig ist, wie vielfach angenommen wird.

Wenn wir nun als sicher annehmen (was in Wahrheit als zweifelhaft zu gelten hat), daß während der ganzen Vergangenheit alles Geschehen sich nach unveränderlichen Gesetzen abgespielt habe, so werden wir weiterhin versuchen müssen, die Natur dieser Gesetze näher zu bestimmen. Sicherlich sind sie nicht so einfacher Natur wie der Satz, die gleiche Ursache bringe stets die gleiche Wirkung hervor. Als Beispiel eines Gesetzes, das sich ohne Ausnahme zu bestätigen scheint, können wir das Gravitationsgesetz nehmen. Um diesem Gesetz eine Form zu geben, in der es durch Beobachtung nachgeprüft werden kann, wollen wir es auf das Sonnensystem beschränken. In dieser Form besagt es, daß die Bewegung der Planeten und ihrer Nebenplaneten in jedem Augenblick eine Beschleunigung erfährt, die eine Resultante aus der Beschleunigung gegen alle übrigen Körper im Sonnensystem ist, die sich ihrerseits in jedem Falle proportional zu der Masse dieser Körper und umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung verhält. Durch dieses Gesetz ist, wenn der Zustand des Sonnensystems während einer beliebigen endlichen, wenn auch noch so kurzen, Zeitspanne gegeben ist, sein Zustand zu allen früheren und späteren Zeitpunkten determiniert, außer insoweit noch andere Kräfte, als die Gravitation, und andere Körper, als die des Sonnensystems, in Frage kommen. Andere Kräfte scheinen aber, soweit sich feststellen läßt, ebenso regelmäßig und ebensogut durch Kausalgesetze erfaßbar zu sein, wie die Gravitation. Wenn die von der

Mechanik geleistete Erklärung der materiellen Vorgänge vollständig wäre, so könnte die ganze physische Geschichte des Universums, sowohl was die Vergangenheit, als was die Zukunft anbetrifft, aus einer genügenden Anzahl von Daten einer bestimmten endlichen, wie immer kurzen, Zeitspanne erschlossen werden.

In der Welt des Geistigen ist das Beweismaterial für die universale Geltung der Kausalgesetze weniger vollständig. Die Psychologie kann sich bisher keines Erfolges rühmen, der der Entdeckung des Gravitationsgesetzes durch die Astronomie vergleichbar wäre. Dessen ungeachtet ist die Wahrscheinlichkeit dafür auch hier nicht viel geringer als in der Welt des Körperlichen. Die rohen, annähernd richtigen Kausalgesetze, von denen die Wissenschaft ausgehen muß, sind in der Sphäre des Geistigen gerade so leicht zu entdecken wie in der Sphäre des Körperlichen. In der Sinnenwelt gibt es zunächst die Korrelation zwischen Gesichts- und Tastempfindungen und Ähnliches, und die Tatsachen, die uns lehren, bestimmte Arten von Empfindungen mit bestimmten Sinnesorganen in Verbindung zu bringen. Dann gibt es Tatsachen wie die, daß unser Körper bestimmte Wollungen mit bestimmten Bewegungen beantwortet. Ausnahmen davon kommen zwar vor, ihre Erklärung ist aber nicht schwieriger als die der Ausnahmen von der Regel, daß nicht unterstützte Körper in der Luft fallen. Der Grad von Wahrscheinlichkeit, der für die Existenz von Kausalgesetzen auch auf psychologischem Gebiete nachgewiesen werden kann, gibt dem Psychologen durchaus die Berechtigung, die Wirksamkeit kausaler Gesetze auch für sein Gebiet

zu postulieren, wenn er auch nicht gerade genügt, um alle Zweifel eines Skeptikers zu widerlegen. Man denke ferner an den Umstand, daß Kausalgesetze, in denen das gegebene Glied geistiger und das erschlossene Glied körperlicher Natur ist, oder umgekehrt, wenigstens ebenso leicht zu entdecken sind, wie Kausalgesetze, deren beide Glieder geistiger Natur sind.

Vielleicht ist es Ihnen aufgefallen, daß ich bisher zwar von Kausalgesetzen gesprochen, nicht ein einziges Mal aber das Wort „Ursache" erwähnt habe. Es scheint mir angebracht, an dieser Stelle einige Worte über den berechtigten Gebrauch dieses Wortes zu sagen. Das Wort Ursache gehört in der Geschichte der Wissenschaft nur den frühen Stadien an, wo vorläufige, nur annähernd richtige Sätze verallgemeinernder Natur aufgestellt werden, um später durch Gesetze mit weiterem Geltungsbereich und selteneren Ausnahmen ersetzt zu werden. Wir sind berechtigt zu sagen: „Arsenik ist Ursache des Todes", solange uns die Einzelheiten des Vorgangs unbekannt sind; in einer weiter vervollkommneten Wissenschaft aber sollte das Wort Ursache bei der Aufstellung von Kausalgesetzen, die endgültigen Charakter haben sollen, nicht mehr vorkommen. Es gibt jedoch neben dem wissenschaftlichen einen freieren Gebrauch des Wortes Ursache, den wir ruhig beibehalten können. Die annähernden Gleichförmigkeiten, deren Beobachtung zum vorwissenschaftlichen Gebrauch des Wortes führen, können sich als unter allen (außer einigen ganz selten vorkommenden) Umständen richtig erweisen, vielleicht unter allen Umständen, die praktisch vorkommen können. In solchen Fällen ist es nun

bequem, von dem vorausgehenden Ereignis als der „Ursache" und dem nachfolgenden Ereignis als der „Wirkung" zu sprechen. Gegen den Gebrauch beider Worte in diesem Sinne ist nichts einzuwenden, vorausgesetzt, daß man sich dabei klar ist, daß das Folgen des zweiten Ereignisses nicht denknotwendig ist und in dieser Hinsicht Ausnahmen vorkommen können. In diesem, und zwar ausschließlich in diesem Sinne wollen wir die Worte gebrauchen, wenn wir von einem besonderen Ereignis als der „Ursache" eines anderen Ereignisses sprechen, was wir manchmal tun müssen, um unerträglich umständliche Umschreibungen zu vermeiden.

III. Wir kommen nun zu unserer dritten Frage, nämlich: Welche Wahrscheinlichkeit besteht für die Annahme, das unbeobachtete Geschehen der Vergangenheit sei nach kausalen Gesetzen vor sich gegangen und das künftige Geschehen werde dies auch tun?

Was wir bis jetzt haben feststellen können, ist die Tatsache, daß bisher bestimmte Kausalgesetze beobachtet worden sind und daß von allem, was wir auf empirischem Gebiete wissen, nichts der Annahme widerspricht, alles (sowohl das geistige wie das körperliche) Geschehen habe sich, soweit es beobachtet wurde, nach kausalen Gesetzen abgespielt. Das allgemeine Kausalgesetz, auf das diese Tatsache hinzuweisen scheint, läßt sich durch folgenden Satz ausdrücken:

„Es gibt unveränderliche, feststehende Verhältnisse zwischen verschiedenen, zu gleichen oder zu verschiedenen Zeiten sich abspielenden Ereignissen, derart, daß,

wenn der Zustand des Universums während eines beliebigen endlichen, wie immer kurzen, Zeitraumes gegeben ist, jedes vorausgehende und jedes nachfolgende Ereignis theoretisch als eine Funktion der gegebenen Ereignisse bestimmt werden kann."

Haben wir nun irgendwelchen Grund, an ein solches universales Gesetz zu glauben? Oder — um zunächst bescheidener zu fragen — haben wir wenigstens Grund zu der Annahme, ein einzelnes Kausalgesetz, wie z. B. das Gravitationsgesetz, werde auch in Zukunft Geltung haben?

Unter den bisher beobachteten Kausalgesetzen befindet sich eines, das besagt, auf die Beobachtung von Gleichförmigkeiten folge die Erwartung ihrer Wiederkehr. Ein Pferd, das daran gewöhnt ist, stets durch dieselben Straßen getrieben zu werden, erwartet dasselbe für die Zukunft; ein Hund, der immer zu bestimmter Stunde gefüttert wird, erwartet sein Futter zu eben dieser Stunde und zu keiner andern. Solche Erwartungen erklären, worauf schon Hume hingewiesen hat, nur zu gut das Entstehen der populären Überzeugung, daß es Gleichförmigkeiten der Sukzession geben müsse, sie liefern aber nicht den geringsten Grund, diese Überzeugung auch in bezug auf die Zukunft zu hegen, oder auch nur anzunehmen, wir würden auch in Zukunft die Wiederkehr bereits beobachteter Gleichförmigkeiten erwarten; denn diese letztere Annahme, wenn sie richtig wäre, wäre selbst eines von den Kausalgesetzen, für die wir ja gerade nach einer Begründung suchen. Wenn das, was Hume über das Kausalproblem gesagt hat, tatsächlich das letzte

Wort ist, so haben wir nicht nur keinen Grund zu der Annahme, die Sonne werde morgen wieder aufgehen, sondern nicht einmal zu der viel bescheideneren Voraussetzung, wir würden in fünf Minuten überhaupt noch erwarten, daß sie wieder aufgehe.

Man kann nun selbstverständlich sagen, alle Schlußfolgerungen in bezug auf die Zukunft seien ungültig, und ich für meinen Teil sehe keinerlei Möglichkeit, diese Ansicht durch Gründe zu widerlegen. Während wir die Berechtigung zu solcher Skepsis durchaus anerkennen, können wir uns dessen ungeachtet fragen, welches Prinzip — vorausgesetzt, die Schlußfolgerungen in bezug auf die Zukunft seien gültig — in einem solchen Schluß enthalten sei.

Das darin enthaltende Prinzip ist das Prinzip der Induktion, das, wenn es richtig ist, ein apriorisches, logisches Gesetz sein muß und als solches auf dem Wege der Erfahrung weder bewiesen noch widerlegt werden kann. Die Formulierung dieses Prinzips ist eine äußerst schwierige Angelegenheit, über die sich nur so viel sagen läßt, daß es — soll es die Richtigkeit der Schlußfolgerungen, die wir mit seiner Hilfe ziehen möchten, verbürgen — zu folgendem Satze führen muß: „Wenn ein Ding von bestimmter Art in einer größeren Anzahl von Fällen in der gleichen Verknüpfung mit einem Dinge von bestimmter anderer Art vorkommt, so ist es wahrscheinlich, daß ein Ding der ersten Art *immer* mit einem Dinge der zweiten Art verknüpft ist; und in demselben Maße, wie die Zahl der Fälle zunimmt, kommt die Wahrscheinlichkeit der Gewißheit unendlich nahe."

Man kann sehr wohl im Zweifel sein, ob dieser Satz richtig sei; wenn wir aber seine Richtigkeit voraussetzen, so können wir schließen, daß jede Eigentümlichkeit der ganzen beobachteten Vergangenheit mit Wahrscheinlichkeit auch auf die Zukunft und die nicht beobachtete Vergangenheit zutreffe. Ist der Satz richtig, so verbürgt er also auch die Richtigeit der Schlußfolgerung, daß kausale Gesetze wahrscheinlich zu allen Zeiten gültig seien, in der Zukunft so gut wie in der Vergangenheit; ohne ihn aber ergibt sich aus den Fällen, in denen die Gültigkeit der Kausalgesetze beobachtet wurde, noch keinerlei Wahrscheinlichkeit für ihre Gültigkeit in nicht beobachteten Fällen und kann die Existenz eines nicht beobachteten Dinges niemals erschlossen werden.

Wir sehen also, daß viel eher das Prinzip der Induktion als das Kausalgesetz es ist, was allen Schlüssen auf die Existenz von nicht unmittelbar gegebenen Dingen zugrunde liegt. Mit dem Prinzip der Induktion kann alles für solche Schlüsse Notwendige bewiesen werden; ohne dieses Prinzip bestehen alle derartigen Schlüsse zu Unrecht. Diesem Prinzip ist bisher nicht die Aufmerksamkeit geschenkt worden, die ihm wegen seiner großen Bedeutung zukommt. Es ist natürlich genug, daß diejenigen Vertreter der Philosophie, die sich zur deduktiven Logik hingezogen fühlten, es völlig ignorierten; von denen aber, die den Geltungsbereich der Induktion noch überschätzten und die Ansicht vertraten, alle Logik müsse empirisch sein, war erst recht nicht zu erwarten, daß sie sich darüber klar geworden wären, daß die von ihnen verhätschelte Induktion zu ihrer Begrün-

dung selbst eines logischen Prinzips bedarf, das offensichtlich nicht auf induktivem Wege bewiesen werden und daher nur apriorischer Natur sein kann.

Die Ansicht aber, das Kausalgesetz sei selbst apriorischer Natur, kann m. E. von niemandem geteilt werden, der eine Vorstellung davon hat, wie kompliziert es eigentlich ist. In der Form, die besagt, jedes Ereignis habe eine Ursache, sieht es zwar einfach aus, dringen wir aber tiefer ein, so geht der Begriff Ursache allmählich über in „kausales Gesetz"; und, zu definieren, was ein Kausalgesetz sei, ist alles andere als einfach. Den Schlüssen von der Existenz eines Dinges auf die eines andern muß notwendig ein apriorisches Prinzip zugrunde liegen, wenn sie richtig sein sollen. Wie aus unserer Erörterung aber klar hervorgeht, ist das in Frage kommende Prinzip das der Induktion, nicht der Kausalität; ob Schlüsse von der Vergangenheit auf die Zukunft richtig sind, hängt also (wenn, was wir gesagt haben, richtig ist) allein von dem Induktionsprinzip ab: Ist es richtig, so bestehen auch die fraglichen Schlüsse zu Recht; ist es aber falsch, so haben auch sie keine Geltung.

IV. Die nächste unserer Fragen betraf das Verhältnis des Begriffs „Kausalgesetz" in der Ausprägung, die wir ihm gegeben haben, zum überlieferten Ursachbegriff, wie er noch in der Philosophie und der populären Vorstellung lebt. Historisch hängt der Begriff der Ursache auf das engste zusammen mit den menschlichen Willensäußerungen. Der Typus einer Ursache war in früheren Zeiten der Machtspruch eines Königs. Die Ursache wurde für „aktiv" gehalten, die Wirkung für „passiv". Von hier aus konnte man leicht zu der Vor-

stellung kommen, eine richtige Ursache müsse eine gewisse Voraussicht der Wirkung enthalten; so wird die Wirkung zum „Ziel", auf das die Ursache „hinstrebt", womit in der Naturerklärung das kausale dem teleologischen Prinzip Platz gemacht hat. Alle diese Vorstellungen aber sind, sobald sie auf die Natur übertragen werden, bloße Anthropomorphismen. Die Antwort auf diese Übertragung war der Gedanke einer rein deskriptiven Naturwissenschaft, wie er von Mach und anderen vertreten wurde. Nach ihnen ist es Aufgabe der Naturwissenschaft, nicht das Warum, sondern das Wie der Naturvorgänge zu erforschen. Wenn mit der Frage nach dem Warum irgend etwas anderes gemeint ist als das Suchen nach einem allgemeinen Gesetz, nach dem eine Erscheinung vorkommt, so haben sicherlich diejenigen recht, die der Meinung sind, daß diese Frage von der Naturwissenschaft nicht beantwortet werden könne und darum gar nicht erst gestellt werden sollte. Insofern müssen wir auch den Verfechtern einer deskriptiven Naturwissenschaft vollkommen beipflichten. Wenn man aber auf Grund von Kausalgesetzen Schlüsse vom Beobachteten auf das Nicht-Beobachtete zieht, so hört damit die Naturwissenschaft schon auf, *rein* deskriptiv zu sein, trotzdem haben wir aber gerade in jenen Kausalgesetzen die wissenschaftlich wertvolle Seite des Ursachbegriffs verkörpert. Es gibt also im herkömmlichen Ursachbegriff etwas, das es wert ist, bewahrt zu werden, wenn es auch nur ein geringer Bruchteil von dem ist, was die orthodoxe Metaphysik unter „Ursache" versteht.

Um den Unterschied verstehen zu können, der zwischen dem populären Ursachbegriff und dem in der Wis-

senschaft gebräuchlichen besteht, ist es notwendig, durch einen Willensakt alles fernzuhalten, was zwischen Vergangenheit und Zukunft unterscheidet. Dies ist nun allerdings außerordentlich schwierig, weil unser gesamtes Denken vollkommen durchsetzt ist mit dem Begriff des Unterschiedes. Nicht nur, daß in der Erinnerung und in der Hoffnung unsere Gefühle nach Vergangenheit und Zukunft differenziert erscheinen, nein, unserem gesamten Wortschatz liegt die Vorstellung der Aktivität zugrunde, d. h. die Vorstellung, die Dinge würden wegen ihrer Wirkung in der Zukunft getan. Alle transitiven Verben enthalten den Ursachbegriff als die Vorstellung von etwas Aktivem und müßten umständlich umschrieben werden, wenn man diese Vorstellung eliminieren wollte.

Man betrachte einen Satz wie „Brutus tötete Caesar." Bei anderer Gelegenheit könnten Brutus und Caesar uns interessieren, im gegenwärtigen Augenblick wollen wir uns jedoch mit dem Vorgang näher befassen. Wir können sagen, eine Person töten, heiße, ihren Tod absichtlich herbeiführen. Das bedeutet: der Wunsch nach dem Tode einer bestimmten Person verursacht eine bestimmte Handlung, weil man überzeugt ist, gerade diese Handlung werde den Tod der betr. Person herbeiführen; genauer: der Wunsch und die Überzeugung verursachen zusammen die Handlung. Brutus wünscht, Caesar möchte tot sein, und ist überzeugt, daß sein Tod durch Erstechen herbeigeführt werden könne; er ersticht ihn und der Dolchstoß wird die Ursache für Caesars Tod, wie Brutus vorausgesehen hat. Jede Handlung, durch die eine Absicht zur Ausführung kommt, enthält zwei solche

kausale Schritte: C wird gewünscht und man ist überzeugt (mit Recht, wenn die Absicht erreicht wird), B werde C verursachen; der Wunsch und die Überzeugung zusammen verursachen B, das seinerseits C herbeiführt. Wir haben zunächst also A, das in dem Wunsch nach C und der Überzeugung besteht, B (eine Handlung) werde C zur Folge haben; dann haben wir B, die durch A hervorgerufene Handlung, von der man überzeugt ist, daß sie C zur Folge haben wird; endlich haben wir, wenn die Überzeugung richtig war, das durch B verursachte C oder aber, war die Überzeugung falsch, Enttäuschung.

Vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus kann man die Reihe ABC ebenso gut in der umgekehrten Reihenfolge betrachten, wie die Mordkommission es heute zu tun pflegt; wenn wir uns jedoch mit Brutus beschäftigen, so wird unser Interesse für die ganze Reihe hervorgerufen durch den am Anfang der Reihe stehenden Wunsch. Wir fühlen nämlich: wären seine Wünsche anders geartet gewesen, so wäre nicht geschehen, was in Wirklichkeit geschah. Dieses Gefühl ist richtig und umgibt Brutus mit einem Nimbus von Macht und Freiheit. Ebenso richtig ist aber, daß, wenn nichts von dem geschehen wäre, was wirklich geschah, seine Wünsche anders gewesen wären; denn, weil sie gerade so und nicht anders waren, wurde Caesar ermordet. Unsere Wünsche sind also durch ihre Folgen genau so gut bestimmt, wie die Folgen durch unsere Wünsche; da wir im allgemeinen aber die Folgen unserer Wünsche nicht kennen, ohne zugleich unsere Wünsche zu kennen, so ist diese Form des Schlusses ohne Interesse in bezug auf

unsere eigenen Handlungen, obwohl sie für die Beurteilung der Handlungen anderer Personen von höchster Bedeutung ist.

Die Ursache hat, wissenschaftlich betrachtet, nichts von der Ähnlichkeit mit dem Wollen, die in dem unkritischen Beobachter die Vorstellung hervorruft, als ob die Wirkung von der Ursache erzwungen würde. Eine Ursache ist ein Ereignis (bzw. eine Gruppe von Ereignissen) von bekanntem allgemeinen Charakter, das zu einem andern, als Wirkung bezeichneten Ereignis in bekanntem Verhältnis steht, wobei nur ein Ereignis oder jedenfalls eine genau definierte Art von Ereignissen in diesem Verhältnis zu der gegebenen Ursache stehen kann. Man hat sich daran gewöhnt, als „Wirkung" nur ein Ereignis zu bezeichnen, das später ist als die Ursache, aber es liegt nicht der geringste Grund für eine solche Einschränkung vor. Wir werden darum besser tun, die Wirkung ruhig vor der Ursache oder gleichzeitig mit ihr sein zu lassen, da nichts von irgendwelcher Bedeutung für die Wissenschaft davon abhängt, daß sie später sei.

Wenn der Schluß von der Ursache auf die Wirkung über allen Zweifel erhaben sein soll, so muß offenbar theoretisch die Ursache das ganze Universum enthalten. Solange irgend etwas ausgelassen wird, kann das erwartete Ergebnis dadurch verändert werden. Für praktische und wissenschaftliche Zwecke können jedoch die Erscheinungen zu selbständigen, in sich abgeschlossenen (oder doch fast abgeschlossenen) Kausalgruppen versammelt werden. Im populären Bewußtsein ist die Ursache ein einziges Ereignis; wir sagen: der Blitz ruft

den Donner hervor, usw. Aber es wäre schwierig, festzustellen, was wir dabei unter einem einzigen Ereignis verstehen; im allgemeinen scheint es, daß man, um die Wirkung mit einiger Sicherheit vorausberechnen zu können, viel mehr Umstände berücksichtigen muß, als allgemein angenommen wird. Oft ist aber auch eine nur wahrscheinliche Kausalverbindung, bei der die Ursache von ganz einfacher Natur ist, praktisch nützlicher als ein kausaler Konnex, der zwar eine höhere Gewißheit für sich in Anspruch nehmen kann, bei dem aber die Ursache so komplexer Natur ist, daß sie praktisch schwer festzustellen sein würde.

Um das Gesagte noch einmal kurz zusammenzufassen: der Begriff des strengen Kausalgesetzes mit universalem Geltungsbereich und höchster Gewißheit, wie die Philosophie ihn aufgestellt hat, ist ein Ideal, das möglicherweise wahr ist, von dem wir aber nicht auf Grund von irgendwelchem Beweismaterial *wissen* können, daß es wahr ist. Was wir mit Hilfe der empirischen Naturwissenschaft wirklich wissen, ist umschrieben durch die Tatsache, daß bestimmte, zu bestimmten Zeiten bestehende, konstante Verhältnisse zwischen den Gliedern einer Gruppe von Ereignissen beobachtet worden sind, und daß es in den Fällen, wo diese Verhältnisse eine Ausnahme erleiden, gewöhnlich möglich ist, durch Erweiterung der Gruppe ein neues, konstanteres Verhältnis zu finden. Jedes solche konstante Verhältnis, das zwischen Ereignissen von bestimmter Art und mit gegebenen bestimmten Zeitintervallen besteht, ist ein „Kausalgesetz". Aber alle Kausalgesetze sind Ausnahmen unterworfen, wenn die Ursache nicht den Zustand des

ganzen Weltalls umfaßt. Wir sind zwar auf Grund der Erfahrung überzeugt, daß solche Ausnahmen durch Erweiterung der als Ursache bezeichneten Gruppe zum Verschwinden gebracht werden können; aber diese Überzeugung sollte, wenigstens solange sie nicht logisch bewiesen ist, nicht als gewiß, sondern nur als richtunggebend für weitere Forschungen betrachtet werden.

Eine sehr häufig beobachtete Kausalgruppe besteht aus Wollungen und den nachfolgenden Körperbewegungen, obwohl es auch hiervon (infolge plötzlicher Lähmung) Ausnahmen gibt. Eine weitere sehr häufige Verbindung besteht (obwohl hier die Ausnahmen schon viel zahlreicher sind) zwischen einer Körperbewegung und der Verwirklichung der Absicht, die diese Bewegung herbeigeführt hat. Alle diese Verbindungen sind offenkundig, wogegen über die Ursachen von Wünschen noch tiefes Dunkel gebreitet liegt. Es ist darum naheliegend, Kausalreihen mit Wünschen beginnen zu lassen und anzunehmen, alle möglichen Ursachen seien dem Wunsche analog und die Wünsche selbst entstünden spontan. Ein ernsthafter Psychologe kann diese Ansicht aber nicht teilen. Damit kommen wir aber schon zu der Frage, welche Folgerungen sich aus der von uns durchgeführten Zergliederung des Ursachbegriffs für das Problem der Willensfreiheit ergeben.

V. Das Problem der Willensfreiheit hängt so enge mit dem Ursachbegriff zusammen, daß wir trotz des ehrwürdigen Alters dieser Frage doch hoffen dürfen, eine neuartige Auffassung des Ursachbegriffes werde auch auf sie einiges neue Licht werfen. Das Freiheitsproblem ist zu manchen Zeiten leidenschaftlich umstritten wor-

den, denn der Gedanke, unser Wille könnte etwa nicht frei sein, war für manche Menschen einfach nicht zu ertragen. Es ist nun meine Überzeugung (um dies gleich vorwegzunehmen), daß die Beantwortung der in diesem Problemkomplex enthaltenen Fragen für den kühleren Beurteiler keineswegs die gefühlsmäßige Bedeutung besitzt, die ihr von manchen zugeschrieben wird, da m. E. auch eine negative Antwort auf das Freiheitsproblem, aus der sich so unangenehme Folgerungen ergeben sollen, zu letzteren gar keinen Anlaß gibt, zum mindesten nicht eine der Formen, die wir dieser Antwort mit gutem Grund geben können. Wenn ich aber den Wunsch habe, dieses Problem hier kurz zu erörtern, so geschieht dies nicht nur, um die Wahrheit dieser Behauptung zu beweisen, sondern viel mehr noch, weil diese Frage, wie ich glaube, ein gutes Beispiel darstellt, einerseits für die durch Anwendung der analytischen Methode zu erzielende Klärung der Begriffe und anderseits für die endlosen Kontroversen, die entstehen, wenn diese Methode vernachlässigt wird.

Zunächst wollen wir untersuchen, was wir in Wirklichkeit möchten, wenn wir wünschen, daß der Wille frei sei. Da zeigt sich, daß einige von unseren Motiven einem ernsten Gefühl entspringen, während andere uns im Gegenteil höchst trivial anmuten. Um mit den ersteren zu beginnen: Wir wollen uns nicht in der Hand des Schicksals fühlen; nicht, wie sehr wir auch wünschen mögen, ein Ding zu wollen, trotzdem durch eine außer uns befindliche Macht gezwungen werden, ein anderes zu wollen. Wir wollen nicht denken, daß, wie sehr wir auch wünschen mögen, gut zu handeln, doch Vererbung

und Umgebung uns zwingen könnten, schlecht zu handeln. Wir wollen im Gegenteil fühlen, daß es im gegebenen Falle auf unsere Wahl ankommt und ein Auswählen in unserer Macht liegt. Neben diesen Motiven, die aller Achtung wert sind, haben wir jedoch andere, sittlich nicht auf derselben Stufe stehende, die uns in gleicher Weise die Freiheit des Willens als wünschenswert erscheinen lassen: Wir denken nicht gern, daß andere Leute, wenn sie nur genug wüßten, unsere Handlungen voraussagen könnten, obgleich wir recht wohl wissen, daß wir selbst die Handlungen anderer Leute oftmals voraussehen, besonders wenn sie schon älter sind. So sehr wir den alten, unsere Einsamkeit auf dem Lande teilenden Herrn auch schätzen: sobald die Rede einmal auf Waldhühner kommt, wissen wir, daß er die Geschichte von den Waldhühnern in der Kadettenmesse erzählen wird. Wir selbst sind natürlich nicht so mechanisch veranlagt; wir erzählen niemals eine Anekdote zweimal derselben Person, ja, nicht *einmal*, außer wenn wir sicher sind, daß sie sich dafür interessieren wird; obgleich wir einmal Bismarck begegnet sind, so sind wir doch imstande, ihn erwähnen zu hören, ohne gleich von unserer Begegnung mit ihm zu reden. In diesem Sinne denkt jeder von sich selbst, er sei im Besitze eines freien Willens, obschon er weiß, daß außer ihm niemand in dieser glücklichen Lage ist. Der Wunsch nach dieser Art von freiem Willen scheint mir nichts anderes zu sein, als eine besondere Form von Eitelkeit. Ich glaube auch nicht, daß für die Erfüllung dieses Wunsches irgendwelche Wahrscheinlichkeit besteht, während die anderen, sittlich höher stehenden Motive m. E. mit

jeder haltbaren Form des Determinismus vereinbar sind.

Wir haben also zwei verschiedene Fragen zu beantworten: 1. Lassen sich die menschlichen Handlungen aus einer genügenden Zahl von Antecedentien vorausbestimmen? 2. Unterliegen die menschlichen Handlungen einem äußeren Zwange? Diese beiden Fragen stehen in gar keinem Zusammenhang miteinander, und es ist möglich, die erste von ihnen im bejahenden Sinne zu beantworten, ohne doch gezwungen zu sein, dies auch bei der zweiten zu tun.

1. *Lassen sich die menschlichen Handlungen aus einer genügenden Zahl von Antecedentien vorausbestimmen?* Wir wollen versuchen, dieser Frage zunächst eine bestimmtere Form zu geben, z. B.: kann es ein konstantes Verhältnis zwischen einer Handlung und einer bestimmten Anzahl früherer Ereignisse geben, derart, daß, wenn die früheren Ereignisse gegeben sind, nur *eine* Handlung (oder wenigstens nur Handlungen von bestimmtem, genau bezeichnetem Charakter) in diesem Verhältnis zu den früheren Ereignissen stehen kann? Wenn dies der Fall ist, dann ist es, sobald die früheren Ereignisse bekannt sind, theoretisch möglich, entweder die genaue Handlung oder doch den Charakter vorauszubestimmen, den sie haben muß, um das konstante Verhältnis zu befriedigen.

Auf diese Frage hat bekanntlich Bergson eine negative Antwort gegeben und zwar in einer Form, die ganz allgemein die Anwendbarkeit des Kausalgesetzes in Zweifel zieht. Er führt dazu an, jeder Vorgang — und besonders jeder geistige Vorgang — enthalte so-

viel von der Vergangenheit, daß er unmöglich schon zu einer früheren Zeit einmal stattgefunden haben könne; er sei darum von allen vorausgehenden und allen nachfolgenden Vorgängen gänzlich verschieden. Wenn ich z. B. mehrmals dasselbe Gedicht lese, so würde bei jeder Wiederholung mein Erlebnis durch die früheren Erlebnisse modifiziert und meine Gefühle wiederholten sich nie in genau derselben Weise. Das Prinzip der Verursachung sagt nach Bergson aus, die gleiche Ursache löse im Falle der Wiederholung die gleiche Wirkung aus. Weil wir Gedächtnis haben, läßt sich aber dieses Prinzip seiner Meinung nach auf geistige Vorgänge nicht anwenden. Was scheinbar dieselbe Ursache sei, werde bei der Wiederholung schon durch die bloße Tatsache der Wiederholung modifiziert und könne deshalb auch nicht dieselbe Wirkung zur Folge haben. Bergson schließt daraus, jeder geistige Vorgang sei etwas wirklich Neues und nicht aus der Vergangenheit vorauszubestimmen, da die Vergangenheit nichts genau Gleiches enthalte, in Analogie zu dem wir uns von dem Neuen eine Vorstellung machen könnten. Aus diesem Grunde hält Bergson die Freiheit des Willens für bewiesen.

Die Ausführungen Bergsons enthalten ohne allen Zweifel viel Wahres, und ich habe nicht die Absicht, ihre Bedeutung irgendwie herabzusetzen. Ich bin aber nicht der Ansicht, daß die weitgehenden Folgerungen, die er daraus ziehen zu müssen glaubt, ganz richtig sind. Der Determinist behauptet gar nicht, er könne die zukünftige Handlung in ihrer ganzen Besonderheit vorausbestimmen. Wenn er voraussehen könnte, daß

A die Absicht hätte, B zu ermorden, so würde seine Voraussicht praktisch keineswegs wertlos gemacht durch den Umstand, daß er in der Tat weder A's Geisteszustand beim Begehen der Tat in seiner ganzen unendlichen Kompliziertheit voraussehen, noch sagen könnte, ob der Mord mit Hilfe eines Messers oder eines Revolvers ausgeführt werden sollte. Wenn die *Art* der zu vollziehenden Handlung innerhalb enger Grenzen vorausgesehen werden kann, so ist es praktisch von geringem Interesse, daß manche Einzelheiten nicht vorauszusehen sind. Immer wenn die Geschichte von den Waldhühnern in der Kadettenmesse erzählt wird, werden dabei kleine Unterschiede unterlaufen, die auf die zunehmende Gewöhnung zurückzuführen sind; das macht aber die Voraussicht, daß die Geschichte erzählt werden wird, nicht wertlos. Bergson hat aber nicht das Geringste vorgebracht, das geeignet wäre, zu beweisen, daß die *Art* einer zukünftigen Handlung nicht voraussagbar wäre.

Weiterhin ist die Form, in der Bergson das Kausalgesetz anführt, nicht zutreffend. Das Gesetz besagt nämlich nicht nur, daß *gleiche* Ursachen *gleiche* Wirkungen haben, sondern vielmehr, daß ein konstantes Verhältnis besteht zwischen Ursachen von bestimmter Art einerseits und Wirkungen von bestimmter Art anderseits. Wenn z. B. ein Körper frei fällt, so besteht ein konstantes Verhältnis zwischen der Höhe des Falles und der Zeit, die der Körper braucht. Es ist nicht notwendig, daß der Körper von derselben Höhe herunterfällt wie in früher beobachteten Fällen, damit wir die Zeit, die er zum Fallen braucht, vorausbestimmen

können. Wenn dies notwendig wäre, so wäre jede Voraussage überhaupt unmöglich, denn es ist unmöglich, die Höhe bei zwei verschiedenen Versuchen ganz genau gleich zu machen. Ebenso ist die Anziehung, welche die Sonne auf die Erde ausübt, nicht nur für die Entfernungen bekannt, für die sie bereits gemessen wurde, sondern für alle möglichen Entfernungen, denn wir wissen, daß die Anziehung sich umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung verändert. Was sich in verschiedenen Fällen wiederholt, ist das Verhältnis, in dem Ursache und Wirkung zueinander stehen, nicht die Ursache selbst. Die einzige Bedingung, die für die Ursache besteht, ist, daß sie (in der Hinsicht, auf die es dabei ankommt) von der gleichen *Art* sei wie frühere Ursachen, deren Wirkung beobachtet wurde.

Bergsons Formulierung des Kausalgesetzes ist außerdem nicht zutreffend insofern, als er annimmt, die Ursache müsse notwendig *ein* Vorgang sein, während sie aus zwei oder noch mehr Vorgängen bestehen, oder auch ein Vorgang stetiger Art sein kann. Die wesentliche Frage ist, ob geistige Vorgänge durch die Vergangenheit determiniert sind. Nun ist es in einem Falle wie dem wiederholten Lesen eines Gedichtes offenbar, daß unsere Gefühle bei der Lektüre zwar in höchstem Grade von der Vergangenheit abhängig sind, nicht aber von einem einzelnen Ereignis in der Vergangenheit. Alle Fälle, in denen wir das Gedicht schon früher gelesen haben, müssen bei der Feststellung der Ursache berücksichtigt werden. Es ist nicht schwer, ein bestimmtes Gesetz zu entdecken,

nach welchem die Wirkung um so verschiedener wird, je öfter ich das Gedicht schon früher gelesen habe, ja, Bergson selbst nimmt ein solches Gesetz stillschweigend an: Wenn wir nämlich endlich den Entschluß fassen, das Gedicht nicht nochmals zu lesen, so geschieht es, weil wir wissen, daß es uns das nächste Mal langweilig vorkommen würde. Es ist wohl möglich, daß wir die zu erwartende Langeweile nicht mit all ihren Schattierungen voraussehen können; wir wissen aber genug, um unsere Entscheidung danach treffen zu können, und die Voraussicht der Langeweile ist darum nicht minder richtig, weil sie mehr oder weniger allgemeiner Natur bleiben muß. Die von Bergson angeführten Beispiele sind also, wie wir sehen, nicht geeignet, zu beweisen, daß Voraussicht unmöglich sei in dem einzigen Sinne, in dem sie irgendwelchen praktischen oder Gefühlswert hat. Wir können daher von den Ausführungen Bergsons Abschied nehmen und unsere Aufmerksamkeit nunmehr dem Problem selbst zuwenden.

Von anderer Seite ist das Kausalgesetz, nach dem spätere Ereignisse auf Grund früherer Ereignisse vorausbestimmt werden können, für apriorisch gehalten worden, für eine Denknotwendigkeit, eine Kategorie, ohne die Wissenschaft überhaupt nicht möglich wäre. Das scheint mir aber zum mindesten stark übertrieben. In bestimmten Richtungen ist das Gesetz empirisch bestätigt worden, und in anderer Richtung gibt es nichts Positives, was dagegen spräche. Die Wissenschaft kann von ihm Gebrauch machen, wo es als richtig befunden wurde, ohne daß sie damit seine

Richtigkeit auf anderen Gebieten anerkennen müßte. Wir können also meines Erachtens nicht mit apriorischer Gewißheit fühlen, daß der Wille des Menschen ursächlich bestimmt sei.

Die Frage, inwieweit der Wille des Menschen kausalen Gesetzen unterworfen ist, dürfte rein empirisch zu entscheiden sein. Soweit unsere Erfahrung reicht, scheint es allerdings klar, daß die große Mehrzahl unserer Wollungen eine Ursache hat; aber wir können auf Grund dieses Umstandes noch nicht als sicher annehmen, daß alle unsere Wollungen ursächlich bestimmt seien. Diese Annahme wenigstens für wahrscheinlich zu halten, haben wir nun allerdings Gründe von genau derselben Art wie für die ursächliche Bestimmtheit der Vorgänge in der physischen Natur.

Wir dürfen ferner annehmen — obgleich auch diese Annahme nicht über jeden Zweifel erhaben ist — daß es Gesetze der Korrelation zwischen dem Geistigen und dem Körperlichen gibt, auf Grund welcher, wenn der Zustand der gesamten Materie in der Welt (und damit aller Gehirne und lebenden Organismen) gegeben wäre, der Zustand aller Geister in der Welt erschlossen werden könnte, während umgekehrt auch der Zustand aller Materie aus dem Zustande aller Geister hervorgehen würde. Es ist augenscheinlich, daß irgendwelche Korrelation zwischen Gehirn und Geist besteht, und es ist nicht zu sagen, wie vollkommen diese sein mag; doch lege ich auf diesen Punkt in unserem Zusammenhang keinen besonderen Wert. Was ich aber mit allem Nachdruck betonen möchte, ist meine Überzeugung, daß, selbst wenn wir die weitestgehenden Behaup-

tungen des Determinismus in bezug auf die Korrelation von Gehirn und Geist zugeben würden, sich daraus doch keinerlei Folgerungen ergäben, die dem, was mir im Begriff des freien Willens wertvoll erscheint, irgendwie Abbruch täten. Die weitverbreitete Ansicht, dies sei doch der Fall, geht, soviel ich erkennen kann, zurück auf die falsche Gleichsetzung von Ursache und Wollung und die nichtige Vorstellung, als ob die Ursache ihre Wirkung in irgendeinem ähnlichen Sinne *erzwänge*, wie ein Mensch den anderen zwingen kann, zu tun, was er lieber nicht tun möchte. Diese Gleichsetzung wird als Irrtum erkannt, sobald man von der wahren Natur der wissenschaftlichen Kausalgesetze eine Vorstellung hat. Damit sind wir zu der zweiten Frage gelangt, die wir uns mit Bezug auf das Problem der Willensfreiheit gestellt haben, nämlich die Frage, ob wir unter der Annahme des Determinismus gezwungen sind, unsere Handlungen in irgendeinem Sinne des Wortes als von äußeren Kräften erzwungen anzusehen.

2. *Sind die menschlichen Handlungen einem äußeren Zwange unterworfen?* Das subjektive Gefühl der Freiheit, das wir unzweifelhaft haben, wenn wir unser künftiges Handeln erwägen, wird vielfach als Beweis angeführt gegenüber der Ansicht, unsere Wollungen seien ursächlich bestimmt. Diese Freiheit, die wir zu haben glauben, besteht aber nur darin, daß wir aus mehreren Möglichkeiten diejenige auswählen können, die uns am meisten zusagt; keineswegs aber besagt dieses Gefühl, daß es keine kausale Verknüpfung gäbe zwischen der von uns gewählten Möglichkeit und unserem früheren Erleben. Daß wir immer wieder geneigt

sind, das Bestehen eines kausalen Zusammenhanges zwischen diesen beiden Faktoren zu leugnen, ist eine Folge unserer Gewohnheit, die Ursache in Analogie zur Wollung zu begreifen — eine Gewohnheit, von der oftmals sogar jene sich nicht gänzlich frei zu machen vermögen, die den besten Willen zu einer wissenschaftlich orientierten Auffassung haben. Wenn die Ursache der Wollung analog wäre, so entspräche eine äußere Ursache einem fremden Willen, und eine aus äußeren Ursachen voraussagbare Handlung wäre einem Zwange unterworfen. Diese Auffassung von der Ursache ist aber höchst unwissenschaftlich. Nach der Auffassung der modernen Wissenschaft *erzwingt*, wie wir gesehen haben, die Ursache ihre Wirkung ebensowenig, wie die Wirkung die Ursache *erzwingen* kann. Statt dessen besteht vielmehr eine wechselseitige Beziehung, auf Grund deren eine Ursache aus ihrer Wirkung und entsprechend eine Wirkung aus ihrer Ursache erschlossen werden kann. Wenn z. B. der Geologe den Zustand der Erdrinde in ferner Vergangenheit aus dem Zustande erschließt, den er heute vorfindet, so wird es ihm kaum einfallen zu sagen, der gegenwärtige Zustand zwinge den früheren Zustand, gerade so und nicht anders gewesen zu sein; doch macht er ihn als eine Folge der heutigen Feststellungen notwendig in dem einzigen Sinne, in dem eine Wirkung von ihrer Ursache notwendig gemacht werden kann. Die Unterscheidung, die wir gefühlsmäßig zwischen Ursache und Wirkung zu machen gewöhnt sind, hängt zusammen mit der Tatsache, daß wir ein Gedächtnis zwar für vergangene, nicht aber für zukünftige Ereignisse haben.

Die scheinbare Indeterminiertheit der Zukunft, auf welche die Verfechter der Willensfreiheit sich häufig berufen, ist lediglich eine Folge unserer Unwissenheit. Es ist aber klar, daß keine Art von Willensfreiheit, die wir für wünschenswert halten könnten, nur von unserer Unwissenheit abhängen kann. Wäre dies nämlich der Fall, so wären die Tiere freier als die Menschen und die Wilden freier als die Kulturvölker. Die Willensfreiheit — wenigstens wenn sie so aufgefaßt wird, daß sie irgendwelchen Wert für uns hat — muß mit höchstem Wissen vereinbar sein. Nun würde aber offenbar, und zwar auch abgesehen von irgendwelchen Voraussetzungen in bezug auf die Kausalität, ein lückenloses Wissen die Zukunft ebensowohl wie die Vergangenheit umfassen. Was wir von der Vergangenheit wissen, beruht nicht ausschließlich auf Kausalschlüssen, sondern teilweise auch auf unserem Gedächtnis. Es ist aber ein bloßer Zufall, daß wir für die Zukunft kein Gedächtnis haben. Es wäre durchaus denkbar, daß wir alle — wie die Seher dies von sich behaupten — zukünftige Ereignisse, in derselben Weise wie vergangene, unmittelbar schauen könnten. Die zukünftigen Ereignisse werden sicherlich geradeso sein, wie sie sein werden, und in diesem Sinne sind sie geradeso streng determiniert, wie die Vergangenheit es ist. Wenn wir nun die Ereignisse der Zukunft in derselben Weise schauen würden wie die der Vergangenheit, welche Art von Willensfreiheit würde dann noch möglich sein? Sicherlich nur eine Willensfreiheit, die völlig unabhängig wäre von dem Problem der Determiniertheit alles Geschehens und logisch vereinbar selbst mit einer ganz ausschließ-

lichen Herrschaft der Kausalität. Diese Art von Willensfreiheit müßte auch in Einklang zu bringen sein mit allem, was uns wertvoll erscheint, denn es ist völlig unmöglich, anzunehmen, daß Unwissenheit die Hauptbedingung für die Existenz von irgendetwas Wertvollem sein könnte. Stellen wir uns also ein Wesen vor, daß die ganze Zukunft mit absoluter Gewißheit kennt, und fragen wir uns dann, ob dieses Wesen wohl irgendetwas besitzen könnte, das wir noch als Willensfreiheit bezeichnen würden.

Ein solches Wesen hätte es nicht nötig, ein künftiges Ereignis abzuwarten, sondern wüßte schon im voraus, wie es sich nach seinem Eintreffen verhalten würde. Ebenso würde es in jedem Augenblick alle seine künftigen Wollungen vorauskennen. Würde es aber irgendwelchen Grund haben, mit diesem umfassenden Wissen unzufrieden zu sein? Sicherlich nicht, vorausgesetzt, daß nicht etwa die vorausgesehenen Willensregungen an sich bedauerlich wären. Und es ist weniger wahrscheinlich, daß dieses letztere der Fall sein könnte, wenn auch die zu unseren Willensregungen führenden Schritte vorausgesehen würden. Es ist schwierig, sich ganz von der Vorstellung zu befreien, als ob alles Vorhergesehene Schicksal sei und deshalb eintreffen müsse, wie sehr wir uns auch davor fürchten mögen. Unsere Handlungen sind aber das Ergebnis unserer Wünsche, und keine Voraussicht kann richtig sein, die nicht unsere Wünsche berücksichtigt. Warum sollte also der bloße Umstand, daß eine künftige Willensregung vorausgesehen würde, sie uns verhaßt machen? Ein Wesen von der Art, wie wir es uns vorhin vorstellten, würde

leicht dahin kommen, daß es die zu seinen Willensregungen führenden kausalen Zusammenhänge völlig durchschaute, und seine Wollungen würden daher besser auf die Befriedigung seiner Wünsche berechnet sein, als es bei uns Menschen zu sein pflegt. Da unsere Wollungen ein Ergebnis unserer Wünsche sind, so könnte eine Voraussicht von unseren Wünschen entgegengesetzten Wollungen nicht richtig sein. Man muß sich dabei immer wieder die Tatsache vergegenwärtigen, daß eine solche Voraussicht ebensowenig die Zukunft hervorbringen würde, wie unser Gedächtnis die Vergangenheit erschafft. Niemand glaubt, er könnte in der Vergangenheit keinen freien Willen gehabt haben, nur weil er sich seiner früheren Willensregungen sehr gut erinnern kann. Ebenso könnten wir sehr wohl in Zukunft einen freien Willen haben, selbst wenn unsere künftigen Wollungen uns schon jetzt bekannt wären. Die Willensfreiheit, wenn sie irgendwelchen Wert und Sinn haben soll, verlangt also nichts weiter, als daß unsere Wollungen, wie sie es ja in Wirklichkeit schon sind, Ergebnis unserer eigenen Wünsche und nicht einer fremden Macht seien, die uns zwänge, zu wollen, was wir lieber nicht wollen möchten. Alles andere ist eine Verwechslung der Begriffe, die ihren Grund hat in der gefühlsmäßigen Überzeugung, Voraussicht *erzwinge* das Eintreffen künftiger Ereignisse, eine Überzeugung, von der wir uns nur schwer frei zu machen vermögen, obwohl es auf den ersten Blick klar ist, daß unser Wissen in bezug auf das Vergangene keinerlei solche Macht besitzt. Eine Freiheit des Willens existiert also tatsächlich in der einzigen Form, die für

uns irgendwelchen Wert haben kann, und das Verlangen nach anderen Formen von Willensfreiheit ist nichts anderes als das Ergebnis unklaren Denkens.

Was ich in den vorausgehenden Vorlesungen über die philosophische Methode gesagt habe, versuchte ich mehr in Form von Illustrationen zu bestimmten Einzelfällen, als durch allgemeine Regeln, zum Ausdruck zu bringen. Über die Methode läßt sich nun einmal nur in Beispielen sprechen. Jetzt, nachdem wir am Ende unserer Vortragsreihe angelangt sind, kann ich schon eher den Versuch machen, eine Anzahl von Leitsätzen aufzustellen, die bei der Erwerbung einer wirklich philosophischen Denkweise und der Lösung philosophischer Probleme vielleicht von Wert sein können.

Durch Benutzung der Ergebnisse anderer Wissenschaften in der beispielsweise von Herbert Spencer beliebten Art kann die Philosophie niemals zu einer wirklichen Wissenschaft werden. Die Philosophie geht auf das *Allgemeine* aus; von den Einzelwissenschaften kann wohl der erste Impuls zur Aufstellung von Sätzen höchster Allgemeinheit kommen, niemals aber der Beweis für ihre Richtigkeit erbracht werden. Eine übereilte Verallgemeinerung aber, wie etwa Spencers Verallgemeinerung des Entwicklungsgedankens, verliert durch den Umstand, daß der verallgemeinerte Gedanke für seine Zeit die letzte wissenschaftliche Errungenschaft darstellte, durchaus nichts von ihrer Voreiligkeit. Die Philosophie hat ihr Forschungsgebiet neben dem der anderen Wissenschaften, ihre Ergebnisse sind den

anderen Wissenschaften nicht erreichbar und dürfen auf der anderen Seite auch nicht so beschaffen sein, daß irgendeine andere Wissenschaft in der Lage wäre, sie anzufechten. Voraussagen über die Zukunft des Universums gehören nicht zu den Aufgaben der Philosophie, und eine Beantwortung z. B. der Frage, ob das Universum in fortschreitender, rückschreitender oder etwa in gar keiner Entwicklung sich befinde, darf man deshalb von ihr nicht verlangen.

Wer die Philosophie in wissenschaftlicher Weise betreiben will, bedarf dazu einer ganz besonderen geistigen Schulung. Vorbedingung ist zunächst das Vorhandensein des Dranges nach philosophischer Erkenntnis, und dieser Drang muß so stark sein, daß er imstande ist, Jahre zu überdauern, in denen alle Hoffnung auf seine Befriedigung zu schwinden scheint. Dieser Drang nach wahrer philosophischer Erkenntnis ist überaus selten anzutreffen — in seiner reinsten Form kaum bei den Philosophen selbst. Er wird allzuleicht — und zwar besonders nach langen Perioden fruchtlosen Forschens — übertönt durch den Wunsch, zu glauben, man wüßte etwas. Wenn sich uns nach langem, vergeblichen Bemühen endlich eine annehmbar scheinende Lösung darbietet, so können wir uns dadurch, daß wir die Gegengründe übersehen oder auch nur uns nicht allzuviele Mühe geben, überhaupt Gegengründe zu finden, zwar die Erleichterung verschaffen, die der Glaube, eine Lösung gefunden zu haben, mit sich bringt, hätten wir diesem Verlangen aber widerstanden, so wäre uns ihre Falschheit wahrscheinlich nicht lange verborgen geblieben. Bei den Philosophen von Fach wiederum

wird der Drang nach unverfälschter Wahrheit oftmals von dem Systemdrang überwuchert: der geringfügigen Tatsache, die in das philosophische Lehrgebäude nicht hineinpassen will, wird so lange Gewalt angetan, bis sie sich — wenigstens scheinbar — dem Ganzen einfügt. Oft hat sich aber gerade diese eine unscheinbare Tatsache als wichtiger herausgestellt als das ganze System, in welches sie nicht hineinpassen wollte. Pythagoras konstruierte ein Gedankengebäude, das mit allen damals bekannten Tatsachen im Einklang stand, außer mit der Inkommensurabilität der Diagonale eines Quadrats mit der Seite. Diese eine Tatsache ließ sich nicht hinweginterpretieren und blieb auch noch bestehen, nachdem Hippasos von Metapontion für seinen Verrat mit dem Tode bestraft worden war. Für uns Heutige liegt in der Entdeckung gerade dieser einen winzigen Tatsache der Anspruch des Pythagoras auf Unsterblichkeit in erster Linie begründet, während sein philosophisches Lehrsystem schon lange nur noch den Wert einer historischen Kuriosität besitzt[1]). Systemdrang und die meist hinzukommende menschliche Eitelkeit gehören daher zu den Fallstricken, vor denen sich der Philosoph am meisten zu hüten hat.

Dieser oft vorhandene Wunsch, zu diesem oder jenem Ergebnis zu kommen oder — allgemein gesprochen — für ein erwünschtes Ergebnis nachträglich Beweise zu entdecken, ist natürlich das Haupthindernis für ein ehrliches Philosophieren gewesen. Dahin können Leiden-

[1]) Diese Darstellung, die ja hier nur als erläuterndes Beispiel dienen soll, ergreift in einigen heute noch umstrittenen Punkten bewußt Partei für je eine unter mehreren möglichen Ansichten.

schaften, von denen sie selbst nichts wissen, die Menschen bringen, daß der im voraus gefaßte Entschluß, zu diesem oder jenem Ergebnis zu gelangen, allgemein als ein Zeichen von tugendhafter Gesinnung angesehen, jener aber, der auf Grund ehrlichen Forschens zu den entgegengesetzten Folgerungen kommt, als unmoralisch betrachtet wird. Aber, so sicher es ist, daß der Wunsch, zu einem erwünschten Ergebnis zu gelangen, weiter verbreitet ist als der Wunsch, das richtige Ergebnis zu kennen, so sicher ist es auf der anderen Seite, daß einzig und allein die von einem alles andere überwiegenden Drang nach Wahrheit Beseelten hoffen dürfen, als Philosophen etwas Nützliches zu leisten.

Aber selbst in den Fällen, wo der Wissensdrang in der erforderlichen Stärke vorhanden ist, darf man nicht das geistige Vermögen, welches allein abstrakte Wahrheiten zu schauen vermag, verwechseln mit einer zwar lebhaften, aber sich in den ausgefahrenen Geleisen der hergebrachten Denkweise bewegenden Einbildungskraft. Man muß sich, wie Descartes, im methodologischen Zweifel üben, um die Macht unserer Denkgewohnheiten zu brechen, und die logische Einbildungskraft schulen, um mehrere Hypothesen zur Hand zu haben und nicht der Sklave der einen, dem gewohnten Denken am nächsten liegenden, zu sein. Dieser Zweifel am Hergebrachten und das Ersinnen neuer gedanklicher Möglichkeiten bilden in ihrer gegenseitigen Ergänzung das wichtigste Glied in der geistigen Schulung, die man durchzumachen hat, um ein wirklicher Philosoph zu werden.

Es ist durchaus möglich, daß von den naiven An-

sichten, die wir in uns vorfinden, wenn wir anfangen, als Philosophen über unsere eigenen Gedanken zu reflektieren, sich am Ende die überwiegende Mehrzahl als einer richtigen Interpretation fähig erweist, in jedem Falle aber sollten sie alle vor ihrer Anerkennung durch die Philosophie erst der Feuerprobe eines skeptischen Kritizismus unterworfen werden. Solange sie diese Probe nicht bestanden haben, sind sie nichts als blinde Gewohnheiten und haben nicht den Wert intellektueller Überzeugungen. Und obgleich es sein mag, daß die meisten von ihnen die Probe bestehen werden, so dürfen wir doch als ziemlich gewiß annehmen, daß einige dies nicht tun und dadurch eine entsprechende Korrektur unseres Weltbildes notwendig machen werden. Um die Macht der Gewohnheit zu brechen, dürfen wir keine Mühe scheuen, müssen wir an unseren Sinnen, an der Vernunft, an der Moral, kurz an allem, zweifeln. In verschiedenen Richtungen wird ein solcher Zweifel möglich sein, in anderen wird er eingeschränkt werden durch jenes unmittelbare Schauen abstrakter Wahrheiten, auf dem alles philosophische Wissen letzten Endes beruht.

Gleichzeitig, und als eine wesentliche Hilfe für dieses unmittelbare Erschauen der Wahrheit, muß man auch im Ersinnen von theoretischen Hypothesen eine gewisse Fertigkeit zu erwerben trachten. Diese Fertigkeit ist in meinen Augen das, was den bisherigen Vertretern der Philosophie am allermeisten gefehlt hat. So dürftig war in der Tat der logische Apparat aller dieser Philosophen, daß sämtliche von ihnen erdachten Hypothesen sich als mit den Tatsachen unvereinbar

erwiesen. Nur allzuoft hat dieser Umstand radikale Maßnahmen im Gefolge gehabt, wie etwa die einer Generalableugnung alles Tatsächlichen, wo eine besser mit dem unentbehrlichen Handwerkszeug des Logikers ausgerüstete Phantasie unschwer den Schlüssel zur Lösung des Rätsels entdeckt hätte. In diesem Sinne wird das Studium der Logik zum hauptsächlichsten Bemühen des Philosophen: sie liefert die Forschungsmethode der Philosophie, gerade so, wie die Mathematik die Methode der Naturwissenschaften liefert. Und wie die Naturwissenschaft, die in der Zeit von Plato bis zur Renaissance genau so schwerfällig, rückständig und abergläubisch war wie die Philosophie, durch Galileis neue Tatsachenbeobachtung und die mathematische Bearbeitung der Ergebnisse zum Range einer Wissenschaft erhoben wurde, so auch in unseren Tagen die Philosophie durch die Einführung neuen Tatsachenmaterials und logischer Methoden.

Ungeachtet der sich damit der Philosophie bietenden Entwicklungsmöglichkeiten ist aber doch, wie früher bei der Naturwissenschaft, so auch hier die erste und unmittelbarste Folge eine weitgehende Einschränkung des sicheren Wissens. Vor Galilei glaubte man sich im Besitze eines nahezu unumschränkten Wissens in bezug auf die interessantesten naturwissenschaftlichen Probleme. Galilei stellte bestimmte Tatsachen fest über die Art und Weise, wie Körper fallen, Tatsachen, die an sich nicht weiter interessant, aber von ganz unschätzbarer Bedeutung waren als Beispiele eines wirklichen Wissens und einer neuen Methode, deren künftige Fruchtbarkeit er selbst schon ahnend voraussah. Die

wenigen von ihm festgestellten Tatsachen genügten, um das ganze seit den Zeiten des Aristoteles überlieferte Gebäude vermeintlichen Wissens zu zerstören — gerade so, wie selbst vor einer bleichen Morgensonne alle nächtlichen Gestirne verblassen. So auch in der Philosophie: wenngleich die einen auf das eine System schworen, andere auf ein anderes, so waren doch fast alle der Meinung, der Umfang unseres Wissens sei gewaltig; aber mit all diesem Scheinwissen der hergebrachten Systeme muß gründlich aufgeräumt und ein neuer Anfang gemacht werden, wobei wir uns noch glücklich schätzen dürfen, wenn dieser Anfang schon Ergebnisse zeitigt, die einen Vergleich mit Galileis Fallgesetz aushalten können.

Der methodologische Zweifel führt, wenigstens, wenn er in ausdauernder und ehrlicher Weise gehandhabt wird, zu einer gewissen Bescheidenheit in bezug auf unser Wissen: wir kommen bald dahin, daß wir froh sind, auf dem Gebiete der Philosophie *überhaupt etwas*, wenn auch noch so belanglos Scheinendes, zu wissen. Unter dem Mangel an dieser Art von Bescheidenheit hat die Philosophie bisher schwer gelitten. Sie machte den Fehler, sogleich die interessanten Probleme in Angriff zu nehmen, statt in geduldigem und langsamem Vorgehen alles erreichbare sichere Wissen anzuhäufen und das Schicksal der großen Probleme getrost der Zukunft zu überlassen. Die Vertreter der Naturwissenschaften schämen sich nicht der Trivialität ihrer Ergebnisse, wenn nur die Aussicht vorhanden ist, daß die daran zu knüpfenden Folgerungen bedeutungsvoll sind, denn sie wissen, daß das *unmittelbare* Ergebnis eines

Experiments für sich kaum jemals von Interesse ist. So ist es auch in der Philosophie oftmals wünschenswert, Zeit und Mühe auf Gegenstände zu verwenden, die, für sich betrachtet, völlig nichtig erscheinen, denn nicht selten kann man nur auf dem Umwege über die Beschäftigung mit solchen scheinbaren Nichtigkeiten an die großen Probleme herankommen.

Haben wir unser Problem gewählt und die notwendige Schulung des Geistes erworben, so ist die zu befolgende Methode in allen Fällen nahezu die gleiche. Bei näherer Untersuchung pflegt sich herauszustellen, daß die großen Probleme, denen philosophische Forscherarbeit gewidmet wird, komplexer Natur und von einer Reihe von Teilproblemen abhängig sind, die gewöhnlich abstrakter sind als das Hauptproblem. Ganz allgemein wird man finden, daß unsere Anfangsdaten, alles Tatsächliche, das wir scheinbar wissen, den Nachteil der Unbestimmtheit, Verwirrtheit und Kompliziertheit haben. Die landläufigen philosophischen Anschauungen leiden unter den gleichen Mängeln. Es ist daher notwendig, ein System von bestimmteren Begriffen zu schaffen, die so allgemein und einfach wie nur möglich sind; erst dann können wir unsere Daten weiterhin in Bestandteile von der Art auflösen, wie die Philosophie sie zu entdecken bestrebt ist. Durch dieses analytische Verfahren wird die Schwierigkeit immer weiter zurückgeschoben und wird dabei von Stufe zu Stufe abstrakter, feiner und schwerer zu erkennen. Gewöhnlich sieht man, daß jedem der großen, leicht zu erkennenden Probleme eine Anzahl solcher außerordentlich abstrakter Fragen zugrunde liegt. Nachdem alles

getan ist, was man mit Hilfe der Methode zu tun vermag, ist ein Stadium erreicht, wo nur die unmittelbare philosophische Schau die Sache noch weiter fördern kann. Hier kann nur das Genie noch helfen. Gewöhnlich hängt es an einem Akt der logischen Einbildungskraft, dem intuitiven Erfassen einer nie zuvor gesehenen Möglichkeit, und dann an der unmittelbaren Wahrnehmung, daß diese Möglichkeit im vorliegenden Falle realisiert ist. Solange die richtige Möglichkeit nicht gefunden ist, haben wir unauflösbare Schwierigkeiten, ein Gleichgewicht von Gründen für und wider, kurz: aussichtslose Verwirrung. Die richtige Lösung dagegen, nachdem sie einmal erkannt worden ist, rechtfertigt sich schnell durch ihr erstaunliches Vermögen, die scheinbar widerspruchsvollsten Tatsachen in sich zu vereinen. Von hier an ist die Arbeit des Philosophen synthetischer Natur und verhältnismäßig einfach; die Schwierigkeit liegt im allerletzten Stadium der Analyse.

Es wäre meines Erachtens verfrüht, sich in bezug auf die Aussichten der Philosophie einem vertrauensseligen Optimismus hinzugeben. Viele der herkömmlicherweise von der Philosophie behandelten Probleme, ja, vielleicht sogar die meisten von denen, die in weiteren Kreisen als nur den zünftigen Philosophen Interesse zu erwecken vermochten, scheinen mit Hilfe der exakten wissenschaftlichen Methoden nicht lösbar zu sein. Wie die Astronomie viel von ihrem menschlichen Interesse verlor in dem Augenblick, als sie aufhörte, Astrologie zu sein, so muß auch die Philosophie in dem Maße an Anziehungskraft einbüßen, wie sie

vorsichtiger wird in ihren Versprechungen. Aber auf die große und noch ständig wachsende Zahl von Männern, die auf naturwissenschaftlichem Gebiete exakte Forscherarbeit leisten und die sich bisher, nicht ohne eine gewisse Berechtigung, von der Philosophie verächtlich abgewandt hatten, sollte die neue Methode, die sich schon an so altehrwürdigen Problemen, wie sie mit den Begriffen der Zahl, des Unendlichen, der Stetigkeit, des Raumes und der Zeit verbunden sind, mit Erfolg versucht hat, die Anziehungskraft ausüben, zu deren Hervorbringung die älteren Methoden so völlig außerstande waren. Die Naturwissenschaft fühlt unter dem Einfluß des Relativitätsprinzips und der umstürzenden Ergebnisse der Untersuchungen über das Wesen der Materie das Bedürfnis nach einer Umgestaltung ihrer axiomatischen Hypothesen in dem Sinne, wie auch die Philosophie sie anstrebt. Die einzige Bedingung, die meiner Ansicht nach erfüllt werden muß, um der Philosophie schon für die nächste Zukunft einen Erfolg zu sichern, der alles bisher Erreichte in den Schatten stellt, ist die Gründung einer Schule von Männern mit wissenschaftlicher Schulung und philosophischem Interesse, die unbeengt sind durch die Fesseln der Tradition und nicht verführt durch die literarischen Methoden jener, welche die Alten in allem, außer ihren Verdiensten, glauben nachahmen zu müssen.

Register

Absolute, das 5, 6, 49.
Abstraktion, Prinzip der 53, 165 ff.
Achilles, Zenons Beweis von ~ und der Schildkröte 232 f.
Aktivität 299 ff.
Allgemeines und Besonderes 50, Anm. 1.
Allman 215 Anm. 1.
Analyse 247, 273, 279, 224; ~, Rechtmäßigkeit der 202 f.
Anaximander 1.
Anordnung 174.
Antinomien, Kants 207 ff.
Aquino, Thomas von 11.
Aristoteles 51, 214 Anm. 1, 215 ff., 323.
Atomismus, logischer 2.
Atomisten 213.
Aufeinanderfolge, unmittelbare 178 f.
Aufzählung 270.
Augenblick 153 ff., 170, 204, 286; ~ definiert 155 ff.
Ausdehnung 195, 201.
Aussage 68.
Außenwelt, unser Wissen von der 79 ff.
Bergson 2, 12, 16, 27 ff., 183, 185, 202, 210, 220, 234, 239, 306 ff.
Berkeley 79, 81, 132.
Besonderes und Allgemeines 50 Anm. 1.
Bestandteile von Tatsachen 66 ff., 195.
Bewegung 172 ff., 286; ~, mathematische Theorie der 176 ff.; ~, stetige 177, 180 ff.; ~, Wahrnehmung einer 183 ff.: ~, Zenons Beweise gegen die 225 ff.
Beziehungen 58, 61 ff.; ~ asymmetrische 62; Bradleys Gründe dagegen 6 f.; ~, eins-eins- 271 f.; ~, eins-viele 271; ~, externe 202; ~, intransitive 63; ~, multiple 65 f.; ~, nicht-transitive 62; ~, Realität der 64 ff.; ~, symmetrische 61, 166; ~, transitive 62, 166; ~, unsymmetrische 61.
Bolzano 220.
Boole 51.
Bradley 5 f., 49, 221.
Broad 231 Anm. 1.
Brochard 227 Anm. 1.
Brüche 175, 240.
Burnet 24 Anm. 1, 213 Anm. 1, 215 Anm. 3, 228 Anm. 1, 229 ff.
Calderon 127.
Cantor VII, VIII, 206, 221, 253, 259, 265 f.

Couturat 51 Anm. 1.
Dante 11.
Darwin 2, 13, 30, 40.
Daten 83 ff., 279; ~, „harte“ und „weiche“ 90 ff.
Dauer 195, 201.
Descartes 4, 94, 320.
Determinismus 312.
Ding 117 ff., 136 ff., 281 f.
Ding-an-sich 98, 111.
Doppelsehen 112 f.
„dort“ 94.
Durchdringung, wechselseitige 193.
Eigenschaften, erbliche 260 ff.
Eine, das, und das Viele 224, 228.
Einschließung, räumliche 151 ff.; ~, zeitliche 161 ff.
Eleaten 25.
Empirismus 47, 296.
erbliche Eigenschaften 260 ff.
Erhaltung der Masse 136.
Euklid 215 Anm. 1, 219.
Evellin 226.
Evolutionismus 2, 12 ff.
Finalismus 16.
Form, logische 54 ff., 247, 278.
Frege 51, 266 ff.
„früher“ und „später“ 154.
Galilei 2, 78, 255, 322.
Ganzes, die Welt ein organisches 9.
Gaye 226 Anm. 2, 235, 238.
Gedächtnis 307, 314, 316.
Geometrie, Anwendbarkeit der Zahlen auf die 213; ~, arithmetische Methoden in der 213; ~, Entdeckung der 4; ~, Rekonstruktion der, nach Entdeckung der Inkommensurabeln 219.
Gewißheitsgrade 86 f., 280.
Giles 276 Anm. 1.
Glauben, Wesensunterschied zwischen Wissen und 76.
Gleichförmigkeiten 287 ff.
Gleichzeitigkeit 154.
„größer“ und „kleiner“ 259.
Harvard 2.
Hegel 2, 47 ff., 59, 222 und Anm. 1.
„hier“ 94, 122.
Hippasos von Metapontion 218, 319.
Hui Tzu 276.
Hume 288, 294.
Hypothesen in der Philosophie 321.
Induktion 42, 295; ~, vollständige 260 ff.
Induktivität 253, 260 ff.
Infinitesimale 179.
initial contemporaries (nicht zu übersetzen) 159, 160, Anm.
Inkommensurabeln 216 ff., 319.
Instinkt, Gegensatz zwischen Verstand und 26 ff.
Intellekt (Bergson) 29.
Intuition (Bergson) 29.
James 2, 12, 15.
Jourdain 220, Anm. 1.
Kant 2, 148, 154, 207 ff., 267.
Kategorien 49.

Kausalgesetz, allgemeines 293; allgemeines Schema des ~ es 286; Definition des ~ es 281 ff.; ~, nicht a priori 297, 310 f.
Kausalgesetze 143, 281 ff., 297; ~, Wahrscheinlichkeit der 287 ff.; ~ in der Psychologie 291 f.
Kenntnis, im Gegensatz zum Wissen 194.
Klassen 269 ff.; ~, Nichtexistenz von 274 ff.
klassische Tradition 2 ff., 77.
Kongruenz 260.
Konstante, logische 278.
Korrelation zwischen Geistigem und Körperlichem 311.
Laplace 14.
Leibniz 16, 51 und Anm. 1, 115, 247, 254, 255 Anm. 1.
Logik, analytisch, nicht konstruktiv 8; ~, Aristotelische 4; ~, ihr Verhältnis zu den Tatsachen 70; ~, induktive 42; ~, mathematische VII, 51 ff.; ~, mystische 60 ff.; ~ und Philosophie 8 f., 41 ff; 321 f.
Mach 165, 298.
Macran 150 Anm. 1.
Materie, Beständigkeit der 132 ff.; ~, Problem der 98, 131 ff.
Mathematik, Verhältnis der Logik zur 51 ff., 75 f.
Meinungen, ursprüngliche und abgeleitete 86 ff.
Meßbarkeit durch Zahlen 219.
Methode, deduktive 4; ~, logisch-analytische V, 82, 279, 317 ff.; ~, philosophische 317 ff.
Milhaud 225 Anm. 1, 226 Anm. 1.
Mill 43 ff., 267.
Montaigne 38.
Mystizismus 25, 59 f., 79, 127.
Naturwissenschaft 131 ff., 322, 326; ~, deskriptive 298; ~, Verifizierbarkeit der, 106, 145.
Neorealismus 2.
Newton 40, 196.
Nicht-Induktivität 260.
Nichtunterscheidbarkeit 189 f., 199.
Nietzsche 12.
Noël 226.
Ockham 140, 196.
Ordnung 174.
Ort 114, 120, 122 f.
Parmenides 79, 221 ff., 239.
Peano 51.
Perspektiven (= Privaträume) 116 ff., 146; ~, Raum der 117; ~, System der 116.
Pfeil, Zenons Beweis von dem 233 f.
Philoponus 230 Anm.
Philosophie, Gegenstand der 21, 35, 246, 317 ff.; ~ und Ethik 35 ff.; ~ und Mathematik 246 ff.; ~, wissenschaftliche 21, 40, 236 ff.; ~, der Evolutionismus keine wissenschaftliche 13, 18.

Physik 197.
Plato 2, 25, 36, 59, 79, 221 Anm. 1, 222, 223.
Poincaré 165, 189.
Pragmatismus 12.
Prantl 233.
Privaträume (= Perspektiven) 116 ff.
Privatzeiten 162.
Punkt 150 ff., 170 ff., 211; ~ definiert 151 f.
Pythagoras 24, 213 ff., 319.
Raum 94, 117, 148 ff., 171; ~, absoluter und relativer 195, 211; ~, Antinomien in bezug auf den, (Kant) 207 ff; ~, Bewegung im 134; ~ der Perspektiven (= interperspektiver Raum) 118 ff; ~ des Tast- und Gesichtssinnes 102, 149; mathematische Theorie des ~es 195 ff.; ~, Privat- 118 ff.
räumliche Wahrnehmung 87.
Reflexivität 253 ff.
Reihen 64; ~, dichte 175, 190, 240; ~, stetige 174.
Relativitätsprinzip 326.
Relativitätstheorie 134.
Rennbahn, Zenons Beweis von der 229 ff.
Ritter und Preller 215 Anm. 2.
Robertson 213 Anm. 1.
Rousseau 27.
Royce 65.
Santayana 60.
Schluß 54, 56 f., 71.
Selbst 95 ff.
Sigwart 250.
Simplicius 228 Anm. 1.
Sinnesdaten 73, 79, 85, 97, 144, 188 ff., 191, 282; ~ und Physik VI, 81, 106, 129, 131 ff., 187; ~, ihre Zahl unendlich? 201.
Sinnesempfindung 33, 98, 165; ~ und Reiz 185 f.
Sinnestäuschungen 112.
Sinneswahrnehmung 69.
Skeptizismus, radikaler 85.
Spencer 2, 15, 317.
Spinoza 59, 222.
Stadium, Zenons Beweis vom 179 Anm. 1, 234 ff.
Stetigkeit 170 ff., 188 ff., 206 ff.; ~ der Veränderung 81, 138, 142 f., 172.
Subjekt-Prädikat-Form 58.
Synthesis 209, 247.
Tannery 226 Anm. 1 und 2.
Tatsache 66 ff.; ~, atomische 69.
Teleologie 298.
Thales 1.
Traum 112, 124 ff.
Unabhängigkeit 95 ff.; ~, logische und kausale 96.
Unendlich VII, 176, 201; ~, das „wahre" 241, 242; ~ historisch betrachtet 206 ff; ~, positive Theorie des 246 ff.
unendlich kleine Größen 179.
Unendlichkeit von Raum und Zeit 81.

Unteilbare 213.
Ursache 281 ff., 292 f., 297.
Urteil 68 ff.; ~, allgemeines 72 f; ~, atomisches 68 ff.; ~, molekulares 70 f.
Veränderung, Analyse des Begriffes 203 f.
Vergangenheit und Zukunft 299, 314 ff.
Verstand, Gegensatz zwischen Instinkt und 26 ff.
Verursachung 43 ff., 96 f., 103 f., 281 ff.
Viele, das Eine und das 224, 228.
Vorausbestimmbarkeit menschlicher Handlungen 306 ff.
Wahrscheinlichkeit 45 f.
Welten, Privat- 116; ~, wirkliche und ideelle 146 f.; ~, wirkliche und mögliche 247.
Wiedergabe der Wirklichkeit, kinematographische (Bergson) 234
Wiederholung, Modifizierung eines Erlebnisses durch 307.
Willensäußerungen(=Wollungen) 297 ff.
Willensfreiheit 281, 303 ff.
Wirkung 293.
Wissen, im Gegensatz zu Kenntnis 194; ~, Wesensunterschied zwischen Glauben und 76.
Wittgenstein VII, 278 Anm. 1.
Whitehead VI, VII, 151, 277.
Wünsche 303, 315.
Zahl, logische Definition der 265 ff.
Zahlen, endliche 214, 253 ff.; ~, Grund- 174; 248 ff.; ~, induktive 262; ~, irrationale 219; ~, reflexive 253 ff.; ~, unendliche 239, 243, 250 ff., 263 ff.
zählen 220, 244, 250, 270.
Zeit 148, 153 ff., 171, 206 ff., 223, 285; ~, absolute und relative 195; ~, Orts- 134 f.; ~, Privat- 162.
Zeitangaben, absolute 155.
Zeller 233.
Zenon von Elea 170, 178, 181, 221 ff.
Zeugnis anderer 86, 93, 107, 115, 128, 280.
Zukunft, Vergangenheit und 299, 314 ff.
Zusammengesetzte, das 195, 210 ff.
Zwang 306, 312 ff.

HOFBUCHDRUCKEREI F. MITZLAFF, RUDOLSTADT

ARISTOTELES WERKE

In drei Halbpergament-Bänden RM 55.—

Metaphysik. Übersetzt, erläutert und mit einer Einleitung versehen von Dr. E. Rolfes. 2. verb. Aufl. 1. Teil. (Buch I—VII). 1920. XXIV, 209 Seiten . . . . . RM 3.—, geb. 4.—
— 2. Teil. (Buch VIII—XIV). 1921. III, 227 Seiten RM 3.—, geb. 4.—

Die Übersetzung, wahrlich keine leichte Aufgabe, ist vorzüglich gelungen; sie legt überall von einem tiefgründigen Verständnisse Zeugnis ab. Ganz besonders tritt dies noch in dem dritten Teile der Arbeit hervor: in den Anmerkungen zu den einzelnen Büchern. Überall sieht man die gründliche Kenntnis der Platonischen und Aristotelischen Philosophie und völlige Vertrautheit mit der einschlägigen Literatur bis in die neueste Zeit herab; dabei zeigt sich der Verfasser als selbständiger Denker. Ein Namen- und Sachverzeichnis bildet den Schluß der höchst verdienstlichen Arbeit.

Prof. A. Stölzle in der Theologischen Revue.

Politik. Neu übersetzt von Dr. theol. Eugen Rolfes. 3., durchges. Aufl. 1922. XXXI, 341 S. . RM 6.—, geb. 7.50, Gesch.-Bd. 8.50

Eine äußerst pünktliche Wiedergabe des Textes mit gewissenhafter Verwertung der Vorarbeiten! Der Verfasser versteht es trefflich, die nüchterne Klarheit der Sprache des großen Griechen im Deutschen wiederzugeben. Man bekommt durch seine Übersetzung eine unmittelbare Anschauung von der abwägenden Vorsicht und Zurückhaltung, die gerade bei diesem Aristotelischen Werke besonders charakteristisch ist.

Theologisches Literaturblatt.

Drei Bücher über die Seele. Neu übersetzt von Gymn.-Direktor Dr. A. Busse. 2. Aufl. 1922. XX, 94 u. 27 S. RM 3.—, geb. 4.—

Die Leistung überflügelt die bisher gangbaren so weit, daß man jetzt nur noch diese Verdeutschung zugrunde legen darf, wenn man des Griechischen unkundig ist. Aber auch für den Leser des schweren Originals wird sie eine erwünschte Hilfe bilden.

Lit. Ratgeber des Dürerbundes.

Nikomachische Ethik. Neu übersetzt und erläutert von Dr. theol. Eugen Rolfes. 2. Aufl. 1921. XXIV, 288 S. RM 4.—, geb. 5.—

Die Übersetzung von Rolfes ist, wie man bei diesem ausgezeichneten Aristoteliker erwarten konnte, hervorragend durch peinlichste Treue, Klarheit und wissenschaftliche Genauigkeit.

Revue de Philosophie.

Poetik. Neu übersetzt v. Prof. Dr. A. Gudeman. 1921. XXIV, 91 S. RM 2.—, geb. 3.—, Gesch.-Bd. 4.—

Die Übersetzung selbst ist für den, der sich je durch die älteren Arbeiten von Susemihl-Gomperz u. a. hat durchquälen müssen, ein wahres Labsal. Die neue Übersetzung ist eine lichtvolle, anschauliche und dem Original nahekommende Leistung, die uneingeschränktes Lob verdient.

Göttinger Kartellblätter.

Organon. Übersetzt u. mit Anmerkungen versehen v. Dr. E. Rolfes. Vollständig in einem Band . . . . . geb. RM 22.—
— **Kategorien** (nebst Einl. d. Porphyrius). 1920. VIII, 86 S. RM 1.80
— **Peri hermenias** oder: Lehre vom Satz. 1920. VII, 42 S. RM 1.—
— **Lehre vom Schluß,** oder: Erste Analytiken. 1922. X, 209 S. RM 4.50, geb. 5.50
— **Lehre vom Beweis,** oder: Zweite Analytiken. 1922. XVIII, 164 S. RM 4.—, geb. 5.—
— **Topik.** 2. Aufl. 1922. XVII, 227 Seiten . . RM 4.50, geb. 5.50
— **Sophistische Widerlegungen.** 1922. IX, 80 S. RM 1.80, geb. 2.80

Kleine naturwissenschaftliche Schriften. **(Parva naturalia.)** Übers. u. mit einer Einleitung u. erklärenden Anmerkungen versehen von Dr. E. Rolfes. 1924. X, 158 S. RM 4.—, geb. 5.—

RENÉ DESCARTES WERKE

In zwei Halbpergamentbänden RM 30.—

Diese reichhaltigste deutsche Ausgabe Descartes' erhält besonderen Wert durch ein ausführliches ***Gesamtregister,*** *das ein lange vermißtes wertvolles Hilfsmittel zum Studium der Schriften des Philosophen darstellt.*

Abhandlung über die Methode. 3. Auflage. 1919. 72 S. RM —.90

Die Regeln zur Leitung des Geistes. **Die Erforschung der Wahrheit** durch das natürliche Licht. 2. Auflage. 1920. 168 S. RM 2.—

Die „Regeln" und die „Erforschung der Wahrheit" erscheinen hier zum ersten Male überhaupt in deutscher Übersetzung. Die Regeln bilden das methodische Grundwerk der Philosophie Descartes': es sind darin die erkenntnistheoretischen und die Untersuchungen über die grundlegenden Probleme der Mathematik in einer Klarheit enthalten, die durch die späteren Werke nicht übertroffen, ja kaum je erreicht wird. Die „Erforschung" aber bildet eine wichtige Ergänzung zu manchen in den Regeln berührten Fragen.

Lateinische Ausgabe. **Regulae** ad directionem ingenii. Nach der Originalausgabe von 1701 herausgegeben von A. Buchenau. 1907. IV, 66 S. (Außerhalb der Gesamtausgabe) RM 2.—

Meditationen über die Grundlagen der Philosophie mit den sämtlichen Einwänden und Erwiderungen. In vierter Auflage zum erstenmal vollständig übers. 1915. XIV, 493 S. RM 7.—, geb. 8.50

Ein lange gehegter Wunsch der Veranstalter von philosophischen Seminarübungen hat hier Erfüllung gefunden. Die Objectiones und Responsiones gehören nun einmal mit Descartes' Meditationen organisch zusammen. Sie stellen einen natürlichen Kommentar dar, der durch nichts ersetzt werden kann. Allerdings gehörte ein hoher buchhändlerischer Idealismus dazu, die vollständige Übersetzung dieser Stücke zu wagen, die mehr als fünfmal soviel Raum einnehmen wie die Meditationes selbst. Es ist alles geschehen, um einen genauen und lesbaren Text zu schaffen.

Theol. Literaturbericht.

— (Nur Text der Meditationen.) 78 Seiten. kart. RM —.75

Lateinische Ausgabe. **Meditationes** de prima philosophia. Curavit A. Buchenau. 1913. (Außerhalb der Gesamtausgabe) RM 1.20

Die Prinzipien der Philosophie. Mit einem Anhang, enthaltend Bemerkungen über ein gewisses Programm. 4. Auflage. 1922. 48, 310 Seiten. RM 7.—, geb. 8.50

Die Prinzipien bilden den Versuch Descartes', seine methodologischen Grundauffassungen auf das gesamte Gebiet der Metaphysik und Naturwissenschaft anzuwenden. Hier lernen wir diesen ebenso umfassenden wie scharfen Geist in seiner ganzen Größe würdigen, der mit so spärlichen Mitteln ein durchgeführtes Weltbild schuf, dessen Wirkung immer dauern wird. *Erich Becher im Literarischen Zentralblatt.*

Über die Leidenschaften der Seele. 3. Auflage. 1911. XXXII, 120 u. 30 Seiten. Mit dem **Gesamtregister.** RM 4.—, geb. 5.—

Jungmann, K. René Descartes. Eine Einführung in seine Werke. 1908. VIII, 234 Seiten. RM 6.—

Schneider, H. Die Stellung Gassendi's zu D. 1904. 68 S. RM 1.20

VERLAG VON FELIX MEINER IN LEIPZIG

PLATONS DIALOGE

In Verbindung mit Const. Ritter und Gust. Schneider

ÜBERSETZT VON OTTO APELT

Gesamtausgabe in 7 vornehmen Halbpergamentbänden M. 120.—

Das ist die schönste deutsche Ausgabe der Platonischen Dialoge und Briefe. Die Übertragung der Texte ist musterhaft. Die klar leuchtende und wärmende Flamme dieses herrlichen Geistes kommt uns ganz nahe – kein Gelehrtendeutsch hat in sie geblasen, kein Ästhetizismus. Ein Plato zum Lesen. Hier ist der deutsche Plato. *„Das Tagebuch".*

Alkibiades I/II. 2. Aufl. '21. IV, 130 S. 2.—, geb. 3.—, Hpgt. 4.50
Apologie u. Kriton. 2. Aufl. '23. IV, 112 S. 1.50, geb. 2.—, Hpgt. 4.50
Briefe. 2. Aufl. '21. IV, 154 S. . . . 2.50, geb. 3.50, Hpgt. 5.—
Charmides / Lysis / Menexenos. 2. Aufl. 1922. IV, 168 S. . . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Euthydemos. 2. Aufl. '22. IV, 107 S. . 2.—, geb. 3.—, Hpgt. 4.50
Gastmahl. Neu übersetzt von O. Apelt. 1926. XXXVIII, 88 S. . . . . 1.50, geb. 2.50, Hpgt. 5.—

Marsilius Ficinus. Über die Liebe oder Platons Gastmahl. Übers. u. eingel. v. K. P. Hasse. 1915. VIII, 259 S. 8.—, geb. 10.—, Hpgt. 12.—

Gesetze. Zwei Bände. Bd. I: Buch 1—6, Bd. II: Buch 7—12. 1916. XXXII, 573 S. . . . . je 6.—, geb. 7.50, Hpgt. 9.—
Gorgias. 2. Aufl. '22. II, 184 S. . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Hippias I/II. Ion. 2. Aufl. '21. IV, 130 S. 2.—, geb. 3.—, Hpgt. 4.50
Kratylos. 2. Aufl. '22. IV, 158 S. . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Laches und Eutyphron. Übersetzt von G. Schneider. 2. Auflage. 1922. VIII, 112 S. . . . . 2.—, geb. 3.—, Hpgt. 4.50
Menon oder **Über die Tugend.** 2. Aufl. '22. II, 91 S. 1.50, geb. 2.50
Parmenides. 1919. II, 162 S. . . . . 2.50, geb. 3.50, Hpgt. 5.—
Phaidon oder **Über die Unsterblichkeit der Seele.** 2. Auflage. 1921. II, 155 S. . . . . 2.—, geb. 2.50, Hpgt. 5.—
Phaidros. Übers. von K. Ritter. 2. Aufl. '22. II, 157 S. . . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Philebos. 2. Aufl. '22. II, 157 S. . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Politikos oder **Vom Staatsmann.** 2. Aufl. '22. II, 142 S. . . . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Protagoras. 2. Aufl. '22. IV, 147 S. . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Sophistes. 2. Aufl. '22. II, 156 S. . . 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Staat. Neu übersetzt und erläutert, sowie mit griech.-deutschem und deutsch-griech. Wörterverzeichnis vers. von O. Apelt. 6. Auflage. 1923. XXXII, 568 S. . . . . 8.—, geb. 10.—, Hpgt 12.—
Theätet. 3. Aufl. '21. IV, 28, 116 u. 48 S. 3.—, geb. 4.—, Hpgt. 5.—
Timaios u. Kritias. 2. Aufl. '22. IV, 224 S. 4.50, geb. 5.50, Hpgt. 7.—
Vorwort und Einleitung zur Gesamtausgabe von Otto Apelt. 1920. 48 S. 1.50
Platon-Index als Gesamtregister von Otto Apelt. 2. Auflage 1922. VI, 177 S. . . . . 4.—, geb. 5.—

VERLAG VON FELIX MEINER IN LEIPZIG

GOTTFRIED WILH. LEIBNIZ

PHILOSOPHISCHE WERKE

Herausgegeben von A. Buchenau und Ernst Cassirer

In 5 Halblederbänden RM. 60.—

Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie. Übersetzt von Artur Buchenau. Durchgesehen und mit Einleitungen und Erläuterungen herausgegeben von Ernst Cassirer. **I. Band:** Zur Logik und Methodenlehre; Zur Mathematik; Zur Phoronomie und Dynamik; Zur geschichtlichen Stellung des metaphysischen Systems. Mit 17 Fig. 2. Auflage. 1924. XII, 374 S. 5.—, Ganzleinen 6.50
II. Band: Zur Metaphysik (Biologie und Entwicklungsgeschichte; Monadenlehre); Zur Ethik und Rechtsphilosophie. Sach- und Namenregister. 2. Aufl. 1924. VIII, 579 S. 7.50, Ganzleinen 9.—

Die Auswahl, welche Cassirer von den Schriften gibt, strebt in glücklicher Weise Vollständigkeit der Übersicht in intensivem Sinne an. Die Einleitungen des Herausgebers sind zur Einführung in die geschichtlichen und sachlichen Vorbedingungen des Systems auch für den höchst wertvoll, welcher Cassirers Gesamtauffassung des Systems nicht überall teilt. Literarisches Zentralblatt.

Neue Abhandlungen über den menschlichen Verstand. In 3. Auflage neu übersetzt, eingeleitet und erläutert von Ernst Cassirer. 1916. XXV, 647 S. . . . . 9.—, geb. 11.—

Die Theodicee. Neu übersetzt und mit Einleitung, Anmerkungen und Register versehen von A. Buchenau. 1925. VIII, 510 S. 8.—, geb. 10.—

Deutsche Schriften. Herausgegeben von W. Schmied-Kowarzik.
1. Teil: Muttersprache und völkische Gesinnung. 1916. XL, 112 S. 2.50, geb. 3.50
2. Teil: Vaterland und Reichspolitik. 1916. XXIII, 176 S. 3.— geb. 4.—

Nicht wenige Stücke des vorliegenden Buches sind für den Unterricht unmittelbar nutzbar zu machen, alle bieten jedem Lehrer, welches Faches immer, die fruchtbarste Anregung. Das Buch gehört in jede Gymnasialbibliothek. Sokrates.

AUSGEWÄHLTE PHILOSOPHISCHE SCHRIFTEN IM ORIGINALTEXT

Herausgegeben von Herm. Schmalenbach

Band I. 1914. XX, 164 S. . . . . 4.—, geb. 5.—
Band II. Mit Register über beide Bände. 1915. XVIII, 224 S. 5.— geb. 6.—

Inhalt: **Band I:** Discours de métaphysique — Briefe an Arnauld — Système nouveau de la nature — Zweites éclaircissement zum Système nouveau — 1. und 2. Schrift gegen Bayle — **Band II:** Briefe an Johann Bernoulli, de Volder, des Bosses — Examen des principes de Malebranche — Principes de la nature et de la grâce — Monadologie — Fünftes Schreiben an Clarke — Briefe an Nic. Rémond — Register zu beiden Bänden — Vergleichende Seitentafel mit den Ausgaben von Gerhardt und Erdmann.

„Ich beglückwünsche Sie zu diesem trefflichen Unternehmen, welches nunmehr Seminarübungen über Leibniz in der Weise möglich machen wird, wie ich sie immer wünschte: historisch-genetisch, aber nicht in bloßen verteilten Referaten, sondern auf Grund eines jedem Teilnehmer vorliegenden urkundlichen Materials, das ja dann noch leicht in Referaten einzeln ergänzt werden kann."

Cl. Baeumker in einem Briefe an den Verlag.

VERLAG VON FELIX MEINER IN LEIPZIG